

Transportuntersuchungen an magnetischen und nicht-magnetischen II-VI-Heterostrukturen



Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)
der Fakultät für Physik
der Universität Regensburg

vorgelegt von
Alexei Iankilevitch
aus
Tomsk (RU)

im Jahr 2017

Promotionsgesuch eingereicht am: 28. Juni 2017
Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. Dieter Weiss
Datum des Promotionskolloquiums: 04. April 2018

Prüfungsausschuss:

Vorsitzende: Prof. Dr. Milena Grifoni
1. Gutachter: Prof. Dr. Dieter Weiss
2. Gutachter: Prof. Dr. Christian Schüller
weiterer Prüfer: Prof. Dr. Dominique Bougeard

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	5
2. Materialeigenschaften	9
2.1. CdMnTe	9
2.1.1. Kristallstruktur und -eigenschaften	10
2.1.2. Bandstruktur ohne Magnetfeld	11
2.1.3. Magnetische Eigenschaften	13
2.2. HgTe	19
3. Theoretische Grundlagen	23
3.1. Zweidimensionale Systeme	23
3.1.1. Quantenmechanische Beschreibung	23
3.1.2. Klassischer Magnetotransport	24
3.2. Quantenhalleffekte	26
3.2.1. Landau-Quantisierung	26
3.2.2. Ganzzahliger Quantenhalleffekt	28
3.2.3. Gebrochenzahliger Quantenhalleffekt	31
3.3. sp-d Austauschwechselwirkung (CdMnTe)	35
3.3.1. Landau-Niveaus bei parabolischem Leitungsband	37
3.3.2. Quantenhall-Ferromagnet	38
3.3.3. Beating-Pattern	40
3.4. Spin-Bahn-Kopplung in 2DEGs	42
3.5. Quanteninterferenzeffekte	44
3.5.1. Charakteristische Größen	44
3.5.2. Aharonov-Bohm-Effekt	47
3.5.3. Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt	49
3.5.4. Aharonov-Casher-Effekt	49
4. Probenherstellung	53
4.1. Strukturierungsverfahren	54
4.1.1. Lithografische Verfahren	54

4.1.2.	Trockenätzverfahren	56
4.1.3.	Nasschemisches Ätzen	58
4.2.	Prozessentwicklung	66
4.2.1.	Mesa und Nanostrukturen	66
4.2.2.	Backgate	81
4.2.3.	Topgate	81
4.3.	Ankontaktierung des 2DEGs	84
4.3.1.	Überwinden der Distanz zum 2DEG	85
4.3.2.	Löten	87
4.3.3.	Annealen (CdMnTe)	92
4.3.4.	Charakterisierung der Lötstellen	94
4.3.5.	Chipcarrier und Bonden	98
5.	Messumgebung und -technik	101
5.1.	Kryostatsystem: Verdünnungskryostat	101
5.2.	Elektrischer Messaufbau	103
5.3.	Belichtung (CdMnTe)	108
5.4.	Gatebetrieb	110
6.	Transportmessungen an CdMnTe	113
6.1.	Materialcharakterisierung	114
6.1.1.	AC mit/ohne DC-Offset	116
6.1.2.	Belichtung	119
6.1.3.	Top- und Backgate	122
6.2.	Hinweise auf gemischte magnetische Phase	126
6.2.1.	Temperaturabhängigkeit	126
6.2.2.	Irreversibilität und andere Anomalien	128
6.2.3.	Erkenntnisse aus erfolgreichen Messungen	133
6.2.4.	$1/f$ -Rauschen	134
6.3.	Quanteninterferenzeffekte	137
6.3.1.	Aharonov-Bohm-Effekt	137
6.3.2.	Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt	141
6.4.	Beating-Pattern und Mn-Gehalt	151
6.4.1.	Approximation: Sättigung von E_Z	153
6.4.2.	Gekoppelte und entkoppelte Fitparameter	155
6.4.3.	Temperaturabhängigkeit	157

6.5. Quantenhallferromagnet (QHF)	159
6.5.1. Temperaturabhängigkeit und Hysterese	161
6.5.2. Modellierung: Unabhängige Elektronen	163
6.5.3. Modellierung: Korrekturterm	165
6.5.4. Füllfaktoren und ρ_{xy} -Features	169
6.5.5. Selbst-konsistente LL-Modellierung	172
6.6. Anomale QHE-Verschiebung	176
6.6.1. Temperatur und Ladungsträgerdichte	179
6.6.2. Winkelabhängigkeit der QHF-Zustände	182
6.7. Gebrochenzahliger Quantenhalleffekt (FQHE)	188
6.7.1. Probe 318	190
6.7.2. Probe F2 (Betthausen)	198
6.7.3. Probe 322	203
7. Transportmessungen an HgTe	209
7.1. Material- und Probencharakterisierung	209
7.2. Quanteninterferenzeffekte	213
7.2.1. Aharonov-Bohm-Effekt	214
7.2.2. Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt	217
8. Zusammenfassung	219
A. Rezepte	221
Literaturverzeichnis	225

1. Einleitung

Die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts kann gewiss als Zeitalter der Mikroelektronik bezeichnet werden: Die Entwicklung des Transistors und der integrierten Schaltkreise, eine effiziente Realisierung der digitalen Logik und die darauf basierenden Informationstechnologien führten innerhalb von nur wenigen Jahrzehnten zur „digitalen Revolution“, die viele Bereiche des täglichen Lebens entscheidend veränderte. Aufgrund ihrer rasanten Weiterentwicklung stößt jedoch die moderne Mikroelektronik zunehmend auf prinzipielle physikalische Grenzen. So sind die bereits seit ca. 2004 stagnierenden Taktraten auf zahlreiche Skaleneffekte, insbesondere die Wärmeentwicklung, zurückzuführen. Auch das Potential der Miniaturisierung könnte bereits in wenigen Jahren vollständig erschöpft sein: Es wird erwartet, dass der erst 2017 eingeführte 10 nm Technologieprozess der Chipherstellung bereits bis 2020 auf ca. 5 nm verfeinert wird — eine durch den Tunneleffekt bedingte Grenze für konventionelle Halbleiterkomponenten [1][2]. Die aktuell verfolgte Parallelisierung kann höchstens als eine temporäre Lösung angesehen werden, während die Notwendigkeit eines wegweisenden technologischen Durchbruchs immer deutlicher wird.

Obwohl der Spin des Elektrons bereits 1925 entdeckt wurde und einen potentiellen Freiheitsgrad darstellt, nutzen alle mikroelektrischen Komponenten vom ersten Transistor bis zu den modernen Hochleistungsprozessoren für die Informationsübertragung lediglich die elektrische Ladung. Dabei verspricht die *Spintronik* bei Realisierung und ausreichender Kontrolle von spinpolarisierten Strömen sowohl eine schnellere und effizientere Alternative zum Ladungstransport als auch die Möglichkeit, durch Kombination beider Freiheitsgrade gar eine revolutionäre, mehrwertige Logik zu realisieren [3]. Während sich der Begriff „Spintronik“ erst am Ende des 20. Jahrhunderts etabliert hat, beginnt ihre Geschichte als eigenständiges Wissenschaftsgebiet schon deutlich früher. So wurde die Konzeption des spinpolarisierten Stroms bereits 1936 von Mott eingeführt [4]. Nicht selten wird als Geburtsstunde der Spintronik gar die Entdeckung des anisotropen magnetoresistiven Effekts (AMR) durch Thomson im Jahr 1857 betrachtet [5]. Zu den späteren Meilensteinen zählen die Entdeckungen des magnetischen Tunnelwiderstands (TMR) 1975 [6] sowie des Riesenmagnetowiderstands (GMR) 1988 [7][8]. Beide Effekte finden in der Informationsspeicherung

breite Anwendung, beispielsweise in Form von Magnetfeldsensoren in Festplatten-Leseköpfen oder im vielversprechenden magneto-resistiven Speicher (MRAM).

Eine der wichtigsten Zielsetzungen der modernen Spintronik ist die Integration magnetischer Systeme in die halbleiter-basierte Mikroelektronik. So besteht eine der bekanntesten aktuellen Herausforderungen [9][10] in einer (wirtschaftlichen) Umsetzung des von Datta und Das 1990 vorgeschlagenen Spin-Transistors [11]. Eine im Hinblick darauf interessante Materialklasse stellen die in den 90er Jahren entdeckten verdünnt-magnetischen Halbleiter (DMS) dar: Sie sind in vielerlei Hinsicht den gewöhnlichen Halbleitern ähnlich — insbesondere weisen sie, anders als magnetische Metalle, die für viele Anwendungen unerlässliche Energielücke auf. Gleichzeitig erlaubt die Anwesenheit magnetischer Ionen gezielte Untersuchungen ihres Wechselspiels mit dem elektrischen Transport. So resultiert die sp-d-Austauschwechselwirkung zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten und beweglichen Elektronen in einer Riesen-Zeeman-Aufspaltung, welche die Beobachtung einer Reihe magnetischer Phänomene aber auch eine Realisierung des spinpolarisierten Transports erlaubt. Bei sehr tiefen Temperaturen manifestieren sich Korrelationseffekte zwischen Mn-Spins in Form einer gemischten, spinglass-ähnlichen magnetischen Phase.

Um das tatsächliche Potential solcher Materialsysteme für die Implementierung von realen Spintronik-Anwendungen zu evaluieren, ist es unabdingbar, Grundlagenforschung an geeigneten Vertretern der DMS-Familie zu betreiben. So beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit umfangreichen und vielseitigen Untersuchungen des elektrischen Transports im verdünnt-magnetischen CdMnTe im Kontext des Einflusses magnetischer Ionen. Obwohl die mittlerweile ausgereiften Wachstumsprozesse eine herausragende Qualität bei flexibler Anpassung der Materialzusammensetzung erlauben, erweist sich weitere Prozessierung von CdMnTe als schwieriges Unterfangen: Das Material reagiert sehr sensibel auf gängige Strukturierungsverfahren, insbesondere aber auf jegliche Wärmeeinwirkung, und degradiert mit nahezu jedem zusätzlichen Prozessschritt. Dies erschwert erheblich die praktische Umsetzung vieler Experimente, die in anderen Materialsystemen selbstverständlich sind, bzw. erfordert ein Ausweichen auf schonendere Prozesse sowie ihre signifikante Optimierung. Speziell im Fall des zweidimensionalen Elektronengases stellt zudem die elektrische Ankontaktierung des unterhalb der Materialoberfläche liegenden leitenden Kanals eine besondere Herausforderung dar. Überwindet man jedoch diese technologische Schwelle, so weist CdMnTe eine ganze Reihe von bemerkenswerten magnetischen Transporteffekten auf. Als nicht-magnetische Referenz wird zusätzlich HgTe herangezogen, welches in den letzten Jahren vor Allem durch Entdeckung des topologischen Isolators be-

kannt geworden ist [12]. Aufgrund des für beide Materialsysteme nahezu identischen Herstellungsprozesses wird eine Differenzierung zwischen magnetischen und materialspezifischen Transportphänomenen möglich.

Die Arbeit ist wie folgt strukturiert: In **Kapitel 2** werden als Erstes die beiden verwendeten Materialsysteme CdMnTe und HgTe kurz vorgestellt, wobei die magnetischen Eigenschaften von CdMnTe entsprechend dem Schwerpunkt der Untersuchungen etwas ausführlicher diskutiert werden. Eine Grundlage für das Verständnis der untersuchten Phänomene schafft **Kapitel 3** in Form einer Einführung in den zweidimensionalen Transport sowie eines kompakten Überblicks über die relevanten quantenmechanischen Effekte. Da die Probenherstellung und 2DEG-Ankontaktierung eine essentielle Rolle für die erfolgreiche Beobachtung dieser Effekte spielen, werden in **Kapitel 4** die wichtigsten Entscheidungen der kontinuierlichen Prozessentwicklung sehr detailliert erläutert. In **Kapitel 5** werden das verwendete Kryostatsystem und die relevanten Aspekte des Messaufbaus vorgestellt. **Kapitel 6** widmet sich einer ganzen Reihe verschiedener Transportphänomene in CdMnTe: Den Ausgangspunkt bilden eine grundlegende Materialcharakterisierung (6.1) sowie eine Diskussion der festgestellten Transportanomalien (6.2). Darauf folgend wird die Wirkung der magnetischen Ionen auf das Zustandekommen einiger Quanteninterferenzeffekte untersucht (6.3). Eine ausführliche Diskussion zweier auf der sp-d-Austauschwechselwirkung basierenden Effekte (6.4, 6.5) bietet Einblicke in die stark modifizierte Energielandschaft eines DMS und erlaubt außerdem eine direkte, quantitative Beschreibung der gemischten magnetischen Phase. Anschließend wird eine bemerkenswerte, in der Fachliteratur bisher nicht beschriebene Abweichung des beobachteten Quantehalleffekts vom theoretischen Verhalten vorgestellt und analysiert (6.6). Abgeschlossen wird das Kapitel durch eine ausführliche Diskussion des gebrochenzahligen Quantenhalleffekts (6.7). **Kapitel 7** beschäftigt sich mit Quanteninterferenzeffekten im nicht-magnetischen Referenzsystem HgTe. Die Ergebnisse der Arbeit werden in **Kapitel 8** zusammengefasst. Im **Anhang A** findet sich eine detaillierte Prozessliste der Probenherstellung.

2. Materialeigenschaften

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden zwei recht unterschiedliche Materialsysteme untersucht: verdünntmagnetisches CdMnTe und nicht-magnetisches HgTe. In diesem Kapitel werden die grundlegenden Eigenschaften der beiden Materialien kurz erläutert. Entsprechend dem generellen Schwerpunkt der durchgeführten Untersuchungen werden speziell die komplexen magnetischen Eigenschaften von CdMnTe ausführlich diskutiert: Die Anwesenheit von magnetischen Mn-Ionen hat beträchtlichen Einfluss auf das Transportverhalten des Materials bei tiefen Temperaturen und resultiert in einer Reihe von nicht-trivialen quantenmechanischen Erscheinungen.

2.1. CdMnTe

CdMnTe ist ein verdünntmagnetischer II-VI-Halbleiter (DMS, diluted magnetic semiconductor) auf Basis von CdTe, bei dem ein Teil x des II-Gitters (Cd) durch magnetische Mangan-Atome ersetzt ist. Er gehört zur Familie der ternären Verbindungen $A_{1-x}^{II}Mn_xB^{VI}$, die aufgrund ihrer Eigenschaften großes Interesse genießen [13]: Die Materialzusammensetzung lässt sich über x in einem großen Bereich variieren, wodurch Gitter- und Bandstruktur gezielt beeinflusst werden können. Zugleich tritt aufgrund der Anwesenheit von magnetischen Ionen sowie ihrer zufälligen Verteilung eine Reihe von wichtigen magnetischen Phänomenen in Erscheinung. Von großer Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist außerdem die Austauschwechselwirkung zwischen sp -Bandelektronen des Halbleiters und den d -Elektronen der magnetischen Ionen: Sie resultiert in sehr großer Zeeman-Aufspaltung und Verstärkung der spinabhängigen Eigenschaften.

Im Weiteren werden zunächst die grundlegenden Materialeigenschaften von CdMnTe vorgestellt. Anschließend wird ein Überblick über prinzipielle magnetische Eigenschaften in verschiedenen Regimes gegeben. Die sp - d Austauschwechselwirkung wird gesondert im Abschnitt 3.3 diskutiert, da eine quantenmechanische Behandlung zweidimensionaler Systeme vorausgesetzt wird.

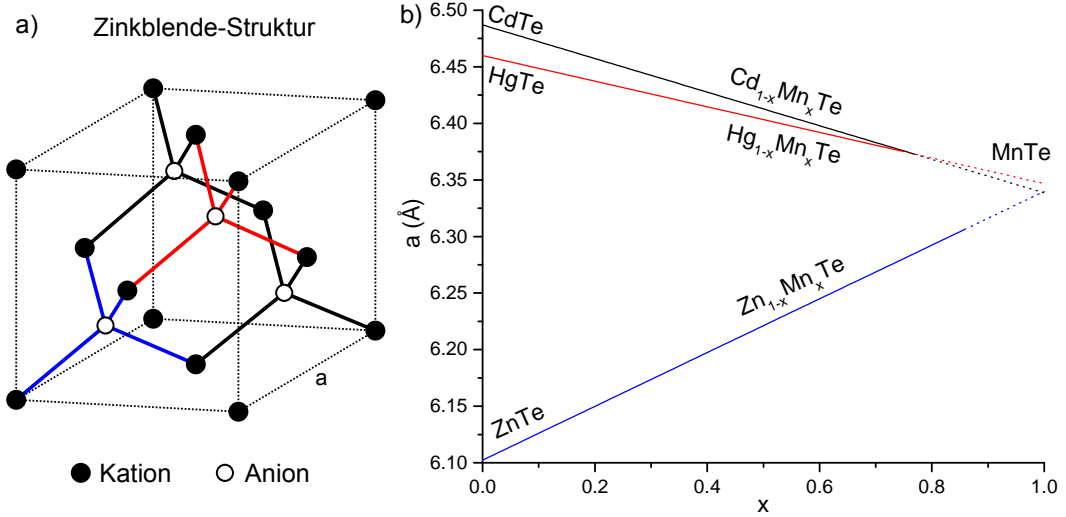


Abbildung 2.1: a) Einheitszelle der Zinkblende-Struktur (angepasst nach [14]) mit vier tetraedrischen sp^3 -Bindungen. b) Gitterkonstanten der Telluride-DMS $A_{1-x}^{II}\text{Mn}_x\text{Te}$ in Abhängigkeit von der Mn-Konzentration x .

2.1.1. Kristallstruktur und -eigenschaften

Reguläres CdTe kristallisiert in der Zinkblendestruktur, an der tetraedrischen sp^3 -Bindung nehmen dabei jeweils 2 Cd- und 6 Te-Valenzelektronen teil (Abb. 2.1a). Mn-Ionen, die Gitterpositionen von Cd-Atomen einnehmen, weisen jedoch eine halbgefüllte äußere $3d^5$ -Schale auf. Gerade diese Anordnung ist aber aufgrund der parallelen Ausrichtung aller fünf Spins sehr stabil, so dass sich bei Substitution stattdessen die $4s^2$ -Elektronen an der Bindung beteiligen. Bemerkenswerterweise bleibt dabei die Zinkblendestruktur bis zu einem Mn-Anteil von ca. 77% erhalten. Erst bei noch höherer Mn-Konzentration wird die Legierung zunehmend inhomogen, da sich MnTe-Cluster mit abweichender NiAs-Kristallstruktur bilden.

Zwecks der Bestimmung der Gitterkonstante a_{CdMnTe} kann CdMnTe als binäre Legierung von reinem CdTe und dem hypothetischen MnTe in Zinkblendenstruktur betrachtet werden. Letzteres existiert zwar nicht, eine Extrapolation der $a(x)$ -Abhängigkeit anderer $A_{1-x}^{II}\text{Mn}_x\text{Te}$ zu $x = 1$ liefert jedoch einen konsistenten Wert für a_{MnTe} [15] (Abb. 2.1b). Damit folgt a_{CdMnTe} der Vegard'schen Regel:

$$a_{\text{CdMnTe}} = (1 - x) \cdot a_{\text{CdTe}} + x \cdot a_{\text{MnTe}} = (0.648 - 0.015 \cdot x) [\text{nm}]. \quad (2.1)$$

Es sei betont, dass a_{CdMnTe} eine *durchschnittliche* Gitterkonstante ist, abhängig vom ebenso durchschnittlichen x des Materials. Diese makroskopische Sichtweise ent-

spricht der Virtual-Crystal-Näherung¹ [13]: Es wird ein perfektes Zinkblende-Gitter mit teilweise durch Mn-Ionen substituierten Cd-Atomen an *exakt gleichen* Gitterplätzen und räumlich konstantem $a(x)$ betrachtet — d. h. für CdTe- und MnTe-Bindungen wird eine identische Bindungslänge angenommen. Auf mikroskopischer Skala ist jedoch das Gegenteil der Fall: Die normalen Bindungslängen bleiben praktisch unverändert erhalten, stattdessen passen sich die Untergitter je nach Kation lokal an, so dass die Gitterkonstante räumlich variiert. Die veränderliche Bindungsgeometrie wirkt sich insbesondere auf magnetische Eigenschaften aus (s. 2.1.3).

Eine wichtige Rolle für die Prozessentwicklung spielt die hohe Temperaturempfindlichkeit von CdTe bzw. CdMnTe: Wird das Material Temperaturen über ca. 160°C ausgesetzt, so entstehen Cd-Vakantstellen und komplexe Verbindungen werden gebrochen — bei verringerter Resistivität werden dabei zugleich Einfangprozesse verstärkt [16]. Dies ist insbesondere in Anbetracht der erheblich höheren Wachstumstemperaturen im MBE-Prozess von CdMnTe bemerkenswert — Mn-Ionen werden beispielsweise bei Temperaturen über 700°C inkorporiert, ohne dass eine signifikante Degradierung des Materials gegenüber CdTe festgestellt werden kann. Bei der Probenstrukturierung können sehr kurze, wärmeintensive Prozesse tatsächlich gezielt zum Annealen von Kontakten (s. 4.3.3) oder Ausheilen von Defekten eingesetzt werden. Als sichere Obergrenze bei längeren Wärmeeinwirkungen erweist sich aber in der Praxis eine Temperatur von 100°C.

2.1.2. Bandstruktur ohne Magnetfeld

Neben der Kristallstruktur erben $A_{1-x}^{II}Mn_xB^{VI}$ -Legierungen von $A^{II}B^{VI}$ -Verbindungen auch die in Abb. 2.2a dargestellte Bandstruktur: Der prinzipielle Verlauf der sp -Bänder bleibt gleich und weist eine direkte Bandlücke am Γ -Punkt auf. Mit steigender Mn-Konzentration x erfolgt eine fließende Transformation in die Bandstruktur der hypothetischen tetraedrischen MnB^{VI} -Verbindung, die mithilfe von gängigen Bandstrukturmodellen simuliert werden kann. Zwecks der Bestimmung der Bandparameter kann dabei für die Transformation in guter Näherung eine lineare Abhängigkeit von x angenommen werden. Für die Größe der Bandlücke folgt damit

$$E_g(x) = (1 - x)E_g(0) + x \cdot E_g(1), \quad (2.2)$$

¹virtual crystal approximation (VCA)

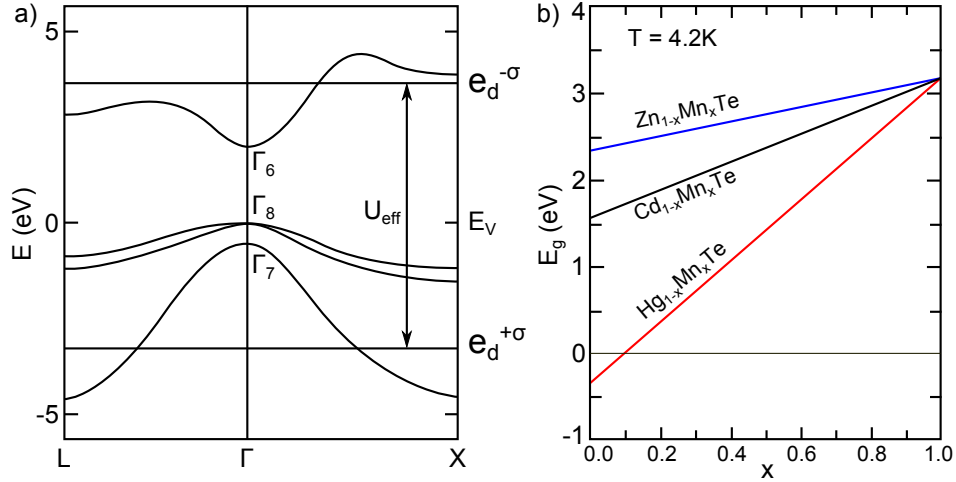


Abbildung 2.2: a) Schematische Bandstruktur von $A_{1-x}^{II}Mn_xB^{VI}$ -Legierungen. Ohne äußeres Magnetfeld sind die Mn-Energieniveaus $e_d^{+\sigma}$ (besetzt) und $e_d^{-\sigma}$ (unbesetzt) der Bandstruktur einfach überlagert, die Energiedifferenz U_{eff} beträgt ca. 7 eV. Weitere Aufspaltung dieser Niveaus im Kristallfeld sowie ihre Verbreiterung aufgrund der p-d-Hybridisierung sind auf der dargestellten Energieskala nicht auflösbar. b) Energielücke E_g von $CdMnTe$ und verwandten Legierungen in Abhängigkeit von der Mn-Konzentration x bei $T = 4.2$ K. (Beides angepasst aus [13])

wobei $E_g(0)$ und $E_g(1)$ die (temperaturabhängigen) Bandlücken für $x = 0$ bzw. $x = 1$ sind. Die Bandlücke von $Cd_{1-x}Mn_xTe$ bei $T = 4.2$ K skaliert wie folgt:

$$E_g(x) = 1.606 + 1.594x \text{ [eV]}. \quad (2.3)$$

Die $3d^5$ -Schalen der Mn-Ionen können in Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes unabhängig von der sp -Bandstruktur betrachtet werden. Die dazugehörigen Energieniveaus $e_d^{+\sigma}$ (besetzt) und $e_d^{-\sigma}$ (unbesetzt) sind in Abb. 2.2a eingezeichnet. In realen Systemen sind diese im Kristallfeld aufgespalten und aufgrund der p-d-Hybridisierung verbreitert, die Skala dieser Effekte ist jedoch klein im Vergleich mit der Energiedifferenz der Niveaus $U_{eff} \approx 7$ eV.

In Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes spielen Wechselwirkungen zwischen sp -Bändern und d -Elektronen der Mn-Ionen eine zunehmend große Rolle; die Bandstruktur unterscheidet sich dadurch erheblich von der von $CdTe$. Die grundlegenden magnetischen Eigenschaften werden im folgenden Abschnitt vorgestellt, auf die sp - d -Austauschwechselwirkung zwischen magnetischen Mn-Ionen wird im Abschnitt 3.3 eingegangen.

2.1.3. Magnetische Eigenschaften

Die magnetischen Eigenschaften von CdMnTe beruhen auf der Anwesenheit von Mn^{2+} -Ionen. Diese können, abhängig vom Mn-Anteil x sowie von der Temperatur, mittels verschiedener, im Weiteren vorgestellter Mechanismen wechselwirken. Das Wechselspiel dieser Mechanismen definiert die resultierende Zusammensetzung der magnetischen Phase (Abb. 2.3a), wobei ein gemischter Zustand auch aufgrund der zufälligen Verteilung der Ionen im Material vorliegen kann.

Bei sehr geringer Mn-Konzentration ($x < 0.01$, *dilute limit*) können Mn-Ionen zunächst als isoliert und unabhängig betrachtet werden, wodurch das Material als einfacher Paramagnet beschrieben werden kann. Bei geringfügiger Erhöhung von x steigt jedoch aufgrund der zufälligen Ionenverteilung die Wahrscheinlichkeit an, kleine Gruppen (Cluster) nah beieinander liegender Ionen zu finden. Diese können nun wechselwirken, wobei als dominierender Mechanismus von Larson *et al.* der sog. *Superaustausch* (superexchange) identifiziert wurde [17]: Die Kopplung der magnetischen Mn^{2+} -Kationen erfolgt nicht direkt, sondern wird durch nicht-magnetische Te^{2-} -Anionen vermittelt. Abhängig von der Elektronenkonfiguration und der Anordnung der Ionen kann der Superaustausch prinzipiell ferromagnetisch oder antiferromagnetisch sein, wobei primär direkt benachbarte, aber im geringeren Maße auch weiter weg liegende Ionen zur Wechselwirkung beitragen. Im Falle von CdMnTe führen die halb-besetzten Schalen der Mn-Ionen in Kombination mit dem Pauli-Prinzip zu einer starken antiferromagnetischen Kopplung. Das Austauschintegral für direkt benachbarte Ionen J_1 beträgt -6.9 K (aus Untersuchungen der magnetischen Suszeptibilität) [18] bzw. -6.7 K (aus inelastischer Neutronenstreuung) [19].

Bei weiterer Erhöhung der Mn-Konzentration spielen zunehmend große Gruppen jeweils benachbarter Mn-Ionen eine Rolle. Bei Überschreitung der sog. *Perkolationsgrenze* von $x \approx 0.17$ können schließlich beliebig große Cluster entstehen und das Material geht in eine spinglas-ähnliche Phase (SG) über — einen magnetisch ungeordneten Zustand mit „eingefrorenen“ Spins [20]. Bei sehr hoher Mn-Konzentration, $x > 0.6$, befindet sich ein Teil der Ionen in der antiferromagnetischen (AF) Phase, wodurch ein gemischter Zustand (SG+AF) vorliegt.

Bei sehr tiefen Temperaturen zeigt CdMnTe ein SG-ähnliches Verhalten auch weit unterhalb der Perkolationsgrenze, trotz der kurzen Reichweite der antiferromagnetischen Wechselwirkung. Für die verwendeten Proben mit $x \leq 0.05$ sowie typische Temperaturen im Bereich < 50 mK sind gerade dieser Bereich und die genaue Position des Phasenübergangs von der paramagnetischen in die SG-ähnliche bzw. gemischte

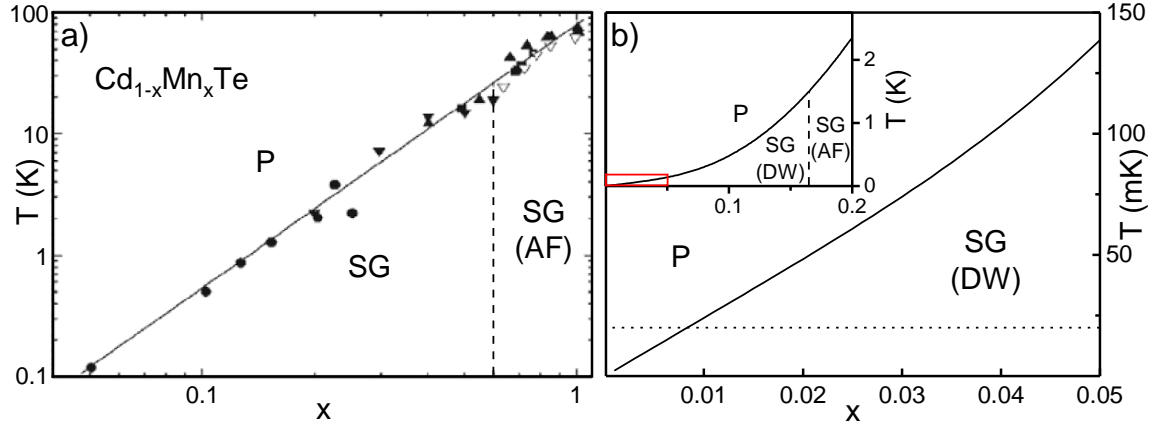


Abbildung 2.3: a) Phasendiagramm von CdMnTe in doppelt-logarithmischer Skala (P = paramagnetisch, SG = Spin-Glas, AF = antiferromagnetisch). Punkte markieren experimentell bestimmte Phasenübergänge aus verschiedenen Quellen (angepasst aus [21]). b) Temperatur des Spin-Glas-Phasenübergangs T_g in Abhängigkeit von Mn-Konzentration x unter Berücksichtigung der Dipolwechselwirkung (DW) nach Gl. 2.4. Punktierte Linie markiert die mit dem verwendeten Mischkryostat erreichbare Basistemperatur von ca. 20 mK.

Phase von großer Bedeutung. Als möglichen Mechanismus, der für die Einfrierung der Spins bei kleinen x verantwortlich sein könnte, haben Novak *et al.* eine Dipolwechselwirkung zwischen weiter voneinander entfernten Ionen bzw. Ionengruppen vorgeschlagen [22]. Die Übergangstemperatur T_g lässt sich schreiben als:

$$T_g(x) = Ax + Bx \exp[-\alpha(x)x^{-1/3}], \quad \alpha(x) = 2.8\sqrt{E_g(x)}. \quad (2.4)$$

Die materialabhängigen Parameter $A^{\text{CdMnTe}} = 2.4$ K und $B^{\text{CdMnTe}} = 7200$ K hängen mit der Dipol- bzw. AF-Wechselwirkung zusammen, der Dämpfungsterm $\alpha(x)$ beinhaltet die Bandlücke $E_g(x)$ aus (2.3). Der Verlauf von T_g für $x < 0.2$ ist in Abb. 2.3b dargestellt.

Paramagnetische Phase

Für die meisten verwendeten CdMnTe -Proben gilt $x \leq 0.01$, wodurch auch bei sehr tiefen Temperaturen lediglich die paramagnetische Phase sowie der Superaustausch in Frage kommen. Betrachtet man zunächst isolierte Mn-Spins, so lässt sich die Magnetisierung M in Abhängigkeit vom mittleren Spin pro Mn-Gitterplatz $\langle S_z \rangle$ schreiben

als [13]

$$M = -xN_0g\mu_B \langle S_z \rangle = xN_0g\mu_B SB_S \left(\frac{g\mu_B SB}{k_B T} \right). \quad (2.5)$$

Dabei ist N_0 die Anzahl der Kationen pro Volumeneinheit, g der Landé-Faktor, μ_B das Bohr'sche Magneton, $S = 5/2$ der Spin der Mn^{2+} -Ionen, T die Temperatur, k_B die Boltzmann-Konstante und B das angelegte Magnetfeld. Die Brillouin-Funktion B_J für $J = S$ (nur Spin-Quantenzahl) ist gegeben durch

$$B_S(x) = \frac{2S+1}{2S} \coth \left(\frac{2S+1}{2S} x \right) - \frac{1}{2S} \coth \left(\frac{1}{2S} x \right). \quad (2.6)$$

Für schwache Magnetfelder bzw. hohe Temperaturen ist B_S und damit M linear in B , die magnetische Suszeptibilität folgt dem Curie-Gesetz:

$$\chi = \frac{C_0 x}{T}, \quad C_0 = N_0 \frac{S(S+1)(g\mu_B)^2}{3k_B}. \quad (2.7)$$

Bei höheren Mn-Konzentrationen x reduziert jedoch die antiferromagnetische Wechselwirkung zwischen Mn-Ionen zunehmend die Magnetisierung, so dass diese nicht mehr durch die obige Brillouin-Funktion beschrieben werden kann. Bei ausreichend hohen Temperaturen, bei denen eine paramagnetische Phase trotz hohem x vorliegt, wird die magnetische Suszeptibilität nun durch das Curie-Weiss-Gesetz beschrieben:

$$\chi = \frac{C_0 x}{T - \theta_0}, \quad \theta_0 = -\frac{2S(S+1)ZJ_1}{3k_B}, \quad (2.8)$$

wobei $Z = 12$ die Anzahl der direkten Mn-Nachbarn für die Zinkblendestruktur angibt.

Um die Gültigkeit der Gl. 2.5 auf Systeme mit Mn-Mn-Wechselwirkung bzw. einer höherer Mn-Konzentration x zu erweitern, haben Gaj *et al.* [23] eine empirische Korrektur in Form der effektiven Mn-Konzentration x_{eff} und Temperatur T_{eff} vorgeschlagen:

$$M = x_{\text{eff}} N_0 g \mu_B S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{\text{eff}}} \right). \quad (2.9)$$

Aufgrund des starken antiferromagnetischen Superaustauschs sind Spins vieler direkter Mn-Nachbarn bei niedrigen Temperaturen zu antiparalleler Ausrichtung gezwungen [24] — damit können sie nicht zur Magnetisierung beitragen und es gilt $x_{\text{eff}} < x$. Eine höhere effektive Temperatur $T_{\text{eff}} > T$ ist die Folge der antiferromagnetischen Austauschwechselwirkung zwischen weiter entfernten Ionen.

Nach Gaj *et al.* hängt die Korrektur T_{eff} wie folgt von x ab [25]:

$$T_{\text{eff}} = T + \frac{aE_x}{1 + bE_x}, \quad \text{mit } E_x = 1563 \cdot x \quad (2.10)$$

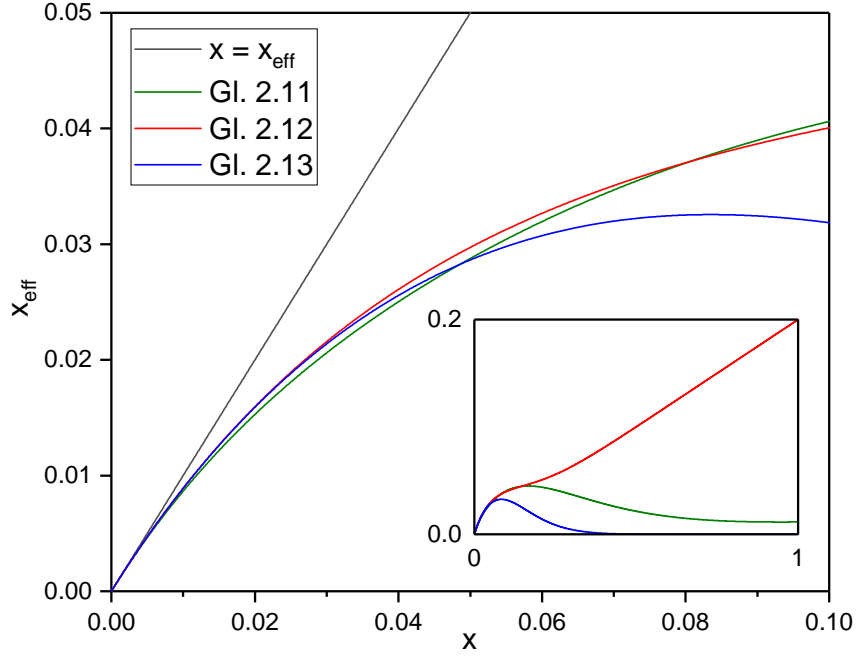


Abbildung 2.4: Zusammenhang zwischen effektivem und tatsächlichem Mn-Gehalt $x_{\text{eff}}(x)$ gemäß Gl. 2.11–2.13. Inset illustriert die eingeschränkte Anwendbarkeit bei hohen Mn-Konzentrationen.

und empirischen Parametern $a = 0.02263$ und $b = 0.001761$. Für die Berechnung des effektiven Mangangehalts x_{eff} aus x findet man in der Literatur unterschiedliche Formeln. Die kompakte Form aus [24],

$$x_{\text{eff}} = x \left(0.26e^{-43.3x} + 0.73e^{-6.2x} + 0.01 \right), \quad (2.11)$$

eignet sich gut für numerische Lösungsverfahren. Die etwas unhandlichere Alternative [26] schätzt Ober- und Untergrenze für x_{eff} ab:

$$x_{\text{eff}}^{\text{max}} = x \left(P_1 + \frac{P_3}{3} + \frac{P_4}{15} + \frac{1 - P_1 - P_2 - P_3 - P_4}{5} \right) \quad (2.12)$$

$$x_{\text{eff}}^{\text{min}} = x \left(P_1 + \frac{P_3}{3} \right) \quad (2.13)$$

mit

$$\begin{aligned} P_1 &= (1 - x)^{12} \\ P_2 &= 12x(1 - x)^{18} \\ P_3 &= 18x^2(1 - x)^{23}(7 - 5x) \\ P_4 &= 24x^2(1 - x)^{22}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

In Abb. 2.4 sind die Abhängigkeiten des effektiven Mn-Gehalts gemäß Gl. 2.11–2.13 ohne Berücksichtigung der Austauschwechselwirkung dargestellt. Im Bereich $x \leq 5\%$, der für sämtliche verwendete CdMnTe-Proben relevant ist, liefern alle drei Ansätze nahezu identische Werte x_{eff} .

Spinglas-ähnliche Phase

Wie Inset der Abb. 2.3b zeigt, können Proben mit $x > 0.01$ beim Abkühlen auf typische Messtemperaturen von 20–25 mK eine spinglas-ähnliche Phase aufweisen. Als Spinglas (SG) wird ein ungeordnetes magnetisches System mit Frustration bezeichnet: Konkurrierende Wechselwirkungen mit entgegengesetzten Vorzeichen (z. B. ferro- und antiferromagnetisch) führen dazu, dass der Spinzustand mit niedrigster Energie nicht erreicht werden kann. Stattdessen besitzt das System eine Großzahl metastabiler Zustände (lokaler Energieminima) und wechselt zwischen diesen, beispielsweise beim Anlegen eines äußeren Magnetfeldes, aber auch stationär.

Obwohl CdMnTe und andere DMS bei tiefen Temperaturen viele für Spingläser typischen Eigenschaften zeigen, ist eine strikte Zuordnung umstritten und man spricht meist von „spinglas-ähnlichem Zustand“ [20]: Zum einen ist das Kriterium der Konkurrenz zweier entgegengesetzter Wechselwirkungen nicht erfüllt — sowohl direkt benachbarte als auch weiter entfernte Mn-Ionen interagieren antiferromagnetisch. Zum anderen lässt die Existenz der SG-ähnlichen Phase weit unterhalb der Perkolationsgrenze Zweifel an Frustration als Hauptmechanismus für Spinglas-Entstehung aufkommen [13].

Einen Einblick in die magnetische Ordnung der DMS erlaubt Neutronenstreuung — Neutronen besitzen ein magnetisches Moment und werden an magnetischen Ionen gestreut. Breite Spitzen in winkelabhängigen Streumessungen deuten bei allen untersuchten DMS auf die Existenz einer kurzreichweitigen² antiferromagnetischen Typ-III-Ordnung (AFM-III) hin [28][27][29]: Es bilden sich kleine Cluster aus benachbarten spin-korrelierten Mn-Ionen. Die AFM-III-Ordnung ist bei tiefen Temperaturen am stärksten ausgeprägt, die charakteristische Korrelationslänge steigt beim Abkühlen zunächst an, sättigt jedoch unterhalb der Übergangstemperatur T_g . Bei höheren Temperaturen verbreitern sich die Streuspitzen, was auf Verringerung der Clustergröße hinweist. Über den genauen mikroskopischen Mechanismus der Clusterentstehung ist bis heute wenig bekannt, dennoch kann folgendes einfaches empirisches Modell, in Abb. 2.5 skizziert, viele der beobachteten Phänomenen plausibel

²für CdMnTe ca. 160 Å [27]

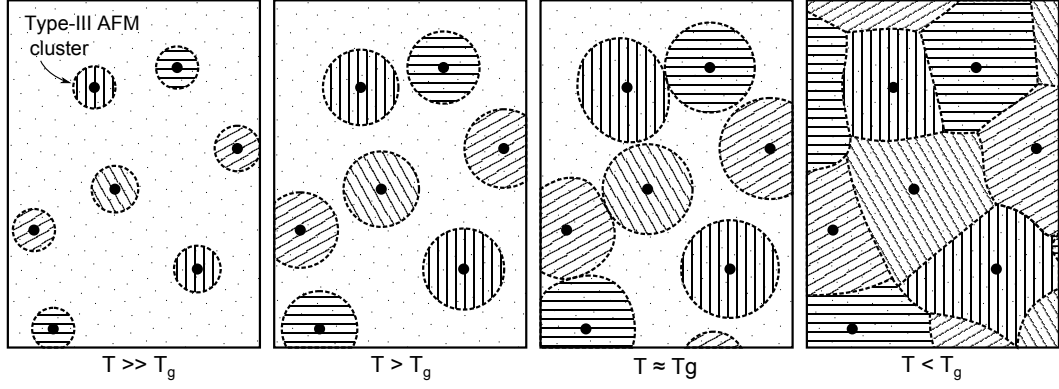


Abbildung 2.5: Empirisches Bild der Entstehung von Clustern mit AFM-III-Ordnung. (Angepasst aus [13])

erklären [13]: Als Ausgangspunkt für die Clusterbildung werden lokale Fluktuationen der Spinverteilung vermutet, die auf zufällige Verteilung der Mn-Ionen in DMS zurückzuführen sind. Dieser Prozess kann auch bei Temperaturen weit oberhalb der Übergangstemperatur T_g stattfinden, jedoch ist die Anzahl der AFM-III-Cluster bzw. ihr Volumenanteil zunächst vernachlässigbar gering. Mit sinkender Temperatur steigt die Korrelationslänge, die Cluster werden größer und berühren sich schließlich. Die entspricht in etwa der Übergangstemperatur T_g — in ihrer Nähe koexistieren Cluster und unabhängige Spins [30]. Ab diesem Punkt wird das Wachstum von benachbarten Clustern erst eingeschränkt und dann komplett blockiert — diese Vorstellung ist konsistent mit der beobachteten Sättigung der Korrelationslänge. Die benachbarten Cluster sind auch magnetisch miteinander gekuppelt und können deshalb nicht unabhängig auf ein äußeres Magnetfeld reagieren. Dieses Bild erklärt sowohl die Existenz des Phasenübergangs als auch die Abhängigkeit der Temperatur T_g vom Mn-Anteil x (Clusterdichte) und der Wechselwirkungsstärke J_1 (Clustergröße).

Charakteristisch für Spingläser ist das signifikant vom Curie-(Weiss-)Gesetz abweichende, zeitabhängige Verhalten der Magnetisierung [31]: Wird das Material in Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes auf $T < T_g$ abgekühlt, so bleibt die Magnetisierung zunächst annähernd konstant — die Spins sind entsprechend ihrer Ausrichtung im Feld in Clustern „eingefroren“, man spricht von feld-gekühlter Magnetisierung M^{FC} (field-cooled). Beim Abschalten des Feldes fällt die Magnetisierung rapide auf einen Remanenzwert und nimmt dann sehr langsam ab. Dieser Prozess hängt nicht-trivial von der Zeit ab, vermutlich wird dabei eine Reihe von metastabilen Zuständen

durchlaufen³. Wird das Material dagegen erst *nach* dem Abkühlen auf $T < T_g$ in äußeres Magnetfeld gebracht, so steigt die Magnetisierung erst schnell auf einen Wert $M^{ZFC} < M^{FC}$ an, genannt nullfeld-gekühlte Magnetisierung (zero-field cooled), und nähert sich dann langsam dem FC-Wert an — nur ein Teil der in Clustern „eingefrorenen“ Spins kann sofort ausgerichtet werden, die restlichen folgen verzögert über metastabile Zustände. Bei Magnetotransportmessungen äußert sich die „unwillige“ Reaktion der Spins auf externes Magnetfeld in Remanenzerscheinungen und Irreversibilität von magnetischen Sweeps: Jeder momentane magnetische Zustand wird entscheidend durch seine Vorgeschichte geprägt und lässt sich i. A. nicht durch zyklische Parameteränderung reproduzieren.

Das beschriebene Modell der Clusterdynamik, das von langlebigen Clustern ausgeht, die zwischen lokalen Energieminima wechseln, wird als *hierarchisches Modell* bezeichnet [32]. Speziell im Bezug auf die SG-ähnliche Phase in CdMnTe ist seine Anwendbarkeit nicht unumstritten. So existiert experimentelle Evidenz für die Gültigkeit des alternativen *Tröpfchenmodells* [33], welches stattdessen von spontaner Entstehung und Vernichtung kompakter, kurzreichweitiger SG-Bereiche („Tröpfchen“ oder Droplets) ausgeht [34].

2.2. HgTe

HgTe ist formell ebenfalls ein II-VI-Verbindungshalbleiter mit direkter Bandlücke, wird jedoch aufgrund seiner verschwindenden Energielücke oft als Halbmetall klassifiziert. Eine weitere Besonderheit von HgTe stellt seine invertierte Bandstruktur dar: Anders als bei meisten anderen II-VI-Halbleitern liegt das p-förmige Γ_8 -Band aufgrund relativistischer Effekte über dem s-förmigen Γ_6 -Band (Abb. 2.6a). Die in Anwesenheit der Spin-Bahn-Kopplung aufgespalteten Γ_8 -Subbänder der leichten (LH) und der schweren Löcher (HH) spielen die Rolle des Leitungsbandes bzw. Valenzbandes, wobei die Bandlücke im Γ -Punkt aufgrund der Entartung verschwindet. Insbesondere „berühren“ sich die Bänder auch bei 0 K, wodurch die Leitfähigkeit nicht Null beträgt. Sie steigt bei Erhöhung der Temperatur, wie bei normalen Halbleitern, aufgrund der zunehmenden Überlappung der Bänder.

HgTe sowie die für die verwendeten Heterostrukturen relevante ternäre Verbindung HgCdTe kristallisieren in der Zinkblendestruktur. Die Gitterkonstante beträgt in

³es ist nicht bekannt, ob Magnetisierung tatsächlich auf Null zurückgeht

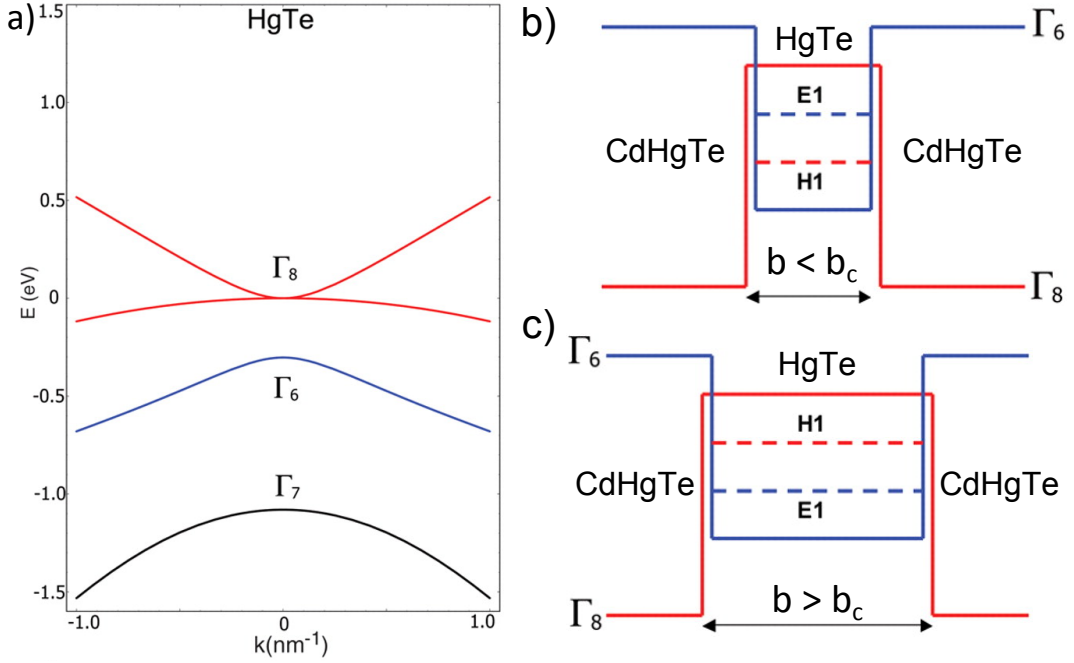


Abbildung 2.6: a) Schematische Bandstruktur von HgTe . b) Normale Bandstruktur bei geringer QW-Breite. c) Invertierte Bandstruktur bei $b \geq 6.4 \text{ nm}$. (Angepasst aus [35])

Abhängigkeit vom Cd-Anteil [36]:

$$a(\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}) = (6.4614 + 0.0084 \cdot x + 0.0168 \cdot x^2 - 0.0057 \cdot x^3) [\text{\AA}]. \quad (2.15)$$

Wird HgTe auf CdTe oder HgCdTe , die geringfügig abweichende Gitterkonstanten aufweisen, aufgewachsen, so öffnet sich durch Verspannung aufgrund der Gitterfehl-anpassung eine kleine Energielücke zwischen LH- und HH-Bändern [37]. Da in dieser keine Zustände bis auf die topologischen Randzustände existieren, lässt sich auf diese Weise ein sog. topologischer Isolator realisieren [12]. Die Kombination der invertierten Bandstruktur von HgTe und der normalen Bandstruktur der HgCdTe -Barrieren kann, abhängig von der Breite des Quantentopfs b , in zwei prinzipiell unterschiedlichen Bandstrukturen im QW-Inneren resultieren: Unterhalb einer kritischen Breite b_c erhält man die gewöhnliche Bandstruktur, ähnlich einem CdTe -Halbleiter (Abb. 2.6b). Bei $b > b_c$ werden dagegen die relativistischen Effekte groß genug, dass die Bandstruktur invertiert wird (Abb. 2.6c). Der theoretische Wert für b_c liegt bei 6.4 nm [35].

Analog zu CdMnTe weist HgTe eine hohe Temperatursensibilität auf, die in allen Strukturierungsprozessen berücksichtigt werden muss. Im Fall von HgTe liegt die

Ursache hierfür in sehr hohem Hg-Dampfdruck (bis 20 atm am maximalen Schmelzpunkt) bei vergleichsweise schwacher Verbindung zwischen Hg- und Te-Gitteratomen [38]. Während bei Wachstumsprozessen höhere Temperaturen durch Kontrolle des Dampfdrucks kompensiert werden können [39][40], kann Hg in Abwesenheit solcher spezieller Bedingungen bereits bei Temperaturen ab ca. 100°C aus dem Kristallgitter entweichen. Problematisch sind höhere Temperaturen auch für Heterostrukturen, die auf einer Kombination von HgTe mit weiteren II-VI-Halbleitern beruhen, z. B. CdTe oder verwandten Legierungen: Die ohnehin rapide Interdiffusion der II-VI-Materialien wird bei Erwärmung zusätzlich beschleunigt und resultiert in Degradierung der, idealerweise, scharfen Grenzflächen [41].

Die Auswirkungen der Belichtung werden in der Fachliteratur vorwiegend im Bezug auf das ternäre HgCdTe bzw. seine Verwendung in Photodetektoren diskutiert [42]. Einige der universell für die gesamte HgTe-Familie gültigen Feststellungen sind aber durchaus für die vorliegende Arbeit relevant. So lässt sich die Ladungsträgerdichte des Materials zwar mittels geeigneter Belichtung signifikant beeinflussen [43], gleichzeitig müssen aber mögliche Nebeneffekte beachtet werden: Reicht nämlich die Photonenenergie für die Anregung aus, so können dadurch erzeugte Ladungen stattdessen in Ladungsfallen an der Materialoberfläche festgehalten werden und damit zur Degradierung der Materialeigenschaften führen [42]. Auch Erzeugung von zusätzlichen Ladungsfallen durch Belichtung selbst ist nicht ausgeschlossen. Diese Defekte können in der Regel bei Temperaturen in der Größenordnung der Raumtemperatur ausgeheilt werden. Hochenergetische Belichtung kann dagegen die Kristallstruktur irreversibel beschädigen: Bei Coulomb-Streuung an Atomen werden letztere von ihren Gitterplätzen verdrängt. Abhängig von der Energie des Rückstoßes können in Kollisionsprozessen mit weiteren Atomen große Defektkomplexe entstehen, die in dauerhafter Verringerung der Ladungsträgerbeweglichkeit sowie -lebensdauer resultieren.

3. Theoretische Grundlagen

Die Komplexität des im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit stehenden, verdünnt-magnetischen Halbleitersystems (DMS) CdMnTe spiegelt sich in einem breiten Spektrum der beobachtbaren Transportphänomene wider, welche ihrerseits eine Auseinandersetzung mit einer Vielzahl relevanter theoretischer Konzepte implizieren. Ausgehend von einer kurzen Einführung in die Grundlagen zweidimensionaler Systeme werden in diesem Kapitel die wichtigsten dieser Konzepte vorgestellt.

3.1. Zweidimensionale Systeme

Ein zweidimensionales Ladungsträgersystem ist dadurch charakterisiert, dass die freie Bewegung von Ladungsträgern auf nur zwei Raumrichtungen eingeschränkt ist, im Weiteren als x - y -Ebene definiert. Dies erfordert ein Einschlusspotential in z -Richtung, welches typischerweise mithilfe von *Heterostrukturen* realisiert wird — einer Abfolge von Halbleitern mit unterschiedlichen Bandlücken. Auf diese Weise lässt sich flexibel eine passende Bandstruktur erzeugen, wobei sich die Stärke des Einschlusspotentials aus der Differenz der Bandlückenenergien ergibt. Befindet sich eine dünne Schicht aus Material A zwischen zwei breiten Schichten aus Material B, so entsteht ein rechteckiges Einschlusspotential — ein klassischer Potentialtopf. Eine weitere Möglichkeit, die Bandstruktur zu beeinflussen, besteht in der geschickten Wahl des Substrats: Während typischerweise Materialien mit möglichst ähnlichen Gitterkonstanten verwendet werden, kann umgekehrt eine Gitterverspannung gezielt zur Modellierung der Bandstruktur eingesetzt werden.

Je nach vorliegendem Ladungsträgersystem wird von einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) oder Lochgas (2DHG) gesprochen. Da es sich bei den beiden untersuchten Materialsystemen um Elektronensysteme handelt, beschränkt sich die folgende Diskussion ausschließlich auf 2DEGs.

3.1.1. Quantenmechanische Beschreibung

Durch das Einschlusspotential sind die Energieeigenwerte E_i in z -Richtung quantisiert; es entstehen also diskrete Energie-Subbänder. In x - und y -Richtung können

sich die Elektronen dagegen weiterhin frei bewegen. Wird statt der freien Elektronenmasse m_e die *effektive Masse* m^* verwendet, die das periodische Gitterpotential berücksichtigt, so kann die zweidimensionale Bewegung in der 2DEG-Ebene durch eine parabolische Dispersionsrelation beschrieben werden. Die Gesamtenergie eines Elektrons im 2DEG ist dabei gegeben durch:

$$E(i, k_x, k_y) = E_i + \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

Im strikten Sinne liegt ein 2DEG nur dann vor, wenn nur das unterste Subband besetzt ist ($i = 0$). Andernfalls wird von einem Quasi-2DEG gesprochen.

Speziell im Fall eines zweidimensionalen Systems mit einer parabolischen Dispersionsrelation hängt die Zustandsdichte nicht von der Energie ab. Folglich ist die Zustandsdichte für alle Subbänder gleich und konstant:

$$D_i(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} = \text{const.} \quad (3.2)$$

Die gesamte Zustandsdichte aller Subbänder $D(E) = \sum D_i(E)$ ist damit stufenförmig.

3.1.2. Klassischer Magnetotransport

Bei schwachen Magnetfeldern kann die elektrische Leitung im Rahmen des klassischen Drude-Modells beschrieben werden: Sowohl Material-Ionen als auch frei bewegliche Elektronen werden als kugelförmige Objekte betrachtet, die ausschließlich mechanisch wechselwirken. Eine angelegte Spannung erzeugt ein elektrisches Feld $\vec{E} = (E_x, 0, 0)$, welches die Elektronen beschleunigt. Ihre Bewegung wird jedoch durch Streuprozesse an Ionen unterbrochen, so dass eine mittlere Driftgeschwindigkeit von

$$\vec{v}_D = -\mu \vec{E} = -\frac{e\tilde{\tau}}{m^*} \vec{E} \quad (3.3)$$

erreicht wird, wobei $\tilde{\tau}$ die mittlere Zeit zwischen zwei Streuprozessen (Impulsrelaxationszeit) und μ die Beweglichkeit der Elektronen bezeichnet. Bei höheren Temperaturen spielt zudem vor allem die Streuung an Phononen eine wichtige Rolle. Beim Abkühlen wird diese zunehmend unterdrückt und kann bei tiefen Temperaturen schließlich vernachlässigt werden. Im mK-Bereich, der für die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen relevant ist, dominiert die Streuung an Defekten.

Die wichtigste Art von Defekten sind die ionisierten Dotieratome: Ladungsträger werden an ihrem Coulomb-Potential gestreut, wodurch sich die Beweglichkeit in dotierten Heterostrukturen signifikant verschlechtert. Eine Möglichkeit, den Einbruch der Beweglichkeit zu mildern, bietet die sog. Modulationsdotierung (modulation remote doping): Durch räumliche Trennung der Dotierschicht vom Quantentopf — oftmals mittels einer zusätzlichen undotierten Materialschicht — wird der Streuquerschnitt erheblich reduziert. Da dabei zugleich die Dotierung „abgeschwächt“ wird, stellt die Wahl der optimalen Dicke der Trennschicht einen Konsens zwischen höherer Beweglichkeit und geringerer Ladungsträgerdichte dar.

Hall-Effekt

Bewegen sich Elektronen in einem externen Magnetfeld \vec{B} , so wirkt auf sie die Lorentz-Kraft und sie werden auf Kreisbahnen mit der Zyklotronfrequenz $\omega_c = eB/m^*$ gelenkt. Solange $\omega_c\tau \ll 1$ gilt, d. h. keine geschlossene Bahn zustande kommt und somit lediglich eine Ablenkung von der ursprünglichen Trajektorie stattfindet, können quantenmechanische Effekte vernachlässigt werden. In diesem Fall behält das Drude-Modell seine Gültigkeit und es gilt die klassische Bewegungsgleichung:

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m^*}{\tau} \vec{v} = -e \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right). \quad (3.4)$$

Für $\vec{B} = (0, 0, B)$ und folglich $\vec{v} = (v_x, v_y, 0)$ sowie unter der Annahme des stationären Zustands $d\vec{v}/dt = 0$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\frac{m^*}{\tau} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = e \begin{pmatrix} E_x + v_y B \\ E_y - v_x B \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Die Lorentz-Kraft wird durch eine zusätzliche Komponente des elektrischen Feldes E_y senkrecht zur Bewegungsrichtung kompensiert. Die resultierende Stromdichte \vec{j} und das elektrische Feld \vec{E} sind also nicht mehr parallel, sondern über den Widerstandstensor ρ miteinander verknüpft:

$$\vec{j} = \rho^{-1} \vec{E} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix}^{-1} \vec{E} \quad (\text{Ohm'sches Gesetz}), \quad (3.6)$$

wobei in isotropen Systemen $\rho_{xx} = \rho_{yy}$ und $\rho_{xy} = -\rho_{yx}$ gilt. Mit $\vec{j} = -en_s \vec{v}$ folgt schließlich für die Komponenten des Widerstandstensors:

$$\rho_{xx} = \frac{m^*}{e^2 n_s \tau} = \frac{1}{e \mu n_s} = \text{const.}, \quad (3.7)$$

$$\rho_{xy} = -\frac{B}{en_s} \propto -B. \quad (3.8)$$

Während also ρ_{xx} konstant ist, steigt ρ_{xy} linear mit B an. Die Steigung der Hallgeraden ist dabei durch die Ladungsträgerdichte n_s definiert. Bei Betrachtung einer typischen Hallbar-Struktur mit Länge L und Breite W lassen sich die Tensorkomponenten in Abhängigkeit vom Längswiderstand R_{xx} und Hall-Widerstand R_{xy} angeben:

$$\rho_{xx} = \frac{U_{xx}}{I} \cdot \frac{W}{L} = R_{xx} \cdot \frac{W}{L}, \quad (3.9)$$

$$\rho_{xy} = \frac{U_{xy}}{I} = R_{xy}. \quad (3.10)$$

Diese Ausdrücke verknüpfen die Ladungsträgerdichte n_s und die Beweglichkeit μ mit direkt messbaren Größen:

$$n_s = -\frac{1}{e(dR_{xy}/dB)}, \quad (3.11)$$

$$\mu = \frac{1}{R_{xx}^{B=0} e n_s} \cdot \frac{L}{W} = \frac{(dR_{xy}/dB)}{R_{xx}^{B=0}} \cdot \frac{L}{W}. \quad (3.12)$$

Folglich kann aus der Steigung des Hall-Magnetowiderstands die Ladungsträgerdichte n_s bestimmt werden. Anschließend wird mit diesem Wert und dem Nullfeldwiderstand $R_{xx}^{B=0}$ die Beweglichkeit μ berechnet. Die Kenntnis der beiden Größen ist für die Charakterisierung der Proben von essentieller Bedeutung.

3.2. Quantenhalleffekte

Bei starken Magnetfeldern können Phänomene beobachtet werden, die vom klassischen Drude-Modell nicht mehr erklärt werden können. Dazu gehören die sog. *Schubnikow-de-Haas-Oszillationen* [44] im Längswiderstand ρ_{xx} sowie *Quantenhall-Plateaus* im ρ_{xy} -Signal — beide Effekte werden im Weiteren vorgestellt. Für große B gilt $\omega_c \tau > 1$. Demnach durchlaufen die Elektronen zwischen zwei Streuereignissen dieselbe Kreisbahn mehrmals. Da sie dabei mit sich selbst interferieren, ist eine quantenmechanische Betrachtung notwendig.

3.2.1. Landau-Quantisierung

Für ein 2DEG im externen Magnetfeld, welches durch das Vektorpotential \vec{A} beschrieben wird, kann folgender Hamiltonian aufgestellt werden [45]:

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} \left(\vec{p} - e\vec{A} \right)^2 + U(y) + V(z), \quad (3.13)$$

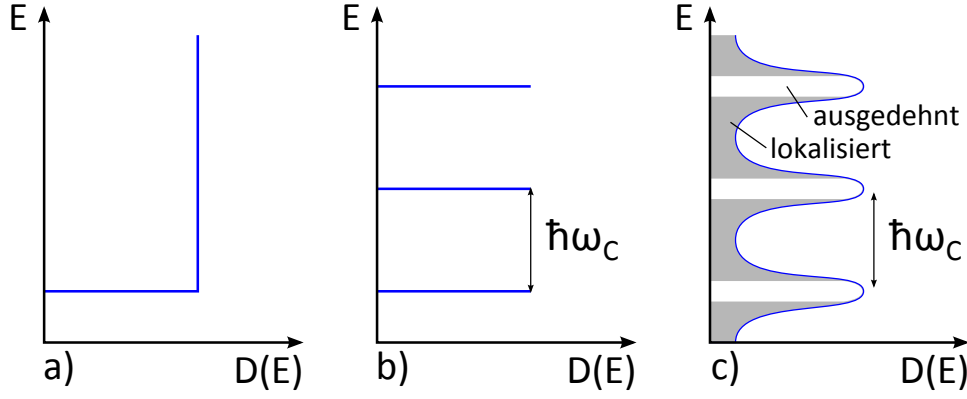


Abbildung 3.1: a) Konstante Zustandsdichte $D(E)$ ohne Magnetfeld. b) Im Magnetfeld spaltet sich $D(E)$ in diskrete Zustände im Abstand $\hbar\omega_c$ auf. c) Verbreiterung der LLs aufgrund von Verunreinigungen und Gitterdefekten. Lokalisierte Zustände nehmen am Transport nicht teil. (In Anlehnung an [47]).

wobei $U(y)$ die endliche Breite der Hallbar und $V(z)$ das Einschlusspotential in z -Richtung berücksichtigen. Der ausführliche Lösungsweg findet sich beispielsweise in [46] und führt zum folgenden Ausdruck für die Energie des Systems:

$$E = E_i + E_{n,s} \text{ mit } E_{n,s} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \frac{eB_{\perp}}{m^*} + sg^* \mu_B B, \quad (3.14)$$

mit der Spinquantenzahl $s = \pm \frac{1}{2}$, dem Landé'schen g -Faktor g^* und dem Bohrschen Magneton μ_B . Zum einen spalten sich also die Energiesubbänder E_i im senkrechten Magnetfeld $B_{\perp} = B \cdot \cos \theta$ in eine Reihe von quantisierten *Landau-Niveaus* (LL) mit Landau-Indizes $n = 0, 1, 2, \dots$ auf — der Abstand der Niveaus ist dabei durch die Zyklotronenergie $\hbar\omega_c$ gegeben. Zum anderen koppelt das gesamte Magnetfeld B an die Elektronenspins und resultiert in der Zeeman-Aufspaltung $sg^* \mu_B B$ der Landau-Niveaus in jeweils zwei Spin-Subbänder. Aufgrund der Bohr-Sommerfeld-Quantisierung spaltet sich also die konstante Zustandsdichte (Gl. 3.2 bzw. Abb. 3.1a) im Magnetfeld in diskrete Zustände auf. Ist bei einem System nur das unterste Subband des 2DEGs besetzt, so würde man eine Reihe von scharfen Zuständen (δ -Peaks) im Abstand $\hbar\omega_c$ erwarten (Abb. 3.1b). In realen Materialien sind die Landau-Niveaus jedoch aufgrund von Defekten und Verunreinigungen verbreitert (Abb. 3.1c). Dabei ist nur ein Bruchteil der Zustände in der Nähe des LL-Zentrums ausgedehnt. Die übrigen, weiter entfernt liegenden Zustände sind dagegen lokalisiert [48] und nehmen nicht am Transport teil.

Die Ladungsträgerdichte der Landauniveaus n_L kann mit der Spinentartung g_s und der Zustandsdichte des untersten Subbands D_0 (Gl. 3.2) folgendermaßen ausgedrückt

werden:

$$n_L(B) = g_s D_0 \hbar \omega_c = g_s \frac{e B_\perp}{h}. \quad (3.15)$$

Sie steigt demnach linear mit B_\perp an, während die gesamte Ladungsträgerdichte n_s konstant bleibt. Folglich hängt die Anzahl der besetzten spinaufgespalteten LLs, der sog. Füllfaktor ν , wie folgt von B_\perp ab:

$$\nu = \frac{n_s}{n_L} = \frac{n_s h}{g_s e B_\perp}. \quad (3.16)$$

3.2.2. Ganzzahliger Quantenhalleffekt

Der ganzzahlige Quantenhalleffekt (integer quantum Hall effect, IQHE) ist eine direkte Folge der Quantisierung von Landau-Niveaus. Er manifestiert sich in Form von zwei eng verwandten Erscheinungen, die bei magnetfeldabhängigen Messungen beobachtet werden können: Im Längswiderstand ρ_{xx} ergeben sich $1/B$ -periodische Oszillationen, deren Amplitude mit B skaliert und deren Minima einen verschwindend geringen Widerstand aufweisen. Exakt an den Positionen der Minima in ρ_{xx} bilden sich im Hallsignal Plateaus aus, die — unabhängig vom Material und Proben-geometrie — stets quantisierte Werte nach folgendem Schema aufweisen:

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} = \frac{R_K}{\nu}, \quad \nu = 1, 2, \dots, \quad (3.17)$$

mit der Von-Klitzing-Konstante $R_K = h/e^2 = 25812.807 \, \Omega$ [47]. Eine vereinfachte Erklärung für die Hall-Plateaus sowie die charakteristische $1/B$ -Periodizität bieten folgende Überlegungen zur Position der Fermi-Energie E_F eines idealisierten Systems ohne Spin und Unordnung: Mit steigendem B vergrößert sich der Abstand der Landau-Niveaus — folglich steigt zunächst auch E_F , die sich im höchsten besetzten LL befindet. Gleichzeitig wächst jedoch die Entartung n_L der einzelnen LLs (Gl. 3.15), d. h. immer mehr Elektronen finden in darunter liegenden LLs Platz. Entleert sich das oberste Landau-Niveau dadurch vollständig, so springt die Fermi-Energie abrupt in das nächste darunter liegende LL [49]. Dies ist offensichtlich für genau ganzzahlige Füllfaktoren ν der Fall.

In einem realen System muss sowohl die Verbreiterung der LLs als auch die endliche Breite der Hallbar berücksichtigt werden. Die Einschränkung der Ladungsträger in y -Richtung mittels Randpotential $U(y) \neq 0$ führt zur Verbiegung der Landau-Niveaus an den Rändern der Hallbar zu höheren Energien. Da sämtliche LLs bei y -Werten, die außerhalb der Hallbar liegen, trivialerweise leer sind ($E \geq E_F$), müssen alle besetzten LLs nahe des Hallbar-Randes die Fermi-Energie schneiden (Abb. 3.2b). Als Folge

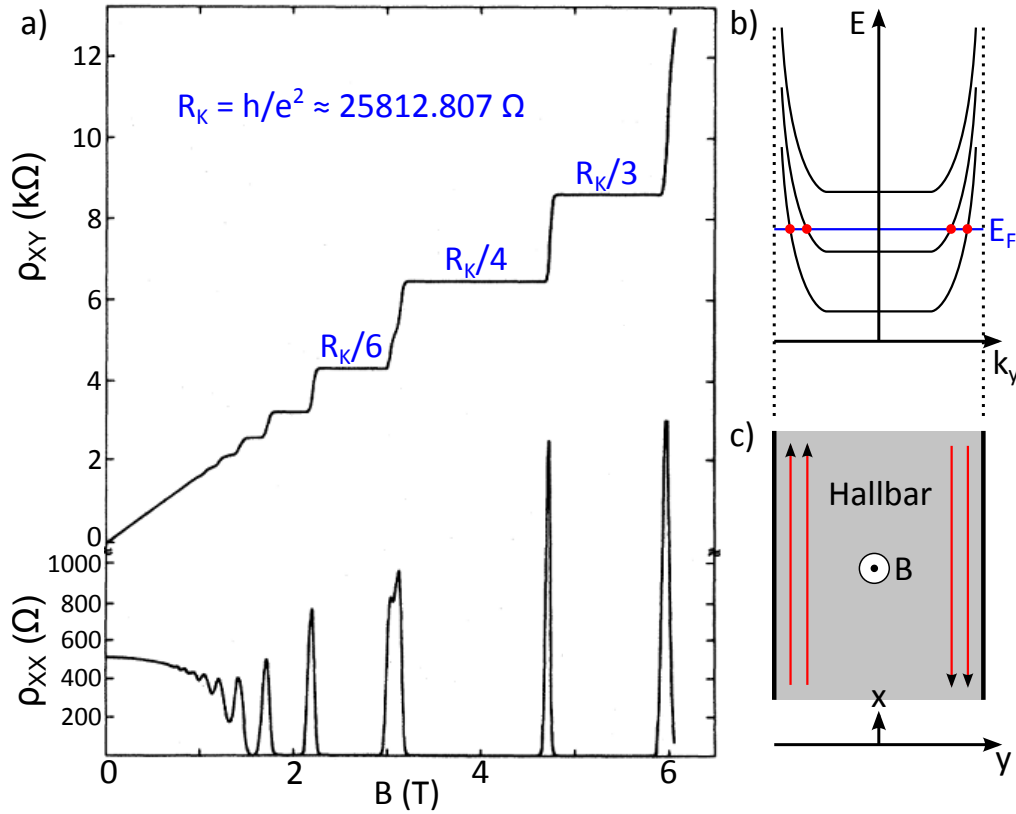


Abbildung 3.2: a) Ganzzahliger Quantenhalleffekt im 2DEG: Schubnikov-de-Haas-Oszillationen in ρ_{xx} und quantisierte Plateaus in ρ_{xy} (Angepasst aus [47]). b) Verbiegung der Landau-Niveaus an Rändern einer Hallbar. An den Schnittpunkten der LLs mit der Fermi-Energie E_F (blau) entstehen eindimensionale Randkanäle (rot). c) Der Stromfluss über Randkanäle an gegenüberliegenden Rändern der Hallbar erfolgt in entgegengesetzte Richtungen. Im Inneren der Hallbar stehen keine Zustände für die Streuung zur Verfügung.

verschwinden die Energielücken zwischen den LLs — auch dann, wenn Unordnung bzw. die dadurch verursachte LL-Verbreiterung vernachlässigt wird. An den Schnittpunkten der LLs mit der Fermienergie entstehen eindimensionale Leitungskanäle — sog. *Randkanäle*. Liegt die Fermi-Energie *im Probeninneren* zwischen zwei Landau-Niveaus (d. h. ν ist ganzzahlig), so stellen diese Randkanäle die einzigen erlaubten Zustände zur Verfügung. Folglich fließt der gesamte Strom nur über diese — und zwar in entgegengesetzte Richtungen auf gegenüberliegenden Seiten der Hallbar. Bei ausreichender Hallbar-Breite bzw. Lokalisierung der elektronischen Zustände können Ladungsträger nicht zwischen gegenüberliegenden Randkanälen gestreut werden. Auch bei Anwesenheit von Defekten im Material stehen für eine Rückstreuung an diesen

keine Zustände im Inneren der Hallbar zur Verfügung. Analog wird die Anzahl der im Probeninneren für die Streuung verfügbaren Zustände für halbzahlige Füllfaktoren maximal, d. h. wenn die Fermi-Energie genau im Zentrum eines Landau-Niveaus liegt.

Im Experiment sinkt deshalb der Längswiderstand ρ_{xx} für ganzzahlige ν in guter Näherung auf Null, selbst wenn die entsprechenden Spannungsabgriffe weit voneinander entfernt sind — ein bemerkenswerter Hinweis auf stark unterdrückte Impulsrelaxation. Gemäß Landauer-Büttiker-Formalismus [50] ist die Leitfähigkeit eines jeden Randkanals quantisiert und von der Strukturgeometrie unabhängig:

$$G = \frac{e^2}{h}. \quad (3.18)$$

Außerdem lässt sich der Hallwiderstand pro Randkanal schreiben als:

$$\rho_{xy} = G^{-1} = \frac{h}{e^2}. \quad (3.19)$$

Bei ν Randkanälen ergibt sich damit Gl. 3.17. Für ganzzahlige ν bleibt ρ_{xy} folglich konstant und es entstehen die Quantenhall-Plateaus. Für die endliche Breite der Plateaus sind primär die lokalisierten Zustände verantwortlich: Obwohl sie nicht am elektrischen Transport teilnehmen, ermöglicht ihre Zustandsdichte eine Fixierung der Fermi-Energie zwischen den Landau-Niveaus. Dadurch springt E_F bei Änderung des Füllfaktors nicht abrupt zwischen LLs, sondern durchläuft in einem endlichen Magnetfeldbereich eine Reihe lokalisierter Zustände.

Die gesamte Ladungsträgerdichte n_s der Probe setzt sich bei ν Randkanälen aus den Ladungsträgerdichten n_L der einzelnen Kanäle bzw. Landau-Niveaus (3.15) zusammen:

$$n_s = \nu \cdot n_L = \nu \cdot g_s \frac{eB}{h}. \quad (3.20)$$

Da n_s konstant ist, lässt sich daraus ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Randkanäle ν und der für ihre Entstehung benötigten Flussdichte B_ν angeben:

$$B_\nu = \frac{n_s h}{g_s e \nu}. \quad (3.21)$$

Bei diesen Werten befindet sich im Magnetowiderstand jeweils ein Minimum der SdH-Oszillationen. Für den Abstand zwischen zwei Minima folgt:

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{1}{B_\nu} - \frac{1}{B_{\nu-1}} = g_s \frac{e}{n_s h} = f_{1/B}^{-1}. \quad (3.22)$$

Mithilfe dieser Beziehung lässt sich die Ladungsträgerdichte n_s aus den Positionen zweier beliebiger benachbarter SdH-Minima bestimmen. Weist der gemessene Magnetowiderstand solche Merkmale auf, so kann die Genauigkeit durch Mittelung über möglichst viele Minima-Paare bzw. Analyse der Frequenz $f_{1/B}$ gesteigert werden.

3.2.3. Gebrochenzahliger Quantenhalleffekt

Im Jahr 1982 haben Tsui und Störmer bei Untersuchungen an hochreinen GaAs/-AlGaAs-Heterostrukturen im starken Magnetfeld ein weiteres Quantenhallplateau jenseits von $\nu = 1$ beobachtet [51]. Der quantisierte Wert ρ_{xy} entsprach dabei $\nu = 1/3$ und damit einem nur teilweise besetzten Landau-Niveau. In den Folgejahren wurde an Materialien mit immer höherer Beweglichkeit eine Vielzahl weiterer Quantenhallplateaus bei gebrochenzahligen Füllfaktoren entdeckt, einschließlich mehrerer Plateaus unterhalb von $\nu = 1$. Die Füllfaktoren des gebrochenzahligen Quantenhalleffekts (FQHE) bilden Reihen der Form¹

$$\nu = \frac{p}{q}, \quad \text{mit } p = 1, 2, 3, \dots \quad \text{und } q = 1, 3, 5, \dots \quad (3.23)$$

Bei einem teilweise gefüllten Landau-Niveau existiert keine Energielücke, damit sind die Voraussetzungen für das Zustandekommen des IQHE-Zustandes nicht erfüllt. Deshalb kann der FQHE nicht im Bild der einzelnen Elektronen verstanden werden; vielmehr handelt es sich um ein Vielteilchenphänomen, welches auf die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen zurückgeht. Die hierfür charakteristische Energieskala ist proportional zu \sqrt{B} , d. h. die Coulomb-Abstoßung gewinnt bei hohen Magnetfeldern zunehmend an Bedeutung und führt schließlich zur Entstehung von Energielücken im Energiespektrum der Vielteilchen-Zustände. Analog zum IQHE resultiert dies in verschwindendem Längswiderstand ρ_{xx} und Quantenhallplateaus bei gebrochenzahligen Füllfaktoren.

Für die Füllfaktoren $1/q$ wurde von Laughlin [53] bereits 1983 die richtige Form der Vielteilchen-Wellenfunktion gefunden. Im Rahmen des ebenfalls 1983 von Haldane vorgeschlagenen, auf Laughlin-Zuständen aufbauenden, *hierarchischen Modells* [54] konnten sogar alle Füllfaktoren mit ungeradem q konsistent berücksichtigt werden. Eine anschauliche und elegante Beschreibung des FQHE gelang schließlich 1989 Jain mit dem Modell der *Composite Fermions* [55].

Composite Fermions

Nach der Theorie der Composite Fermions (CF) minimieren die Elektronen ihre Wechselwirkung, indem sie eine gerade Anzahl $2\tilde{\phi}$ quantisierter Vortices (Flussschläuche²) bzw. magnetischer Fluxquanta einfangen. Die Interaktion zwischen den ent-

¹Der Füllfaktor $5/2$ sowie eventuelle höhere Füllfaktoren mit $q = 2$ stellen eine Ausnahme dar, ihr Entstehungsmechanismus ist noch unklar [52]

²topologische Defekte, die magnetische Fluxquanta durch Supraleiter führen [57]

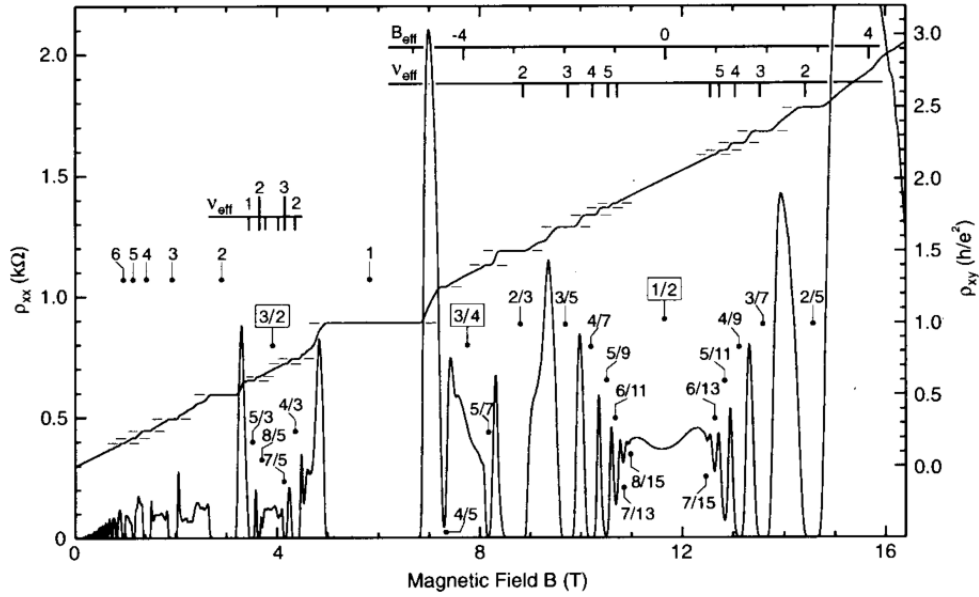


Abbildung 3.3: Gebrochenzahliger Quantenhalleffekt (FQHE). Um die Füllfaktoren mit geradzahligem Nenner befinden sich symmetrische Serien weiterer FQHE-Zustände. Das von Composite Fermions wahrgenommene Effektivfeld B_{eff} sowie die CF-Füllfaktoren $\nu_{\text{eff}} \equiv \nu^*$ sind auf zusätzlichen Skalen angegeben, um die direkte Korrespondenz zum IQHE zu verdeutlichen (Angepasst aus [56]).

stehenden CFs wird dabei vernachlässigbar, weshalb von Quasiteilchen gesprochen werden kann. Die gebrochenzahligen Zustände der Elektronen können nun als ganzzahlige Zustände der CFs verstanden werden [58]. Eine quantitative Beschreibung dieser Transformation bietet die Chern-Simons-Feldtheorie [59], bei der das System der wechselwirkenden Elektronen durch das sog. Chern-Simons-Potential \vec{a} erweitert wird [60]:

$$\vec{a}(\vec{r}_i) = -2\tilde{\phi}\frac{\phi_0}{2\pi}\sum_{i\neq j}\frac{\vec{e}_z\times(\vec{r}_i-\vec{r}_j)}{|\vec{r}_i-\vec{r}_j|^2}, \quad (3.24)$$

wobei \vec{r}_i die Positionen der Elektronen bezeichnen. Das dazugehörige Magnetfeld an diesen Positionen ist folglich gegeben durch

$$\vec{b}(\vec{r}_i) = -2\tilde{\phi}\phi_0 \sum_{i \neq j} \delta(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad (3.25)$$

mit der Delta-Funktion $\delta(\vec{r})$. Zu jedem Elektron werden also $2\tilde{\phi}$ magnetische Flussquanta addiert, die dem externen Magnetfeld entgegengerichtet sind. Die auf diese Weise zusammengesetzten Quasiteilchen besitzen die Ladung e und zeigen aufgrund der geraden Anzahl an Flussquanta fermionischen Charakter. In Molekularfeldnäherung wird das singuläre Feld \vec{b} durch ein homogenes Magnetfeld $\langle b \rangle = -2\tilde{\phi}\phi_0 n_s$

ersetzt. Eine genauere Beschreibung geht von Vortices aus, die eine eigene geometrische Phase erzeugen und dadurch teilweise die Aharonov-Bohm-Phase des externen Magnetfeldes kompensieren. Die resultierende Phase entspricht dabei einem effektiven Magnetfeld

$$B_{eff} = B + \langle b \rangle = B - 2\tilde{\phi}\phi_0 n_s, \quad (3.26)$$

welches von den Composite Fermions wahrgenommen wird. Analog zu Elektronen im Magnetfeld B wird die Energie der Composite Fermions im Effektivfeld B_{eff} in Landau-Niveaus, sog. Λ -Niveaus quantisiert. Der Füllfaktor der Λ -Niveaus ist gegeben durch $\nu^* = n_s\phi_0/|B_{eff}|$, wobei folgender Zusammenhang mit dem Füllfaktor der Elektronen besteht [60]:

$$\nu = \frac{\nu^*}{2\tilde{\phi}\nu^* \pm 1}. \quad (3.27)$$

Die Λ -Niveaus können durch eine Modifikation der Gleichung 3.14 beschrieben werden:

$$E_{N,\uparrow\downarrow} = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c^{CF} \pm \frac{1}{2}g^*\mu_B B, \quad (3.28)$$

wobei die Zyklotronfrequenz $\omega_c^{CF} = e|B_{eff}|/m_{CF}$ nun die Masse und der Zeeman-Term den g-Faktor g^* der CFs beinhalten. Für die Quantisierung der Λ -Niveaus ist dabei nur die senkrechte Komponente des effektiven Magnetfeldes B_{\perp}^{eff} relevant. Diese ist in der Umgebung der Füllfaktoren $1/2$ und $3/2$ gegeben durch [59]:

$$1/2 : B_{\perp}^{eff} = B_{\perp} - B_{\perp}^{1/2} \quad (3.29)$$

$$3/2 : B_{\perp}^{eff} = 3(B_{\perp} - B_{\perp}^{3/2}) \quad (3.30)$$

Dagegen hängt die Zeemanaufspaltung, die den komplexen Verlauf der Λ -Niveaus mit vielen Schnittpunkten prägt, vom Gesamtfeld B ab. Bei Verkippung der Probe verschieben sich folglich sämtliche QHE-Features zu höherem Gesamtfeld $B = B_{\perp}/\cos\theta$, während die senkrechte Komponente B_{\perp} konstant bleibt — insbesondere ist B_{\perp}^{eff} für FQHE-Zustände fixiert. Im Umkehrschluss kann durch Veränderung der *in-plane* Komponente B_{\parallel} bei festem B_{\perp} , d. h. durch simultane Verkippung und Anpassung der Position im Gesamtfeld, das Energieschema der Λ -Niveaus für einen FQHE-Füllfaktor „abgetastet“ werden. Experimentell zugänglich ist dabei insbesondere die Größe der winkelabhängigen Energielücke Δ_{ν} , die Rückschlüsse auf den Verlauf der Λ -Niveaus und damit auf die Eigenschaften der CFs erlaubt.

Aktivierungsmessungen

Experimentell kann die Energielücke Δ_{ν} aus der Temperaturabhängigkeit des Längswiderstands $\rho_{xx}(T)$ an der entsprechenden Magnetfeldposition B_{\perp}^{ν} des Füllfaktors ν

extrahiert werden: Die Wahrscheinlichkeit, die Energielücke zu überwinden, hängt sowohl von der Größe der Energielücke als auch von der thermisch bereitgestellten Energie ab. Mit steigender Temperatur können immer mehr Ladungsträger in das nächsthöhere Energieniveau streuen und ρ_{xx} steigt an. Bei größerer Energielücke ist das dazugehörige Minimum in ρ_{xx} entsprechend prominenter, wodurch auch der Anstieg bei einer Temperaturerhöhung stärker ausgeprägt ist. Im einfachsten Fall des lediglich thermisch aktivierten Transports gilt die Arrhenius-Gleichung

$$\rho_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\Delta_\nu}{2k_B T}\right), \quad (3.31)$$

durch die ein linearer Zusammenhang in der Darstellung $\ln \rho_{xx} \propto 1/T$ erwartet wird. Der experimentell beobachtete Verlauf von $\rho_{xx}(T)$ weicht jedoch in der Regel merklich vom Arrhenius-Modell ab: Zu den typischen Ursachen zählen Sättigung der Aktivierung bei hohen Temperaturen und Einsetzen des Hopping-Transports bei tiefen Temperaturen. Beide Effekte führen zu einer Abflachung der Arrhenius-Kurven. Ein weiterer Faktor, der die Form der Aktivierungskurven beeinflusst, ist die Verbreiterung der Landau- bzw. Λ -Niveaus — insbesondere wenn dieser Effekt mit der Größe der Energielücke vergleichbar wird [61]. Für die Form der Verbreiterung existieren unterschiedliche Ansätze, die jedoch alle auf folgenden Überlegungen basieren: Die thermische Aktivierung betrifft die ungebundenen Elektronen im thermodynamischen Gleichgewicht im höchsten besetzten Energieniveau, während sich die Fermi-Energie E_F in einer Bandlücke befindet. Die Anzahl der Elektronen in einem LL mit Zustandsdichte $D(E)$ ist gegeben durch

$$n_e = \int_{E_F}^{\infty} f(E) D(E) dE, \quad (3.32)$$

mit der Fermi-Dirac-Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}. \quad (3.33)$$

Zwischen n_e und der Leitfähigkeit kann eine Proportionalität angenommen werden[61], d. h. $\sigma_{xx} \propto n_e$. Aufgrund der Hallbar-Geometrie gilt dabei

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}. \quad (3.34)$$

Für Quantenhall-Plateaus ist ρ_{xy} konstant, während ρ_{xx} ein Minimum aufweist. Folglich gilt $\rho_{xx} \ll \rho_{xy}$ und der obige Ausdruck kann vereinfacht werden zu

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xy}^2} \propto \rho_{xx}. \quad (3.35)$$

Für diskrete LLs und eine ausreichend große Energielücke ($\Delta_\nu \gg k_B T$) folgt aus Gl. 3.32–3.35 der bereits vorgestellte lineare Zusammenhang 3.31.

Im Falle der Gauss-förmigen Verbreiterung ist die Zustandsdichte gegeben durch:

$$D(E) = \frac{1}{\gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(E - E')^2}{2\gamma^2}\right), \quad (3.36)$$

wobei E' den Mittelwert (LL-Mitte) und γ die Standardabweichung bezeichnen. Eine Integration von 3.32 im Energieintervall $E' \pm 2\gamma$, in dem sich über 95% der Zustände befinden, liefert folgenden Zusammenhang zwischen dem Längswiderstand ρ_{xx} an Positionen der FQHE-Minima und der Temperatur:

$$\begin{aligned} \rho_{xx}(T) \propto \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\Delta_\nu}{2k_B T}\right) \exp\left(\frac{\gamma^2}{2k_B^2 T^2}\right) \\ \times \left[\operatorname{erf}\left(\frac{2k_B T - \gamma}{\sqrt{2}k_B T}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{2k_B T + \gamma}{\sqrt{2}k_B T}\right) \right]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Die Fehlerfunktion $\operatorname{erf}(x)$ kann für numerische Berechnungen (Fitten) mit folgender Taylorreihe genähert werden:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} + \frac{x^9}{216} - \dots \right). \quad (3.38)$$

Eine analoge Vorgehensweise führt bei rechteckiger LL-Verbreiterung zum folgenden, etwas einfacheren Ausdruck:

$$\rho_{xx}(T) \propto \frac{k_B T}{2\gamma} \exp\left(-\frac{\Delta_\nu}{2k_B T}\right) \exp\left(-\frac{\gamma}{k_B T}\right) \left[\exp\left(\frac{2\gamma}{k_B T}\right) - 1 \right]. \quad (3.39)$$

3.3. sp-d Austauschwechselwirkung (CdMnTe)

Eine wichtige Folge der Anwesenheit von lokalisierten magnetischen Mn-Ionen ist die Austauschwechselwirkung zwischen den dazugehörigen $3d^5$ -Elektronen und den s - sowie p -Elektronen des Leitungs- bzw. Valenzbandes des Halbleiters. Diese sog. sp-d Austauschwechselwirkung resultiert in einer sehr starken, magnetfeldabhängigen Zeeman-Aufspaltung der Elektronenbänder. Die veränderte Form der Landau-Niveaus führt zu einer Reihe von charakteristischen Effekten in DMS-Systemen, die in nicht-magnetischen Materialien nicht auftreten. Da alle verwendeten CdMnTe-Proben n-dotiert sind, beschränkt sich die folgende Diskussion auf die s-d-Wechselwirkung. Für eine detaillierte Behandlung sei beispielsweise auf das Standardwerk von Furdyna [13] verwiesen.

Im Abschnitt 3.2.1 wurden bereits der Hamiltonian H_0 (3.13) sowie das dazugehörige Energieschema (3.14) eines nicht-magnetischen 2DEG-Systems vorgestellt. Sie beschreiben das Basissystem CdTe ohne magnetische Ionen und können als Grundlage für die Erweiterung des Modells dienen. Die Austauschwechselwirkung wird durch einen zusätzlichen Austauschterm berücksichtigt:

$$H = H_0 + H_{ex}, \quad H_{ex} = \sum \vec{R}_i \vec{J}^{sp-d} \left(\vec{r} - \vec{R}_i \right) \vec{S}_i \cdot \vec{\sigma}. \quad (3.40)$$

Die Summe berücksichtigt den Einfluss aller Mn-Ionen an Orten \vec{R}_i mit Spinoperator \vec{S}_i auf ein Bandlektron im Abstand \vec{r} mit Spinoperator $\vec{\sigma}$, wobei \vec{J}^{sp-d} die Austauschkonstante bezeichnet.

Aufgrund der großen Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktion, die eine ausreichend hohe Anzahl von Mn-Ionen umfasst, können zwei Vereinfachungen vorgenommen werden: Zum einen können die Spinoperatoren einzelner Ionen \vec{S}_i in Molekularfeldnäherung durch den Mittelwert $\langle \vec{S} \rangle$ ersetzt werden. Für paramagnetische Systeme und ein Magnetfeld in z-Richtung gilt außerdem $\langle \vec{S} \rangle = \langle S_z \rangle$; dadurch wird Gl. 3.40 zu:

$$H_{ex} = \langle S_z \rangle \sum \vec{R}_i \vec{J}^{sp-d} \left(\vec{r} - \vec{R}_i \right) \vec{\sigma}. \quad (3.41)$$

Es sei angemerkt, dass $\langle S_z \rangle$ über Gl. 2.5 direkt mit der Magnetisierung M verknüpft ist.

Zum anderen kann analog über Positionen der Mn-Ionen \vec{R}_i gemittelt werden: Es wird ein „virtuelles Gitter“ mit einer einheitlichen Koordinate \vec{R} für alle Ionen betrachtet. Da der Anteil der besetzten Gitterplätze von der Mn-Konzentration x abhängt, beinhaltet die Substitution

$$\vec{J}^{sp-d} \left(\vec{r} - \vec{R}_i \right) = x \vec{J}^{sp-d} \left(\vec{r} - \vec{R} \right) \quad (3.42)$$

den entsprechenden Korrektur-Vorfaktor. Der Austauschterm vereinfacht sich damit zu folgender gitterperiodischen Funktion:

$$H_{ex} = \vec{\sigma}_z \langle S_z \rangle x \sum \vec{R}_i \left(\vec{r} - \vec{R}_i \right), \quad (3.43)$$

wobei über alle — besetzten wie vakanten — Gitterplätze des virtuellen Gitters summiert wird.

3.3.1. Landau-Niveaus bei parabolischem Leitungsband

Bei Elektronen des Leitungsbandes mit einer parabolischen Dispersionsrelation sind die Eigenenergien der spinaufgespalteten Subbänder gegeben durch [62]:

$$E_{n,\uparrow\downarrow} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar e B_{\perp}}{m^*} \pm \frac{1}{2} \left[g^* \mu_B B + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{eff}} \right) \right]. \quad (3.44)$$

Im Fall von CdMnTe beträgt die s-d-Austauschkonstante $\alpha N_0 = 220$ meV. Definiert man unter Verwendung der Gl. 2.9 den effektiven g-Faktor als

$$g_{eff} = g^* + \alpha \frac{M(B, T_{eff})}{g \mu_B^2 B}, \quad (3.45)$$

so kann Gleichung 3.44 auf die bekannte nicht-magnetische Form gebracht werden:

$$E_{n,\uparrow\downarrow} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\hbar e B_{\perp}}{m^*} \pm \frac{1}{2} g_{eff} \mu_B B. \quad (3.46)$$

Wegen $g^* < 0$ tragen die beiden Komponenten der Energieaufspaltung E_Z unterschiedliche Vorzeichen. In Kombination mit der Form der Brillouin-Funktion resultiert dies in einer nicht-trivialen Abhängigkeit der Gesamtaufspaltung E_Z vom Magnetfeld (Abb. 3.4a): Im Niedrigfeldbereich dominiert der rasche Anstieg des Austauschterms; hier kann sein Beitrag, insbesondere bei hohem Mn-Gehalt x , die Zyklotronaufspaltung $\hbar\omega_c$ bei Weitem übersteigen. Bei großen B sättigt dagegen die Brillouin-Funktion und E_Z weist eine konstante, vergleichsweise geringe negative Steigung $g^* \mu_B$ auf.

Der formelle Zusammenhang mit dem Mn-Gehalt x — über T_{eff} und x_{eff} — ist eher komplex und wird im Kontext konkreter magnetischer Effekte in den Abschnitten 6.4 und 6.5 genauer diskutiert. Qualitativ können eine Skalierung der Aufspaltung sowie eine Abflachung des Niedrigfeld-Verlaufs mit x festgehalten werden — insbesondere ist der Sättigungswert von E_Z linear in x_{eff} (Abb. 3.4a). Aufgrund der reziproken Temperaturabhängigkeit im Argument der Brillouin-Funktion sättigt letztere im experimentell zugänglichen Magnetfeldbereich nur bei tiefen Temperaturen (Abb. 3.4b). Bei Erhöhung der Temperatur wird das Sättigungsverhalten zunehmend gedämpft bis der Austauschterm schließlich vom Betrag kleiner als die Zeeman-Aufspaltung ist.

Die beschriebene Abhängigkeit der Effekt-Stärke von der Temperatur kann zur Veranschaulichung der Entstehung des resultierenden, komplexen Energieschemas herangezogen werden (Abb. 3.5): Bei sehr hohen Temperaturen, in der Größenordnung der Raumtemperatur, entspricht der Verlauf der Subbänder im Wesentlichen dem

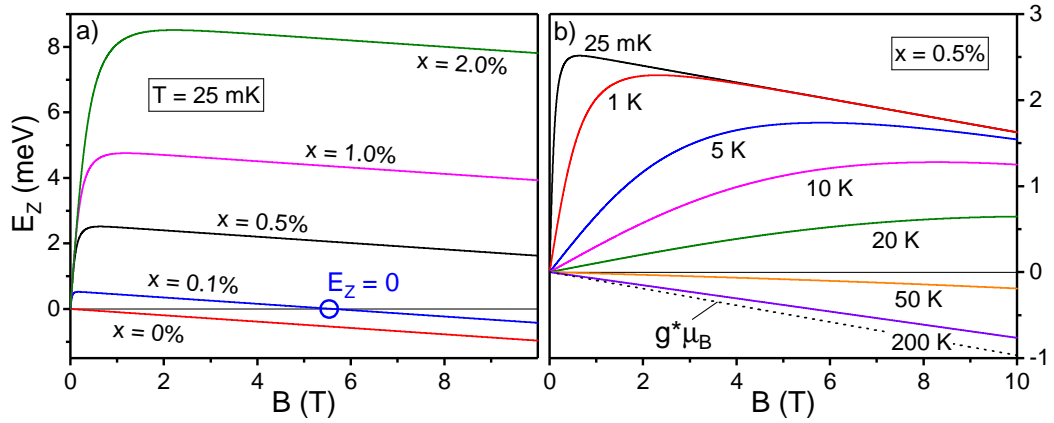


Abbildung 3.4: Spinaufspaltung E_Z unter Berücksichtigung der s - d -Austauschwechselwirkung. a) Abhängigkeit vom Mn-Gehalt x . b) Skalierung der Sättigung mit der Temperatur.

nicht-magnetischen Fall, wobei die Zeeman-Aufspaltung durch den Austauschterm sogar leicht reduziert wird. Erst bei deutlich tieferen Temperaturen überwiegt die s - d -Komponente der Aufspaltung und führt zur Vertauschung der Reihenfolge der Spin-Subbänder. Dies impliziert die Existenz des Nulldurchgangs von E_Z — eines Wertes B , bei dem sich alle spinaufgespalteten LL-Paare zu gleichen Landau-Indizes n kreuzen (vgl. Abb. 3.4) —, jedoch liegt dieser noch weit außerhalb des relevanten Magnetfeldbereichs. Bei noch kleineren Temperaturen macht sich schließlich die Sättigung der Brillouin-Funktion bemerkbar und ermöglicht Schnittpunkte von Subbändern zu benachbarten Landau-Indizes. Bei weiterem Abkühlen resultiert die rasche Sättigung in einer rapiden Zunahme der Anzahl solcher Schnittpunkte — stets von Subbändern mit entgegengesetzter Spinpolarisation.

3.3.2. Quantenhall-Ferromagnet

Die sehr große Spinaufspaltung E_Z indiziert eine starke Kopplung der Spins an das externe Magnetfeld. Als Folge ist der Spin-Freiheitsgrad der Elektronen in spinaufgespalteten Landau-Niveaus in der Regel blockiert. Ein interessanter Spezialfall liegt jedoch vor, wenn sich ein Schnittpunkt zweier Subbänder in der Nähe der Fermienergie befindet: Den Elektronen stehen nun zwei energetisch äquivalente Niveaus mit unterschiedlicher Spinpolarisation zur Verfügung. Nach dem Pauli-Prinzip ist dabei die parallele Spinausrichtung energetisch günstiger, da der Abstand der Elektronen in diesem Fall maximal und die Coulomb-Abstoßung somit minimal wird. Eine derartige spontane Spinordnung [63] wird als Quantenhallferromagnet (QHF) bezeichnet

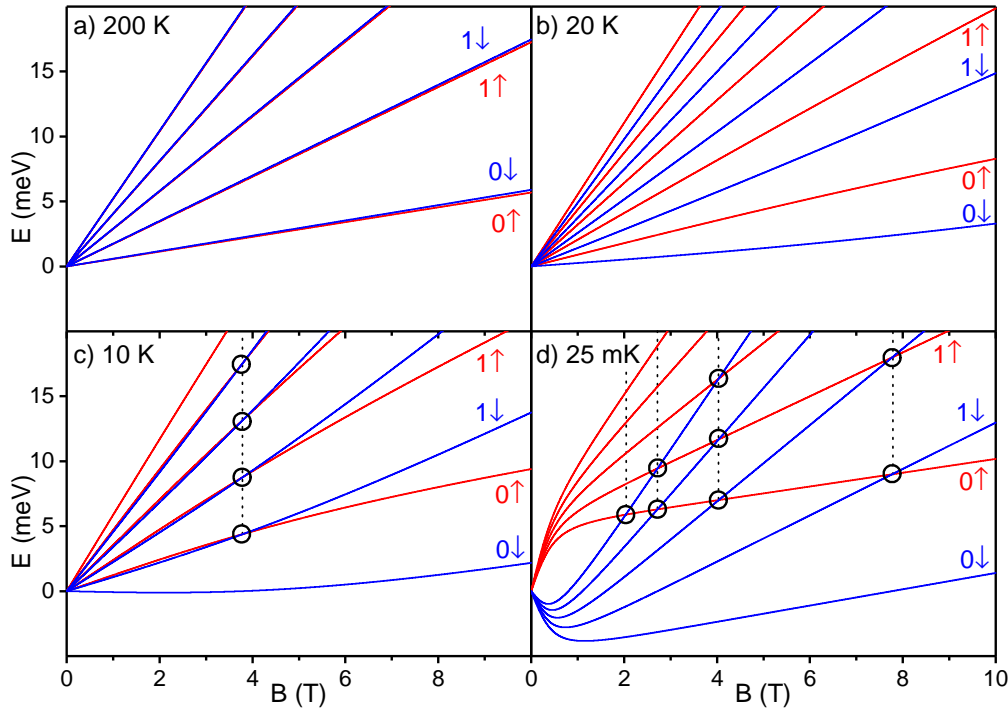


Abbildung 3.5: Temperaturabhängige Evolution des Landau-Fächers unter Berücksichtigung der *s-d*-Austauschwechselwirkung für $x = 2.29\%$. Dargestellt sind nur Landau-Niveaus bis $n = 4$.

und kann bei tiefen Temperaturen experimentell nachgewiesen werden [64][65]. Welches der beiden Niveaus besetzt wird, hängt von lokalen Potentialfluktuationen im Material ab, so dass einzelne spin-polarisierte Bereiche entstehen — Spin-Up- und Spin-Down-Domänen.

Abhängig vom mikroskopischen Charakter der konkreten, sich kreuzenden Subbänder kann der resultierende QHF-Grundzustand sehr unterschiedliche Eigenschaften aufweisen. In der Literatur hat sich eine Klassifizierung der QHFs nach ihrer Anisotropie etabliert [66]: Im vorliegenden Fall eines DMS mit *s-d*-Austauschwechselwirkung handelt es sich bei allen experimentell zugänglichen Schnittpunkten jeweils um zwei Subbänder mit unterschiedlichen Landau-Indizes n — typische Messtemperaturen und Mn-Konzentrationen vorausgesetzt.³ Der entsprechende QHF-Grundzustand weist uniaxiale Anisotropie auf und wird als Ising-QHF bezeichnet. Bemerkenswerterweise ergibt sich die hierfür notwendige LL-Konstellation alleine durch die Anwesenheit der magnetischen Ionen, während in üblichen nicht-magnetischen 2DEG-Systemen

³Außer bei sehr kleinen x , liegen die Schnittpunkte der spinaufgespalteten LL-Paare zu *gleichen* n bei sehr hohen Magnetfeldern.

ein Ising-QHF-Zustand in der Regel durch Verkipfung der Probe, d. h. unabhängige Variation der Zyklotron- und Spinaufspaltung, realisiert werden muss [67].

Experimentell äußern sich Ising-QHF-Phasenübergänge in Form von anomalen Maxima im Magnetowiderstand ρ_{xx} — sog. QHF-Spikes. Die Positionen dieser Spikes B_C entsprechen in erster Näherung den diskutierten Schnittpunkten der spinaufgespalteten Subbänder. Der Anstieg des Widerstands ist auf die Existenz von Ising-QHF-Domänen mit unterschiedlicher Spinpolarisation zurückzuführen: Die Domänenwände bilden eindimensionale Leitungskanäle und ermöglichen im Probeninneren Streuung zwischen QHE-Randkanälen. Trivialerweise kann dieser Effekt in der beschriebenen Form nur in der Nähe von ganzzahligen Füllfaktoren, im Regime der Randkanalleitung, beobachtet werden. Eine ausführliche Behandlung der QHF-Zustände findet sich in Abschnitten den 6.5 sowie 6.6.2.

3.3.3. Beating-Pattern

Eine weitere Konsequenz der sp-d-Austauschwechselwirkung bzw. der dadurch stark modifizierten Struktur des Landaufächers ist das sog. Beating-Pattern (BP): Es handelt sich um eine Amplitudenmodulation der SdH-Oszillationen im Niedrigfeldbereich (typischerweise $B < 1$ T). Das Zustandekommen des Effekts lässt sich anhand des in Abb. 3.6 dargestellten Ausschnitts des LL-Schemas anschaulich erklären: Sowohl Spin-Up- als auch Spin-Down-Landauniveaus sind untereinander jeweils äquidistant, $E_{n+1,\uparrow\downarrow} - E_{n,\uparrow\downarrow} = \hbar\omega_c$, wobei der Abstand mit $\omega_c \propto B_\perp$ skaliert. Die relative Verschiebung der spinaufgespalteten LL-Zweige ist durch die ebenfalls magnetfeldabhängige Zeeman-Aufspaltung $E_Z(B)$ gegeben. Beträgt diese für ein bestimmtes $B_{\tilde{n}}$ gerade ein ganzzahlig vielfaches der Zyklotronenergie, $E_Z = \tilde{n} \cdot \hbar\omega_c$, so schneiden sich gleichzeitig *alle* LL-Paare mit

$$E_{n,\downarrow} = E_{n-\tilde{n},\uparrow}, \quad n \geq \tilde{n}. \quad (3.47)$$

Folglich ist für ganzzahlige \tilde{n} auch der Verlauf der Zustandsdichte der beiden Zweige gleich und weist „Gaps“ bei der gleichen Energie auf (im Bild links). Durchläuft die Fermi-Energie die synchrone Abfolge von Gaps und Peaks, so entstehen die gewöhnlichen SdHs. Die \tilde{n} untersten Spin-Down-LLs bestimmen dabei die Parität des Füllfaktors der SdH-Minima.

Wird nun B bzw. $E_Z(B)$ variiert, so propagieren die Peaks der Spin-Up- und Spin-Down-Zweige unterschiedlich und bilden eine asymmetrische Konstellation. In dieser existieren keine gemeinsamen Gaps und die SdHs werden unterdrückt. Die Stärke des Effekts hängt dabei entscheidend von der Verbreiterung der LLs ab. Im Bezug

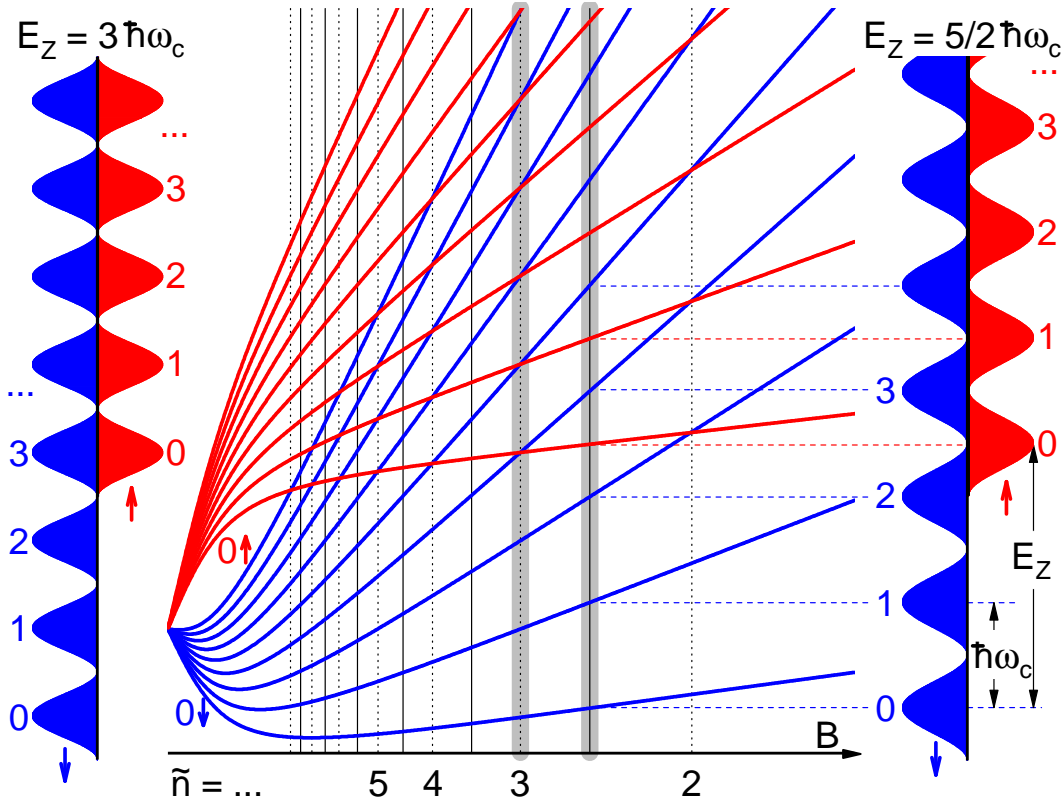


Abbildung 3.6: Zustandekommen des Beating-Patterns: Die Form der gesamten Zustandsdichte hängt von der relativen Verschiebung $\tilde{n} \cdot \hbar\omega_c$ der spinaufgespaltenen Up- und Down-Zweige (rot bzw. blau), die ihrerseits mit Magnetfeld B skaliert. Nur bei ganzzahligen \tilde{n} entsteht das gewöhnliche Spektrum mit wohldefinierten Gaps, welches ungedämpfte SdH-Oszillationen erlaubt (linkes Schema). Resultiert dagegen eine abweichende Verschiebung in einem Spektrum ohne Gaps, so werden SdH-Oszillationen unterdrückt — am stärksten für halbzahlige Werte $\tilde{n} + 1/2$ (rechtes Schema).

auf die Magnetfeldposition ist die Unterdrückung für genau halbzahlige vielfache Verschiebungen $\tilde{n} + 1/2$ am effektivsten (im Bild rechts), woraus die Bedingung für Knoten $B_{\tilde{n}+1/2}$ der BP-Amplitudenmodulation folgt:

$$E_Z = \left(\tilde{n} + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c = g^* \mu_B B_{\tilde{n}+1/2} + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B_{\tilde{n}+1/2}}{k_B T_{eff}} \right). \quad (3.48)$$

Dies entspricht anschaulich den Schnittpunkten des Zeeman-Terms mit den Zyklotrongeraden. Mithilfe der obigen Gleichung kann aus dem Beating-Pattern die Mangankonzentration x bzw. x_{eff} extrahiert werden. Die Vorgehensweise wird in 6.4 anhand der konkreten Proben genauer erläutert.

3.4. Spin-Bahn-Kopplung in 2DEGs

Die Kopplung zwischen dem Spin-Freiheitsgrad der Elektronen und ihrer orbitalen Bewegung eröffnet interessante Möglichkeiten auf dem Feld der Spintronik, u. a. zur Kontrolle des Spins mithilfe eines externen elektrischen Feldes (z. B. mittels Gate). Der allgemeine Hamiltonian der Spin-Bahn-Wechselwirkung (SOI⁴) hat die Form:

$$H_{SO} = -\mu_B \vec{\sigma} \cdot \left(\frac{\vec{p} \times \vec{E}}{2m_0 c^2} \right), \quad (3.49)$$

mit Pauli-Spin-Matrix $\vec{\sigma}$ und Lichtgeschwindigkeit c . Die anschauliche Modellvorstellung von einem Elektron, der sich mit Geschwindigkeit $\vec{v} = \vec{p}/m_0$ in einem elektrischen Feld \vec{E} bewegt und in seinem Bezugssystem ein Magnetfeld $-(\vec{v} \times \vec{E})/c^2$ wahrnimmt, liefert im Fall von Festkörpern eine mehrere Größenordnungen zu kleine Spinaufspaltung: Unberücksichtigt bleibt dabei nämlich die Wirkung des starken Coulomb-Potentials der Atomkerne auf die Bloch-Funktion der Elektronen [68]. Eine mit den experimentellen Befunden konsistente Effektstärke ergibt eine Behandlung im Rahmen der $k \cdot p$ -Methode, welche zudem die Dirac-Bandlücke $E_D = 2m_0 c^2$ durch die Bandlücke E_g des Festkörpers ersetzt.

Die Spinentartung der Elektronenzustände in Halbleitern ist ein kombinierter Effekt der räumlichen und zeitlichen Inversions-Symmetrie [69][68] und kann durch Brechung einer von beiden aufgehoben werden. Eine Brechung der T-Symmetrie kann beispielsweise mithilfe eines *externen* Magnetfeldes realisiert werden. Eine räumliche Inversions-Asymmetrie erlaubt dagegen eine Aufhebung der Spinentartung auch bei $B = 0$. Speziell im Fall von mesoskopischen Halbleiter-Heterostrukturen kann eine solche Asymmetrie auf zwei Mechanismen beruhen: Allein die Abwesenheit eines Inversionszentrums in der Zinkblende-Struktur der II-VI-Halbleiter erzeugt ein intrinsisches elektrisches Feld. Die dadurch bedingte Asymmetrie des mikroskopischen Kristallfeldes, sog. „bulk inversion asymmetry“ (BIA), führt zur Dresselhaus-SOI [70]. Bei Heterostrukturen kann aber auch die strukturelle Inversions-Asymmetrie (SIA) des makroskopischen Einschlusspotentials in einer vergleichbaren (aber nicht äquivalenten) Energieaufspaltung mittels Rashba-SOI resultieren [71]. Bemerkenswert ist hierbei die Möglichkeit, die Rashba-Aufspaltung auch durch ein *externes* elektrisches Feld bzw. Gate-Spannung zu variieren [72][73].

Dominiert bei $B = 0$ einer der beiden Mechanismen, so lässt sich die spinaufgespaltete LL-Struktur auch für $B > 0$ analytisch bestimmen. Für den Rashba-Effekt ergibt sich

⁴Spin-orbit interaction

beispielsweise folgendes Energiespektrum [68][74]:

$$E_{N,\uparrow\downarrow} = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\hbar\omega_c - g^*\mu_B B)^2 + 8\alpha_R^2 \frac{eB}{\hbar} \left(N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right)}, \quad (3.50)$$

mit dem Rashba-Kopplungsparameter α_R . Beide diskutierten Mechanismen der Spinaufspaltung dominieren im Limes $B \rightarrow 0$; im starken Magnetfeld geht dagegen ΔE fließend in den Zeeman-Term $g^*\mu_B B$ über [68].

Die SOI führt zur Aufspaltung der Energiedispersion in zwei Zweige mit unterschiedlichen effektiven Massen und Ladungsträgerdichten n^+ und n^- . Letztere manifestieren sich experimentell in Form eines charakteristischen Beating-Patterns der SdH-Oszillationen und können aus dem Doppelpeak der FFT extrahiert werden [75]. Mit $n = n^+ + n^-$ und $\Delta n = n^+ - n^-$ lässt sich nun der Rashba-Parameter berechnen [76]:

$$\alpha_R = \frac{\Delta n \hbar^2}{m^*} \sqrt{\frac{\pi}{2(n - \Delta n)}}. \quad (3.51)$$

Potentiell problematisch aus experimenteller Sicht erscheint speziell im Fall von magnetischen Materialien eine Unterscheidung zwischen den zwei bisher erwähnten Mechanismen für die Entstehung des Beating-Patterns: SOI und sp-d-Austauschwechselwirkung. Dieser Unsicherheitsfaktor wird zumindest teilweise dadurch entschärft, dass Rashba-SOI in ausreichend breiten QWs [77] erst durch Anlegen einer *negativen* Gatespannung an Bedeutung gewinnt, wie sowohl theoretische Modellierung als auch experimentelle Untersuchungen der $\alpha_R(U)$ -Abhängigkeit zeigen [76]. Transportuntersuchungen an CdMnTe-Proben im Rahmen der vorliegenden Arbeit erforderten aber stets eine teils signifikante *positive* Gatespannung, wodurch Rashba-SOI stark abgeschwächt bzw. vernachlässigbar gegenüber der Riesen-Zeeman-Aufspaltung aufgrund der sp-d-Austauschwechselwirkung wird. Eine Abgrenzung erlaubt auch eine Auftragung der BP-Knotenindizes i auf der $1/B$ -Skala, die im Fall der SOI einen linearen Verlauf ergeben sollte:

$$i = \frac{2m^*\alpha_R k_F}{\hbar e} \cdot \frac{1}{B} + \left(\frac{g^* m^*}{2m_0} + \frac{1}{2} \right). \quad (3.52)$$

Kann ein solcher Zusammenhang festgestellt werden⁵, so können mithilfe der obigen Beziehung α_R sowie g^* extrahiert werden.

⁵Trivialerweise werden mindestens drei auflösbare BP-Knoten vorausgesetzt.

3.5. Quanteninterferenzeffekte

Bei der klassischen Beschreibung der Elektronenbewegung bleibt der Wellencharakter der Elektronen unberücksichtigt. Als Folge können zahlreiche darauf beruhenden quantenmechanischen Phänomene nicht plausibel erklärt werden. So entspricht klassisch die Transmissionswahrscheinlichkeit $T_{A \rightarrow B}$ zwischen Punkten A und B der einfachen Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten aller möglichen Pfade [78]. Im Kontrast dazu werden experimentell Interferenzerscheinungen beobachtet, die auf Überlagerung von Elektronenwellen zurückzuführen sind. Quantenmechanisch werden einzelne Streupfade $A_n e^{i\varphi_n}$ durch komplexe Amplituden A_n und Phasen φ_n charakterisiert. Für jedes Paar von Streupfaden zwischen A und B lässt sich damit die Transmissionswahrscheinlichkeit bzw. die Leitwertmodulation schreiben als

$$G \propto T_{A \rightarrow B} = |A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2|\cos(\varphi_1 + \varphi_2). \quad (3.53)$$

Neben der klassischen Überlagerung der Wahrscheinlichkeiten findet man einen zusätzlichen, quantenmechanischen Term, der die Phasendifferenz der Teilwellen berücksichtigt. Bei makroskopischer Betrachtung kann dieser Term vernachlässigt werden, da die Anzahl der Streupfade sehr groß ist und sich die zufällig verteilten Phasen im Mittel aufheben.

3.5.1. Charakteristische Größen

Das Zustandekommen der relevanten Effekte, die vom Wellencharakter der Elektronen herrühren, hängt vom Verhältnis zwischen bestimmten Korrelationslängen und Probenabmessungen ab. Im Folgenden werden die wichtigsten dieser charakteristischen Längen, die das Quanteninterferenzverhalten beschreiben, kurz vorgestellt.

Fermi-Wellenlänge

Eine naheliegende Größe im Hinblick auf den Wellencharakter der Elektronen ist ihre de-Broglie-Wellenlänge. Da nur Elektronen an der Fermi-Kante zum Transport beitragen, ist insbesondere die entsprechende Fermi-Wellenlänge λ_F relevant. Diese lässt sich im Fall eines zweidimensionalen Systems schreiben als:

$$\lambda_F = \frac{h}{p_F} = \frac{h}{m^* v_F} = \sqrt{\frac{2(\pi\hbar)^2}{E_F m^*}} = \sqrt{\frac{2\pi}{n_s}}. \quad (3.54)$$

In Metallen ist die Fermi-Wellenlänge sehr gering, in der Größenordnung von 0.5–1 nm und damit mit dem Atomabstand vergleichbar [79]. Für die verwendeten Materialien lässt sich anhand der typischen Ladungsträgerdichten für λ_F ein Intervall von 30–80 nm ableiten.

Mittlere freie Weglängen

Aus der klassischen Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit ist das Konzept der mittleren freien Weglänge der Elektronen zwischen zwei Streuereignissen bekannt. Je nach Streumechanismus unterscheidet man zwischen elastischer und inelastischer mittlerer freien Weglänge, wobei in der Regel $l_e \ll l_{in}$ gilt. Die elastische mittlere freie Weglänge kann bei Kenntnis der Probenparameter direkt berechnet werden:

$$l_e = v_F \tau_e = \frac{v_F \mu m^*}{e} = \frac{\hbar \sqrt{2\pi}}{e} \cdot \sqrt{n} \cdot \mu. \quad (3.55)$$

Die Differenzierung zwischen l_e und l_{in} begründet sich in der unterschiedlichen Wirkung der Streuprozesse auf die Phase der Elektronenwellen: Während elastische Streuung (z. B. an ionisierten Störstellen) lediglich in einer konstanten, reproduzierbaren Phasenverschiebung resultiert, zerstört inelastische Streuung (z. B. Elektron-Phonon, Elektron-Elektron) die Phaseninformation und führt damit zu Dekohärenz. Abhängig von Probenabmessungen L_i kann zwischen drei Transportmoden unterschieden werden: Übersteigen l_e und l_{in} die Probenabmessungen, so erfolgt der Transport *ballistisch*. Wichtig für das Zustandekommen der Interferenz ist die *mesoskopische*, phasenerhaltende Konstellation $l_e < L_i < l_{in}$. Bei sehr großen Probenabmessungen liegt schließlich der *klassische* Grenzfall vor und Interferenzen werden unterdrückt.

Phasenkohärenzlänge

Eine grundlegende Voraussetzung für das Zustandekommen der Quanteninterferenz ist die Erhaltung der Phaseninformation der Elektronenwelle während des Transportes. Die relevante Längenskala, auf der der Transport kohärent erfolgt, ist die Phasenkohärenzlänge l_ϕ . Diese ist mit einer Kohärenzzeit τ_ϕ verknüpft:

$$l_\phi = \sqrt{D \tau_\phi}, \quad (3.56)$$

wobei die Diffusionskonstante für ein 2D-System die Form $D = v_F^2 \tau_e / 2$ hat. Die reproduzierbaren und reversiblen elastischen Streuprozesse sind zwar phasenerhaltend,

beeinflussen dennoch die Phasenkohärenzlänge indirekt über die Diffusionskonstante. Hauptverantwortlich für die Zerstörung der Phaseninformation sind aber die inelastischen Streuprozesse, die in zufälligen Phasenverschiebungen resultieren: Streuung an Phononen, Elektronen, magnetischen und sonstigen Verunreinigungen. Es besteht deshalb ein enger Zusammenhang zwischen der Kohärenzzeit und der inelastischen freien Weglänge l_{in} .

Thouless-Energie

Ein für das Zustandekommen der Quanteninterferenzen wichtiges Konzept ist die Thouless-Energie E_{Th} . Diese ist aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation mit einer Zeitskala τ_{Th} verknüpft, welche die für die Durchquerung eines Systems mit Länge L erforderliche Zeit angibt. In diffusiven Systemen gilt $\tau_{Th} = L^2/D$ mit der obenerwähnten Diffusionskonstante D und folglich:

$$E_{Th} = \hbar D/L^2. \quad (3.57)$$

Ist die Phasenkohärenzlänge l_ϕ kleiner als L , so gilt stattdessen $E_{Th} = \hbar D/l_\phi^2$. Elektronen mit Energien, die sich um maximal E_{Th} unterscheiden, sind miteinander korreliert [80].⁶ Erfolgt dagegen der Transport durch Elektronen in einem größeren Energieintervall ΔE , so ist dieser in $N = \Delta E/E_{Th}$ einzelne, unkorrelierte Bereiche unterschiedlicher Energie und Wellenlänge unterteilt. Als Folge der inkohärenter Ensemble-Mittelung werden daher Interferenzeffekte bei Überschreitung der Thouless-Energie zunehmend unterdrückt. Aus experimenteller Sicht betrifft diese Einschränkung insbesondere die angelegte Spannung $eU < E_{Th}$ sowie die thermische Verbreiterung $k_B T < E_{Th}$.

Thermische Diffusionslänge

Bei tiefen Temperaturen kann der elektrische Transport ausschließlich durch Elektronen in einem schmalen Energieintervall — in der Größenordnung von $k_B T$ — um die Fermi-Kante erfolgen, da aufgrund des Pauli-Verbots nur in diesem freie Zustände zur Verfügung stehen. Die unterschiedlichen Elektronenenergien innerhalb dieses Intervalls resultieren dabei gemäß Gl. 3.54 in entsprechend variierenden Fermi-Wellenlängen. Elektronen erfahren deshalb unterschiedliche Phasenverschiebungen

⁶Deshalb wird E_{Th} oft auch als Korrelations- oder Kohärenzenergie bezeichnet.

und werden nach einer bestimmten Strecke inkohärent. Für diese sog. thermische Diffusionslänge gilt mit Gl. 3.57:

$$l_T = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}}. \quad (3.58)$$

In Anlehnung an die Überlegungen zur Thouless-Energie gibt l_T die maximale Korrelationslänge in Abhängigkeit von der Systemtemperatur an.

3.5.2. Aharonov-Bohm-Effekt

Eines der bekanntesten und am einfachsten zu realisierenden Beispiele für quantenmechanische Interferenzerscheinungen ist der Aharonov-Bohm-Effekt (AB) [81]. Er beruht auf der Erkenntnis, dass das Vektorpotential \vec{A} eines Magnetfeldes die Phase einer Wellenfunktion auch in solchen Bereichen beeinflussen kann, in denen die magnetische Flussdichte \vec{B} null ist und folglich auf das Teilchen klassisch keine Kraft wirkt. Für die von der Wellenfunktion auf einer Strecke von r_1 nach r_2 erfahrene Phasenverschiebung gilt:

$$\varphi_{AB} = \frac{e}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \vec{A} \cdot d\vec{s}. \quad (3.59)$$

Betrachtet man nun zwei solcher Wellen, die sich auf unterschiedlichen Wegen von r_1 nach r_2 ausbreiten, so lässt sich ihre Phasendifferenz als Kreisintegral über den geschlossenen Gesamtpfad \vec{s} folgendermaßen schreiben:

$$\Delta\varphi_{AB} = \frac{e}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{s} = \frac{2\pi}{\phi_0} \int \vec{B} \cdot d\vec{F} = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}, \quad (3.60)$$

mit dem eingeschlossenen magnetischen Fluss ϕ und dem Flussquant $\phi_0 = h/e$. Eine kontinuierliche Variation von ϕ entspricht also einer zyklischen Änderung der Phasenrelation der Wellen und damit h/e -periodischen Oszillationen des Leitwerts. Bei experimentellen Untersuchungen des Magnetotransports ist es zweckmäßig, die Periode dieser Oszillationen im senkrechten B -Feld in Abhängigkeit von der felddurchflossenen Fläche A anzugeben:

$$\Delta B_{AB} = \frac{\phi_0}{A}. \quad (3.61)$$

Der erste Nachweis des Aharonov-Bohm-Effektes erfolgte in einem Doppelspaltexperiment mit Elektronenstrahlen [82]. Übertragen auf einen leitenden Festkörper bietet sich für AB-Untersuchungen die in Abb. 3.7a dargestellte Ringgeometrie an, bei der den Elektronen zwei Ausbreitungswege durch die beiden Ringarme zur Verfügung

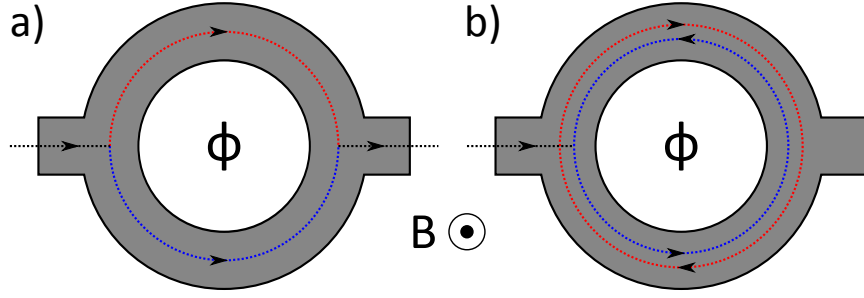


Abbildung 3.7: a) Aharonov-Bohm-Effekt: Zwei Partialwellen interferieren am Ende einer Ringstruktur. b) Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt: Interferenz zwischen Partialwellen, die den Ring auf zeitumgekehrten Pfaden durchlaufen.

stehen [83]. Ein senkrecht zur Ringebene angelegtes Magnetfeld B erzeugt im Ringinneren einen magnetischen Fluss $\phi = \pi r^2 B$, der die Phase der Teilwellen beeinflusst. Am Ringende interferieren schließlich die Teilwellen abhängig von ihrer relativen Phasendifferenz. Eine notwendige Voraussetzung für das Zustandekommen dieser Interferenz ist natürlich eine ausreichende Phasenkohärenzlänge in der Größenordnung der Ringarmlänge πr .

In einem realen Festkörper sind die Propagationswege der Elektronen in den beiden Ringarmen deutlich komplexer als in der gezeigten vereinfachten Darstellung: Die genauen Trajektorien sind vor allem durch Streuprozesse an Störstellen und Defekten bedingt. Zudem ist die Fermi-Wellenlänge der interferierenden Elektronen wesentlich kleiner als die in der Praxis erreichbare Genauigkeit der Strukturierung — die Ringarme haben i. A. eine unterschiedliche Länge. Somit ist die von den beiden Teilwellen erfahrene Phasenverschiebung ebenfalls unterschiedlich, auch in Abwesenheit des äußeren Magnetfeldes. Der Phasenunterschied der Teilwellen und der dadurch bestimmte Leitwert am Ringausgang sind deshalb ringspezifisch.

Dies hat eine unmittelbare Konsequenz für ein Ensemble aus mehreren solchen Ringen gleichen Durchmessers: Jeder Ring schließt sehr wohl die gleiche Fläche und somit den gleichen magnetischen Fluss ein, wodurch die Aharonov-Bohm-Oszillationen der einzelner Ringe exakt die gleiche Periodenlänge $\phi_0 = h/e$ aufweisen. Jedoch sind die Phasenlagen dieser Oszillationen bei beliebigen Magnetfeldwerten statistisch verteilt und resultieren folglich in einer insgesamt destruktiven Interferenz. Die Ausprägung des Aharonov-Bohm-Effekts im Summensignal eines Ringarrays wird also mit steigender Anzahl von Ringen durch Ensemble-Mittelung abgeschwächt.

3.5.3. Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt

Die AB-Interferenz der Teilwellen am Ringende stellt nicht den einzigen möglichen Prozess dar: Die Teilwellen können auch weiter durch den Ring propagieren, bis sie schließlich den Ringanfang erreichen (Abb. 3.7b). Sie durchlaufen dabei jeweils den kompletten Ring in entgegengesetzte Richtungen auf identischen, sog. *zeitumgekehrten* Pfaden. Im Ausgangspunkt können sie wiederum interferieren — vorausgesetzt, natürlich, die Phasenkohärenzlänge reicht hierfür immer noch aus ($l_\phi \geq 2\pi r$). Da die Phasenverschiebung der beiden Wellen auf zeitumgekehrten Pfaden für $\vec{B} = 0$ exakt gleich ist, kommt am Ringanfang stets konstruktive Interferenz zustande — unabhängig von der Ringgeometrie, Genauigkeit der Strukturierung und Störstellenverteilung. Eine erhöhte Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons am Ringanfang entspricht einer erhöhten Rückstreuung und folglich einem Leitwärtsminimum. Wird nun ein externes Magnetfeld angelegt, d. h. ein magnetischer Fluss durch den Ring erzeugt, so variiert die Phase der beiden Partialwellen in entgegengesetzte Richtung — analog zum AB-Effekt. Die Teilwellen schließen aber diesmal zusammen — nach jeweils einem kompletten Ringumlauf — die doppelte Fläche bzw. den doppelten magnetischen Fluss ein. Die resultierenden, magnetfeldabhängigen Altshuler-Aronov-Spivak-Oszillationen (AAS) der Leitfähigkeit weisen deshalb die halbe Periodenlänge von $\phi_0/2 = h/2e$ gegenüber den AB-Oszillationen auf [84]:

$$\Delta B_{AAS} = \frac{\phi_0}{2A}. \quad (3.62)$$

Da die AAS-Interferenz bei $\vec{B} = 0$ in jedem Ring stets konstruktiv ist, werden die Oszillationen beim Zusammenschalten von mehreren Ringen zunächst *nicht* unterdrückt. Bedingt durch Unterschiede in der Geometrie und der intrinsischen Struktur schließen aber auch scheinbar identische Ringe einen i. A. unterschiedlichen magnetischen Fluss ein. Als Folge variiert auch die Periodizität der resultierenden magnetfeldabhängigen Oszillationen am Ringanfang von Ring zu Ring, d. h. mit steigendem B werden die Interferenzen der einzelnen Ringe zunehmend asynchron. Die Amplitude der AAS-Oszillationen nimmt deshalb mit steigendem Magnetfeld rapide ab, so dass sie in der Regel nur in einem schmalen Magnetfeldbereich um $B = 0$ beobachtbar sind.

3.5.4. Aharonov-Casher-Effekt

Während im Fall des Aharonov-Bohm-Effekts eine bewegliche elektrische Ladung eine Phasenverschiebung durch den magnetischen Fluss erfährt, beschreibt der Aharonov-

Casher-Effekt (AC) einen analogen Einfluss des elektrischen Feldes auf die Phase eines beweglichen magnetischen Dipols:

$$\varphi_{AC} = \frac{1}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} (\vec{E} \times \vec{\mu}) \cdot d\vec{x}, \quad (3.63)$$

mit dem magnetischen Moment μ . Vergleicht man Gleichungen 3.63 und 3.59, so wird die elektromagnetische Dualität der beiden Effekte deutlich.

In Anlehnung an den AB-Effekt wird ein leitender Ring (in xy-Ebene) betrachtet, den eine elektronische Welle umläuft (Abb. 3.8a); das externe elektrische Feld \vec{E} stehe senkrecht zur Ringebene (z-Richtung). In einem Material mit Rashba-SOI erzeugt das elektrische Feld im Bezugssystem des Elektrons ein Magnetfeld \vec{B}_R (Rashba-Feld) in der Ringebene. Die Richtung des Vektors \vec{B}_R hängt dabei vom momentanen Impuls \vec{k} und somit auch von der räumlichen Position des Elektrons ab. Wird nun zusätzlich ein externes Magnetfeld \vec{B} senkrecht zur Ringebene angelegt, so summieren sich die beiden Vektoren zu einem effektiven Magnetfeld $\vec{B}_{eff} = \vec{B} + \vec{B}_R$. Aufgrund der Zeitentwicklung von \vec{B}_R und damit auch \vec{B}_{eff} ist der Spin des Elektrons nicht nach dem Effektivfeld ausgerichtet (auch für $\vec{B} = 0$), sondern präzediert um eine Achse, die einen Winkel θ mit der z-Achse einschließt:

$$\tan \theta = \frac{2m^* \alpha_R r}{\hbar^2} = Q_R \quad \left(\neq \frac{B_R}{B} \right), \quad (3.64)$$

wobei α_R die Kopplungskonstante und Q_R die dimensionslose Stärke der Rashba-SOI notiert. Bei der Präzession des Spins erfährt die Wellenfunktion des Elektrons eine *dynamische* Phase. Gleichzeitig umschließt die Bewegung der Präzessionsachse in einem Ringarm einen Raumwinkel $\pi(1 - \cos \theta)$ und akkumuliert dabei einen zusätzlichen, *geometrischen* Anteil der Phasenverschiebung.

Die Leitfähigkeit der Ringstruktur ist durch Interferenz der Teilwellen am Ringausgang bestimmt. Berücksichtigt man die zwei möglichen Spinausrichtungen ($S = \uparrow, \downarrow$) sowie zwei Umlaufrichtungen ($\lambda = +, -$), so stehen insgesamt 4 Leitungschanäle n_S^λ zwischen Ringeingang und Ringausgang zur Verfügung. Die Leitfähigkeit setzt sich aus Transmissionswahrscheinlichkeiten aller Kombinationen zusammen und resultiert im folgenden Ausdruck [85]:

$$G = \frac{e^2}{h} \left[1 + \frac{1}{2} [\cos \pi (n_\downarrow^- - n_\uparrow^+) + \cos \pi (n_\downarrow^+ - n_\uparrow^-)] \right]. \quad (3.65)$$

Es kommen nur Beiträge der Interferenzen von Wellen mit unterschiedlicher Umlaufrichtung und entgegengesetzten Spins vor, da Spinoren nur bei solchen Wellenpaaren

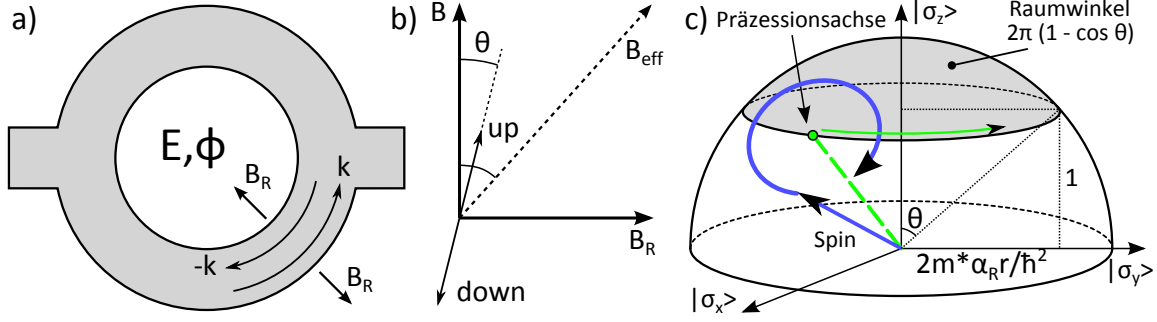


Abbildung 3.8: a) Bei der Bewegung durch eine Ringstruktur aus einem Material mit Rashba-SOI spüren Elektronen ein \vec{k} -abhängiges, räumlich variables Rashba-Feld B_R (nach [85]). b) Das Gesamtfeld $\vec{B}_{eff} = \vec{B} + \vec{B}_R$ ist i. A. nicht entlang der Spin-Eigenvektoren ausgerichtet (angepasst aus [85]). c) Zustandekommen der geometrischen Phase: Bewegung der Präzessionsachse umschließt den markierten Raumwinkel (angepasst aus [86]).

parallel sind [87]. Für die Modulation der Leitwertkorrektur (in Einheiten von e^2/h) erhält man schließlich:

$$\Delta G = \cos \left[\pi \left(\sqrt{1 + Q_R^2} - 1 \right) \right] = \cos \left[\frac{\pi}{\cos \theta} - 1 \right] \quad (3.66)$$

$$= \cos [\pi Q_R \sin \theta - \pi(1 - \cos \theta)], \quad (3.67)$$

mit $\sin \theta = Q_R / \sqrt{1 + Q_R^2}$ und $\cos \theta = 1 / \sqrt{1 + Q_R^2}$. In Gl. 3.67 ist die erste Komponente der AC-Phase $\pi Q_R \sin \theta$ die dynamische Rashba-Phase φ_R , die auf Spinpräzession der beteiligten Partialwellen zurückzuführen ist. Der zweite Term $\pi(1 - \cos \theta)$ ist die geometrische Aharonov-Anandan-Phase φ_{AA} , die dem von der Spinorbewegung umschlossenen Raumwinkel entspricht.

Im Fall einer starken Spin-Bahn-Kopplung ist die Spinpräzession viel schneller als die Wellenpropagation durch den Ring und die Spinors können dem Effektivfeld folgen. Im diesem sog. *adiabatischen Limes* gilt $\sin \theta \rightarrow 1$ und die Rashba-Phase $\varphi_R \rightarrow \pi Q_R$ steigt linear mit α_R an. Zugleich wird die Aharonov-Anandan-Phase zur Berry-Phase $\varphi_B = \pi(1 - \cos \theta) \rightarrow \pi$. Großes Q_R lässt sich alternativ mit einem großen Ringradius r realisieren, jedoch vergrößert sich zugleich die für das Zustandekommen der Interferenz notwendige Phasenkohärenzlänge.

Die geometrische Phase ist eng verwandt mit dem mathematischen Begriff der Holonomie [88]: Beim Paralleltransport eines Tangentialvektors entlang eines geschlossenen Pfads auf einer gekrümmten Fläche, z. B. einer Sphäre, erfährt der Vektor eine zusätzliche Drehung und ist somit nicht mehr parallel zur Anfangsrichtung. Ein be-

kanntes und anschauliches Beispiel aus der klassischen Mechanik ist das Foucault'sche Pendel, das bei der Erddrehung eine von der geographischen Breite θ abhängige Änderung der Schwingrichtung erfährt. Die akkumulierte Winkelverschiebung, genannt Hannay-Winkel [89], hängt nicht von Bewegungsparametern (z. B. Winkelgeschwindigkeit) des Pendels auf der Erdkugel ab, sondern ist allein durch Geometrie der Trajektorie bzw. den durch diese eingeschlossenen Raumwinkel bestimmt — nach einer halben Umdrehung beträgt der letztere und somit auch die geometrische Phase gerade $\pi(1 - \cos \theta)$.

4. Probenherstellung

Zu Beginn der experimentellen Untersuchungen bestand die Hauptmotivation im Nachweis des Aharonov-Casher-Effekts im verdünnt-magnetischen CdMnTe. Die praktische Umsetzung dieses Vorhabens impliziert sowohl die Strukturierung eines mesoskopischen Interferometers samt passender Zuleitungsgeometrie als auch die Realisierung eines Gates zwecks Kontrolle des elektrischen Feldes. Angesichts der großen Anzahl der involvierten Prozessschritte erwies sich CdMnTe aber als sehr „schwieriges“ Material: Während sich unstrukturierte Proben noch akzeptabel ankontaktieren lassen und dabei vernünftige elektrische Eigenschaften aufweisen, degradieren sowohl die Kontakte als auch das Material selbst merklich mit nahezu jedem zusätzlichen Prozessschritt. Um die Hauptfaktoren dieser Problematik besser eingrenzen zu können, wurde das nicht-magnetische HgTe als im Bezug auf die Probenherstellung vergleichbares Material herangezogen. Die meisten im Laufe des Kapitels beschriebenen Verfahren und Prozessschritte sind für CdMnTe- und HgTe-basierte Proben identisch, auf vereinzelte Ausnahmen wird im Text gesondert hingewiesen. Die Identifizierung der Schlüsselfaktoren der Materialdegradierung wird erheblich dadurch erschwert, dass eine elektrische Charakterisierung der Proben erst im Anschluss an eine komplexe, manuell mit einem LötKolben durchgeführte Lötprozedur möglich wird (s. 4.3). Die große Anzahl relevanter Parameter sowie ihre sehr subjektive Kontrolle machen den Prozess sehr fehleranfällig und unzuverlässig, wobei eine Unterscheidung zwischen Problemquellen (Degradierung durch Strukturierung oder nicht-optimale 2DEG-Ankontaktierung) sehr schwierig wird.

Eine der wichtigsten Einschränkungen der Prozessentwicklung besteht in einer sehr hohen Empfindlichkeit beider Materialsysteme gegenüber Wärmeeinwirkung. Wie bereits im Kapitel 2 beschrieben wurde, beträgt die sichere Prozesstemperatur für CdMnTe 100°C, für HgTe sogar nur 80°C. Alle Prozessschritte mussten deshalb auf diese Temperaturen abgestimmt werden; auf einige, oftmals weniger aufwendige Verfahren musste im Laufe der Prozessevolution sogar komplett verzichtet werden (s. 4.2.1). Die Entwicklung eines möglichst schonenden Prozesses setzte sich also aus der Optimierung eines jeden Prozessschritts in Hinsicht auf sehr niedrige Belastungsgrenzen und der simultanen Verbesserung des Ankontaktierverfahrens zusammen.

4.1. Strukturierungsverfahren

Im Laufe der kontinuierlichen Prozessweiterentwicklung kam eine breite Palette unterschiedlicher Strukturierungsverfahren zum Einsatz. Mit der Ausnahme des manuellen 2DEG-Ankontaktierprozesses (s. 4.3) handelt es sich um bekannte, bewährte Methoden, die zum Standardrepertoire der Halbleitertechnik gehören. Auf eine detaillierte Auseinandersetzung mit grundlegenden Funktionsprinzipien all dieser Verfahren wird deshalb bewusst verzichtet.¹ Statt mit dem „wie“ beschäftigt sich die Diskussion in diesem sowie Folgeabschnitt primär mit dem „warum“: Im Mittelpunkt stehen Schlüsselentscheidungen sowie die wichtigsten Einflussfaktoren und Motivatoren der Prozessentwicklung. Insbesondere werden im Folgenden die in Frage kommenden Lithographie- und Ätzverfahren kurz vor- bzw. einander gegenübergestellt, wobei sich die Diskussion wiederum nur auf prozess-relevante Besonderheiten beschränkt.

4.1.1. Lithografische Verfahren

Eines der bekanntesten und wichtigsten Reproduktionsverfahren der Halbleitertechnik ist die *optische Lithographie*: Gewünschte Strukturen werden in einer Maske realisiert und mittels Belichtung durch diese auf einen Fotolack übertragen. Die im belichteten Lack stattfindende fotochemische Reaktion erhöht seine Löslichkeit in entsprechenden Lösungsmitteln. Bestimmte Lacksysteme sind alternativ oder komplementär darauf ausgelegt, bei (oftmals sehr intensiver) Belichtung zu polymerisieren und stattdessen unlöslich zu werden. Abhängig davon, ob die belichteten oder unbelichteten Lackbereiche vom Lösungsmittel entfernt werden, spricht man von einem *Positiv*- bzw. *Negativ*-Prozess (Abb. 4.1). In beiden Fällen wird effektiv eine lithografische Lackmaske an der Probenoberfläche realisiert, die anschließend für Materialabtragung (Ätzprozesse) oder -abscheidung (thermisches Aufdampfen, ALD etc.) verwendet werden kann. Zu den Vorteilen der optischen Lithografie zählen ihre Einfachheit, der vergleichsweise geringe Aufwand sowie die kurze Prozesszeit aufgrund der simultanen Belichtung großer Probenbereiche bzw. ganzer Proben. Den wichtigsten limitierenden Faktor des Verfahrens stellt sein Auflösungsvermögen dar, welches durch die verwendete Lichtwellenlänge bestimmt wird. So können mithilfe der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Anlage auf Basis einer Quecksilberlampe (i-Linie, 365 nm) bestenfalls Strukturen in der Größenordnung 1–2 μm und damit beispielsweise keine Nanointerferometer realisiert werden. Darüber hinaus wird die

¹Es sei auf einschlägige Standardwerke verwiesen, z. B. [90].

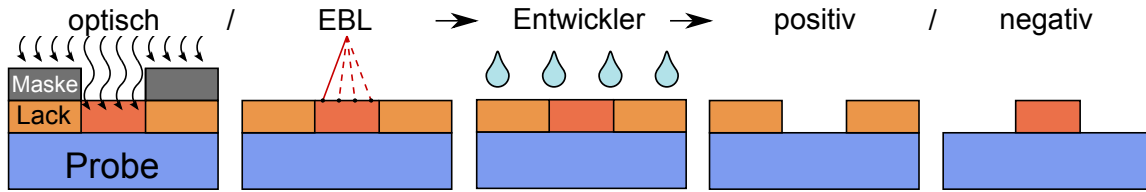


Abbildung 4.1: Grundlegende Funktionsweise lithografischer Verfahren: Die gewünschte Geometrie wird mittels Belichtung durch eine Maske oder mit einem Elektronenstrahl (EBL, s. Text) auf einen geeigneten Lack übertragen. Abhängig vom Lacksystem und der Dosis können entweder die belichteten oder die unbelichteten Lackbereiche von einem entsprechenden Lösemittel aufgelöst werden.

Flexibilität bei der Gestaltung der Strukturen stark durch die zur Verfügung stehenden Masken bzw. die aufwendige Herstellung neuer Masken eingeschränkt.

Eine Lösung bietet die *Elektronenstrahlolithografie* (EBL²), deren grundsätzliche Idee der optischen Lithographie sehr ähnlich ist. Das Analogon zur Belichtung stellt aber in diesem Fall eine punktgenaue Rasterabtastung mit einem fein gebündelten Elektronenstrahl in einem Rasterelektronenmikroskop (REM) dar. PC-gesteuerte Ablenkung und Abblendung des Strahls über eine CAD-Software ermöglichen eine flexible Anpassung der Geometrie und damit Herstellung von beliebigen, maßgeschneider-ten Strukturen — ebenfalls sowohl im Positiv- (pEBL) als auch im Negativ-Prozess (nEBL). Bei der seriellen Bestrahlung nimmt indessen der zeitliche Aufwand mit zunehmender Schreibfläche zu, was die Verwendung von EBL für große Flächen unpraktisch macht. Die erreichbare Auflösung lässt sich mithilfe der Beschleunigungsspannung U über die Wellenlänge der Elektronen $\lambda = h/\sqrt{2m_e e U}$ abschätzen. So ergibt sich für die üblicherweise verwendete Spannung von 30 kV ein λ von ca. 7 pm, mit der jedoch das endliche Auflösungsvermögen der REM-Optik und anderer Komponenten nicht mithalten kann: Für das verwendete System ergibt sich *ohne* Einbeziehung der Lackeigenschaften eine theoretische Auflösung von ca. 1–4 nm [91].

Proximity-Effekt

Einer der wichtigsten Faktoren, welche in realen Lacksystemen die mittels EBL erreichbare Auflösung einschränken, ist der sogenannte Proximity-Effekt. Mit diesem Sammelbegriff wird eine Reihe verwandter Effekte bezeichnet, die in indirekter Belichtung des Lacks resultieren. So werden die Primärelektronen des Elektronenstrahls

²Electron beam lithography

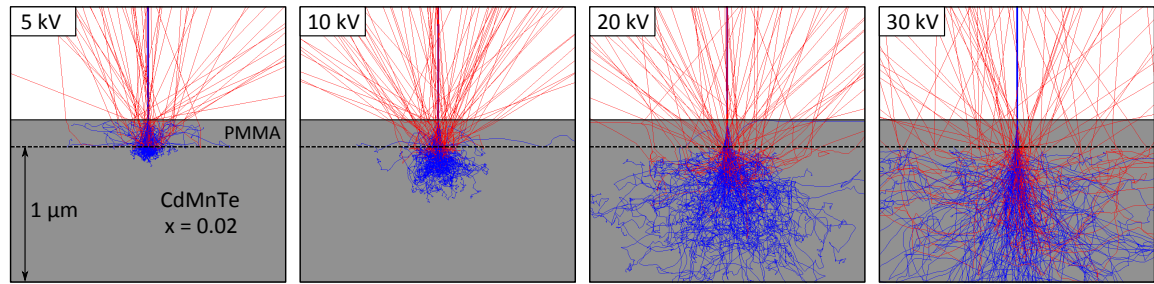


Abbildung 4.2: Monte Carlo Simulation der Streuung von Primärelektronen an 200 nm PMMA und darunterliegendem $\text{Cd}_{0.98}\text{Mn}_{0.02}\text{Te}$ -Substrat in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung. Rot hervorgehoben sind Trajektorien der rückgestreuten Elektronen. (Simuliert mit CASINO [92]).

aufgrund der Elektron-Elektron-Wechselwirkung sowohl im Lack als auch im Material gestreut, wodurch sich der Strahl statistisch verbreitert. Da der Streuwinkel von der Energie der Elektronen abhängt, macht sich die Verbreiterung insbesondere bei niedrigen Beschleunigungsspannungen bemerkbar. Im Lack und Substrat können die leichten Primärelektronen zudem an schweren Atomkernen streuen (Rutherford-Streuung), durch Rückstreuung erhöht sich dabei die effektive Belichtungsdosis (Abb. 4.2). Die Energie der Primärelektronen kann auch in inelastischen Prozessen, wie Stoßionisation, übertragen werden, dabei werden sogenannte Sekundärelektronen erzeugt.

In der Praxis resultiert der Proximity-Effekt letztendlich in einer effektiven Belichtungsdosis ungleich Null in den Bereichen der Probe, die nicht direkt belichtet werden. Überall dort, wo diese Dosis den Schwellwert des verwendeten Lacks überschreitet, wird dieser „belichtet“. Aus diesem Grund führt eine Erhöhung der Dosis zu einer generellen Verbreiterung der geschriebenen Strukturen. Werden mehrere Strukturen so nah nebeneinander geschrieben, dass sich ihre Proximity-Bereiche überlappen, so erfahren die letzteren eine entsprechend höhere, kumulierte Dosis. Folglich wird die minimale erreichbare Linienbreite auf nicht-triviale Weise durch die Strukturdichte, den Schwellwert des jeweiligen (pEBL oder nEBL) Prozesses sowie den Ausmaß des Proximity-Effekts definiert.

4.1.2. Trockenätzverfahren

Das *reaktive Ionenätzen* (RIE³) ist ein Trockenätzverfahren, bei dem Materialabtragung durch reaktive beschleunigte Ionen erfolgt. Das Prozessgas wird durch starke

³Reactive ion etching

RF-Strahlung angeregt und ionisiert aufgrund der unterschiedlichen Mobilitäten der Ionen und Elektronen: Die schweren Gasionen können den Elektronen nicht folgen, es entsteht ein Plasma. Aufgrund der Ladungsverschiebung entsteht in der Prozesskammer eine anhaltende Potentialdifferenz U_{DC} und der isolierte Probenhalter lädt sich negativ auf. Die Ionen werden nun zu diesem hin beschleunigt und treffen mit einer von U_{DC} abhängigen Energie auf die Probe. Sie lösen bei Kollisionen Atome aus der Materialoberfläche heraus und begünstigen durch ihre kinetische Energie die chemische Reaktion. Sie erzeugen zudem Oberflächendefekte, die das Material chemisch angreifbarer machen. Da der Ionenbeschuss hoch anisotrop erfolgt, werden fast ausschließlich Ätzgrabenböden getroffen und beschädigt, was wiederum chemische Anisotropie verstärkt. Bei anschließender chemischer Reaktion der Gasionen mit den herausgelösten Materialatomen bilden sich flüchtige Produkte, die abgepumpt werden können.

Dieses Verfahren stellt also eine Kombination aus physikalischem und chemischem Ätzen dar. Das Verhältnis zwischen diesen Anteilen lässt sich durch Variation des Kammerdrucks signifikant verändern: Ist der Druck niedrig, so stehen weniger Gasionen für eine chemische Reaktion zur Verfügung, zugleich ist ihre freie Weglänge — und damit kinetische Energie — beim Auftreffen auf die Probenoberfläche größer. Die Interaktion der Gasionen mit dem Material ist also vorwiegend physikalisch und deshalb mit erheblicher Belastung der Probenoberfläche verbunden, erzeugt aber aufgrund der höheren Anisotropie sehr steile Ätzflanken. Bei hohem Kammerdruck ist die Konzentration von Gasionen an der Materialoberfläche höher und der Ätzvorgang wird von chemischen Prozessen dominiert; gleichzeitig wird der physikalische Ätzanteil durch Stoßprozesse zwischen Ionen abgeschwächt. Während die physikalische Belastung variiert werden kann, stellt die thermische Belastung durch langen⁴ Kontakt des Materials mit heißem Plasma einen für die sensiblen Materialsysteme CdMnTe und HgTe sehr kritischen Faktor dar, dessen Einfluss jedoch im Rahmen des RIE-Prozesses nicht gemildert werden kann: Angesichts der sehr niedrigen thermischen Belastungsgrenzen erweist sich auch ein Intervall-Ätzen mit langen Abkühlpausen in der Praxis nicht als eine schonendere Prozessvariante.

Ein Alternative für das beschriebene RIE-Verfahren stellt das *chemisch unterstützte Ionenstrahlätzen* (CAIBE⁵) dar. Das Funktionsprinzip im reinen IBE-Betrieb basiert auf dem Beschuss der Probe mit einem breiten Strahl beschleunigter Ionen. Die physikalische Wirkung unterscheidet sich zunächst wenig vom oben beschriebenen RIE-

⁴Ein Standard-Ätzvorgang mit CH_4/H_2 dauert im Fall von CdMnTe 7.5 Minuten.

⁵Chemically Assisted Ion Beam Etching

Prozess: Die hochenergetischen Ionen schlagen Atome aus der Materialoberfläche heraus. Im Ionenstrahl selbst wird jedoch ein neutrales Gas verwendet, typischerweise Argon. Ein reaktives Gas (z. B. Cl_2) kann optional zur chemischen Unterstützung des Ätzvorgangs hinzugefügt werden. Der wesentliche Vorteil gegenüber der RIE besteht darin, dass physikalische und chemische Prozessparameter komplett voneinander getrennt sind: Die jeweiligen Prozessanteile können daher flexibel eingestellt werden.

Das rein physikalische Ätzen mittels IBE ist dafür bekannt, die Probenoberfläche besonders stark zu beanspruchen, und stellt deshalb in der Regel nicht die erste Wahl für die Strukturierung von empfindlichen Proben dar. Dennoch wurde angesichts der angesprochenen thermischen Belastung im RIE-Prozess eine CAIBE-Anlage für einen Vergleichstest herangezogen. Obwohl das IBE-Verfahren erwartungsgemäß weniger schöne Ätzflanken erzeugte, war der Grad der Degradierung der beiden Prozesse durchaus vergleichbar. Diese Feststellung spricht weniger für das keineswegs schonende Ionenstrahlätzen — vielmehr wird dadurch der Ausmaß der Wärmebelastung im RIE-Prozess verdeutlicht.

4.1.3. Nasschemisches Ätzen

Im nasschemischen Ätzprozess erfolgt die Materialabtragung chemisch, durch eine Reaktion der Ätzlösung mit dem Probenmaterial. Als Ätzlösung eignet sich sowohl für CdMnTe als auch HgTe eine Mischung aus Brom, Ethylenglykol und Wasser — in der Praxis hat sich ein Mischverhältnis von 0.1:100:25 als optimal erwiesen [93]. Neben dem geringen Brom-Anteil stellt ein Abkühlen der Ätzlösung auf 0°C eine wichtige Voraussetzung für ausreichende Kontrollierbarkeit und damit Reproduzierbarkeit des Ätzprozesses dar. Da Brom sehr flüchtig ist, ist es zweckmäßig, erst die Ethylenglykol-Wasser-Lösung abzukühlen, dann die geringe (und damit thermisch irrelevante) Menge Brom beizumischen und möglichst sofort mit dem Ätzen zu beginnen, bevor sich die Brom-Konzentration merklich ändert. Die Ätzlösung wird zudem kontinuierlich umgerührt und die Probe wird möglichst exakt gegen den Fluss der Lösung gehalten — auf den letzten Punkt wird im Weiteren genauer eingegangen. Im Gegensatz zu den bereits beschriebenen trocken-chemischen Ätzverfahren werden Proben im verwendeten nasschemischen Prozess nicht physikalisch oder thermisch belastet. Trotz teils signifikanter Nachteile, die ebenfalls in Kürze diskutiert werden, stellte der schonende Charakter des nasschemischen Ätzprozesses den Hauptgrund für seine Implementierung anstelle der Trockenätzverfahren dar.

Das wohl wichtigste formbestimmende Merkmal des *idealen* nasschemischen Prozes-

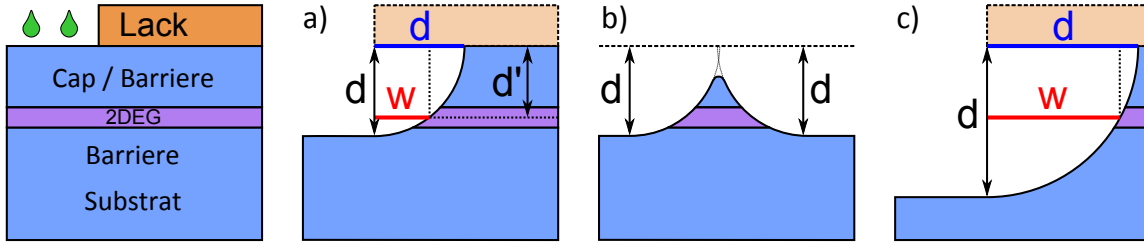


Abbildung 4.3: Auswirkungen des Verhältnisses zwischen Ätztiefe d und 2DEG-Position d' im isotropen nasschemischen Ätzprozess. a) Bei zu seichtem Ätzen kann die effektive laterale Unterätzung w in 2DEG-Tiefe erheblich von d abweichen. b) Abtragung der Cap-Schicht / Barriere bei zu geringer Linienbreite zwischen zwei Ätzflächen. c) Geringe Diskrepanz zwischen w und d ist nur bei ausreichender Ätztiefe $d \gg d'$ realisierbar.

ses ist seine Isotropie: Alle Lackkanten werden entsprechend der erzielten Ätztiefe d auch lateral unterätzt (Abb. 4.3a). Da sich die Ätzflächen dabei in alle Richtungen gleichförmig aufweiten, vergrößern sich ihre prinzipiellen Abmessungen (Länge, Breite, Radius etc.) sogar um die doppelte Ätztiefe $2d$. Um auf die gewünschte Strukturgröße zu kommen, muss diese Verbreiterung folglich kompensiert werden, indem Ätzfenster entsprechend schmaler definiert werden. Dies resultiert in einer prinzipiellen Untergrenze für die Abmessungen der Ätzgräben von $2d$; der tatsächliche Wert wird durch die Mindestauflösung der lithografischen Verfahren entsprechend heraufgesetzt. Aus demselben Grund können nasschemisch keine scharfen Ecken strukturiert werden: Sie werden zu Kreisbögen mit $r \sim d$.

Auch das Tiefenprofil ist im isotropen Grenzfall an allen Ätzkanten entsprechend abgerundet, d. h. die Breite der Strukturen nimmt zum Inneren des Materials zu (vgl. 2DEG-Breite in Abb. 4.3a). Insbesondere bei der Strukturierung von Einschnürungen des leitenden Kanals ist zu berücksichtigen, dass die effektive Breite des tief liegenden 2DEGs größer ist als die an der Oberfläche messbare Strukturbreite. Das effektive laterale Unterätzen w („Ätzbreite“) eines sich in Abstand d' von der Materialoberfläche befindlichen 2DEGs beträgt bei einer Ätztiefe d trivialerweise:

$$w = \sqrt{d^2 - d'^2}, \quad d \geq d'. \quad (4.1)$$

Wird nur bis knapp unterhalb der 2DEG-Unterkante geätzt, $d \approx d'$, so kann sich die tatsächlich Breite des Kanals erheblich (bis d auf jeder Seite) von der an der Materialoberfläche messbaren Breite der Einschnürung unterscheiden (Abb. 4.3a). Unklar bleibt dabei, in welchem Maße sich die Eigenschaften des am Rand des Kanals befindlichen 2DEGs verschlechtern, wenn die darüber liegenden Schichten teil-

weise abgetragen werden. Diese Problematik verschärft sich insbesondere unterhalb der kritischen Kanalbreite $2(d - w)$, sobald also die Capschicht von gegenüberliegenden Ätzflanken ausgehend komplett durchgeätzt wird (Abb. 4.3b). Im Hinblick auf mögliche Degradierung können sehr schmale Kanäle auf diese Weise vermutlich nicht realisiert werden.

Nur für eine ausreichend große Äztiefe $d \gg d'$ gilt näherungsweise $w = d$, d. h. Ätzflanken im Bereich des 2DEGs sind praktisch vertikal (Abb. 4.3c). Während dieser Ansatz eine sehr präzise Kontrolle der tatsächlichen Kanalbreite verspricht — speziell in Bereichen der Nanostrukturierung ist diese essentiell —, muss aufgrund der Ätziotropie bei einer Vergrößerung der Äztiefe zwingend auch die Breite der Ätzfenster entsprechend angepasst werden. Dies ist in der Praxis nicht immer möglich: Vor allem bei eng beieinander liegenden Strukturen oder konkaven Ätzkanten stößt man schnell an die bereits beschriebene minimale Ätzfenstergröße von $2d$. Als Kompromiss wurde daher typischerweise ein Verhältnis d/d' von ca. 1.5–2.0 angestrebt.

Es sei schließlich auf die bewusste Einschränkung der Diskussion auf sog. *tiefes Ätzen* (deep etching) hingewiesen: Dabei wird mindestens bis zur 2DEG-Unterkante geätzt, d. h. die potentiell leitende Schicht wird stets vollständig durchtrennt. Dies schließt Leckströme bzw. Tunnelprozesse auch bei starker Ladungsträgeranreicherung des Materials mittels Belichtung und/oder Gate aus. Die dadurch bedingte, signifikante Mindestätztiefe bringt jedoch bereits erwähnte geometrische Limitationen mit sich. Diese können durch Verwendung der alternativen *seichten* Ätzmethode (shallow etching) umgangen werden: Hierbei wird argumentiert, dass für eine starke Degradierung des 2DEGs bereits ein moderates Anätzen der Capschicht ausreicht. Während die 2DEG-Schicht also intakt bleibt, wird diese im geätzten Bereich so stark verarmt, dass elektrische Leitung dort faktisch nicht stattfinden kann. Im Hinblick auf beabsichtigte hochsensible Anwendungen als Interferometer sowie teils extreme Gateregimes wurde jedoch die garantiert isolierende, tiefe Trennung priorisiert.

In der Praxis wird der beschriebene isotrope Ätzzvorgang von einer Vielzahl weiterer Faktoren beeinflusst, die zu signifikanten Abweichungen vom idealen Ätzmuster führen. Die verwendete Ätzmethode, bei der die Probe gegen den Strom der Ätzlösung gehalten wird, dient gar der gezielten Vergrößerung der Ätzanisotropie [93], um die geschilderten geometrischen Einschränkungen des nasschemischen Ätzzvorgangs zu lockern. Eine ausführliche Auseinandersetzung mit den relevanten chemischen und hydrodynamischen Effekten würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, daher sei z. B. auf [94] verwiesen. Im Weiteren werden lediglich die wichtigsten Einflussfaktoren vorgestellt, die eine unmittelbare Bedeutung für den Herstellungsprozess hatten.

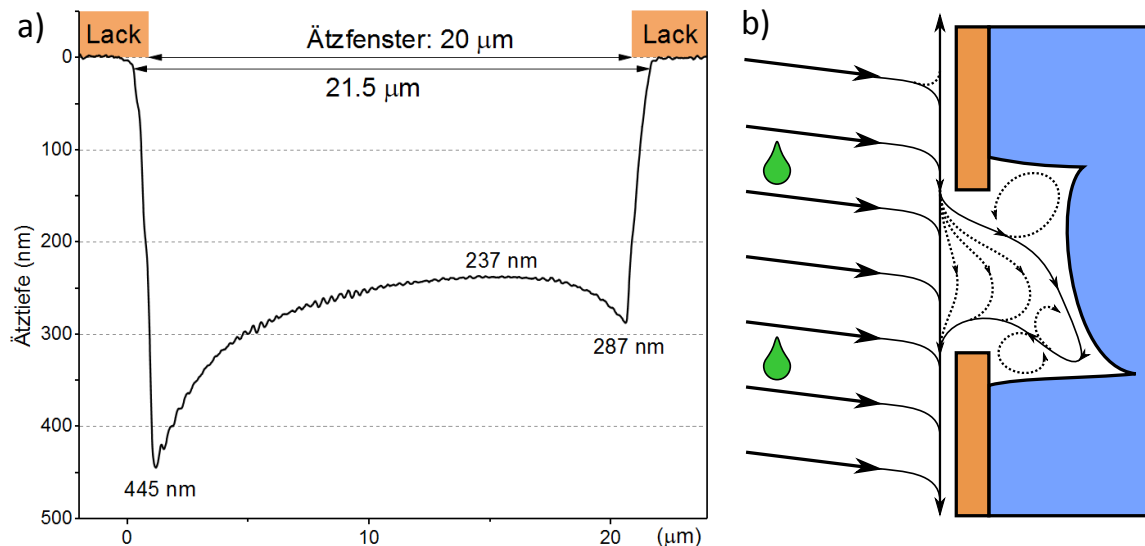


Abbildung 4.4: *Anisotropie in realen nasschemischen Ätzprozessen: a) Typisches Profil eines makroskopischen Ätzgrabens. b) Stark vereinfachte Darstellung der Strömungen im Bereich des Ätzfensters bei nicht exakt senkrecht auftreffender Ätzlösung.*

Anisotropie und Wirbelströmungen

In Abb. 4.4a ist das typische Ätzprofil eines 20 µm breiten Trenngrabens dargestellt. Anstelle des runden Flankenprofils findet man nahe der Ätzkanten stark ausgeprägte, unterschiedlich tiefe Mulden, während der mittlere Bereich einen seichten „Bauch“ aufweist. Versuchsreihen mit variabler Prozesszeit t zeigen, dass die Ätztiefe gerade im mittleren Bereich erwartungsgemäß linear mit t skaliert; die Tiefe der Mulden ist dagegen irregulär. Ein stark vereinfachtes Modell des Ätzvorgangs ist in Abb. 4.4b skizziert: Die Ätzlösung trifft annähernd senkrecht auf die Probe auf, wird zur Seite abgelenkt und fließt parallel zur Probenoberfläche zum Probenrand ab. Der ungehinderte Fluss der Ätzlösung wird jedoch durch Lackkanten des Ätzfensters beeinträchtigt. Dadurch entstehen Wirbelströmungen, welche die Ätzintensität erhöhen und Kanten verstärkt „unterwaschen“. Da die Ätzlösung i. A. nicht perfekt senkrecht auf die Probe auftrifft, existiert eine Vorzugsrichtung und gegenüberliegende Ätzkanten werden nicht im gleichen Maße betroffen. Denkbar ist zudem ein analoger Beitrag zur Asymmetrie aufgrund der Rotation der Ätzlösung: Räumlich variable Winkelgeschwindigkeit und Druck können auch bei exakter Ausrichtung der Probe in einem Gradienten der Ätzintensität resultieren.

Für die Strukturierung von Strompfaden spielen die Variabilitäten der Ätztiefe keine Rolle, solange die laterale Ätzrate annähernd konstant bleibt. Ist dies der Fall, so ist

die generelle Erhöhung der Ätztiefe an allen Kanten durchaus wünschenswert: Steilere Kanten verringern die Verbreiterung des leitenden Kanals und erlauben damit im Umkehrschluss feinere Strukturen bei gleicher nominaler Ätztiefe. Alternativ lässt sich die (normale) Ätztiefe entsprechend verringern, prinzipiell sogar auf $d < d'$: In der Mitte der Ätzfenster verbleiben zwar leitende Inseln, die jedoch von tiefen Ätzmulden umgeben und daher von strukturierten Strompfaden isoliert sind.

Kapillarische Effekte

Wird die Breite des Ätzfensters verringert, so verschieben sich die gegenüberliegenden Mulden immer näher zueinander, bis sie schließlich überlappen und unterhalb von ca. $2\text{ }\mu\text{m}$ nur noch eine einzige Mulde vorliegt. Trotz der Überlappung zweier Randeffekte verringert sich die resultierende Ätztiefe sogar, da sich Wirbelströmungen in einem so schmalen Spalt nicht im gleichen Maße ausbilden können. Bei noch geringerer Ätzfensterbreite spielen Wirbelströmungen schließlich keine Rolle mehr, stattdessen wird in diesem Größenbereich ein zunehmender Einfluss von kapillarischen Effekten vermutet: Nach dem eigentlichen Ätztvorgang, beim Ätzstop in Wasser und anschließendem Trockenblasen mit Stickstoffgas, soll die Ätzlösung möglichst schnell und vollständig von der Probenoberfläche entfernt werden. Aufgrund von verstärkter kapillarischen Haftung der Ätzlösung an feinen Strukturen läuft die chemische Reaktion an diesen jedoch praktisch ungestört weiter, bis die dort verbleibenden, reaktiven Anteile der Lösung vollständig aufgebraucht sind. Dies resultiert in einem zusätzlichen Ätzanteil, der nicht von der Prozesszeit, sondern von der Menge der festgehaltenen Ätzlösung, also letztendlich von den Abmessungen des Ätzfensters abhängt.

Im Gegensatz zu den Wirbelströmungen ist der kapillarische Anteil isotrop und resultiert in einer erhöhten Ätzrate speziell in feinen Trenngräben. Im Rahmen des zeitgleichen Ätzprozesses mit Strukturen unterschiedlicher Dimensionierung müssen folglich je nach Strukturgröße teils sehr unterschiedliche Ätzzraten berücksichtigt werden. Da die Qualität der Nanostrukturen eindeutig Vorrang hat und ihre Abmessungen in der Regel die Ätztiefe vorgeben, wird in der Praxis eine abweichende Ätztiefe der makroskopischen Ätzgräben in Kauf genommen.

Überstrukturelle Effekte

Liegen mehrere Ätzfenster sehr nah beieinander, so kann der Fluss der Ätzlösung nicht mehr in isolierte Komponenten zerlegt werden, welche jeweils nur mit einer

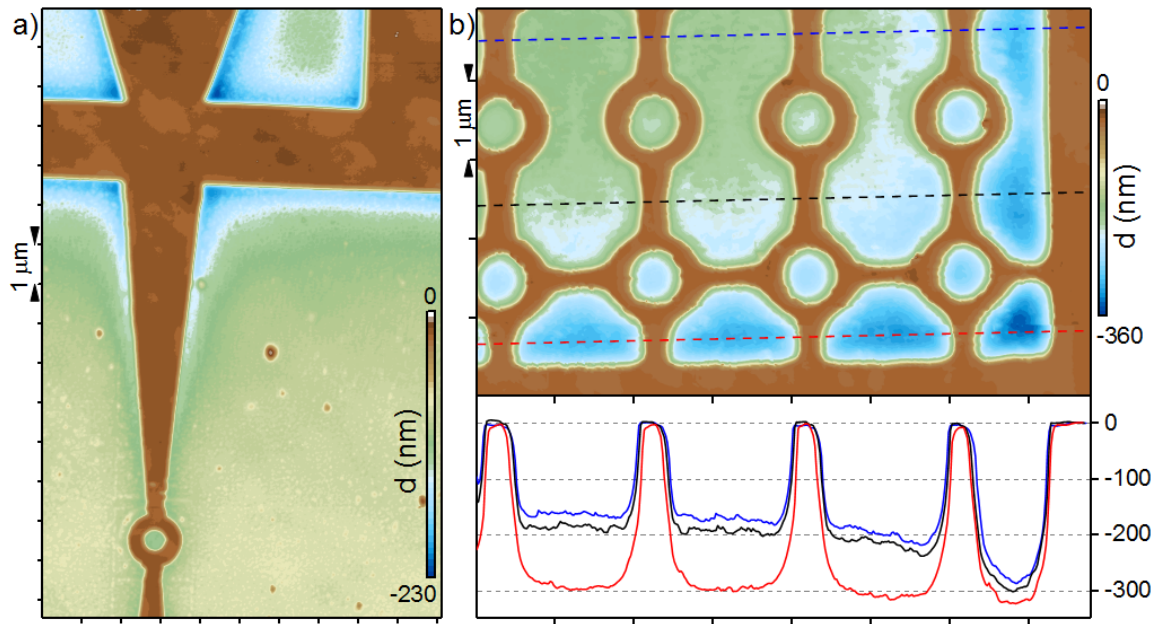


Abbildung 4.5: Überstrukturelle Effekte beim nasschemischen Ätzen: Makroskopische, zusammengesetzte Ätzfelder weisen das typische Ätzprofil gemäß Abb. 4.4a. Strukturen kleiner als ca. $1\ \mu\text{m}$ werden dagegen nahezu isotrop geätzt. AFM-Profile eines a) Ring-Interferometers mit langen Zuleitungen, b) eines kompakten Ring-Arrays. Entlang eingezeichneter Linien extrahierte Tiefenprofile verdeutlichen die unterschiedliche Evolution verschieden großer Strukturfeatures.

Struktur interagieren. Vielmehr berücksichtigt das resultierende Strömungsbild sämtliche nahegelegenen Oberflächenmerkmale, so dass die komplexe Hydrodynamik der gesamten Anordnung betrachtet werden muss: Bei ausreichend kleinen Abständen zwischen einzelnen Ätzfenstern bilden sie zusammen ein makroskopisches Ätzfeld, welches sich im Wesentlichen wie ein einziges Ätzfenster verhält und das bereits beschriebene charakteristische Ätzprofil aufweist — seichten mittleren Bereich und tiefe Rinnen entlang äußerer Ränder. Einzelne Ätzfenster im Inneren des Feldes weisen dagegen dieselben anisotropen Erscheinungen nur in einer stark gedämpften Form auf und tragen damit nur unwesentlich zum Gesamtprofil bei: Sehr feine Strukturen werden von der Ätzlösung offenbar nicht als Hindernisse wahrgenommen, die das vom Ätzfeld geprägte Strömungsbild merklich beeinflussen können.

Der beschriebene Sachverhalt kann anhand von folgenden zwei Beispielen veranschaulicht werden: In Abb. 4.5a ist das mittels AFM gemessene Tiefenprofil in der Umgebung eines einzelnen Ring-Interferometers zu sehen, welcher von großen Ätzelfeldern umgeben ist. Die zusammenlaufenden Kanten der Ring-Zuleitung demonstrieren

besonders deutlich die Auswirkungen der Strukturgröße auf das Ätzprofil: Je schmaler die Zuleitung wird, desto schwächer werden die charakteristischen Unterätzungen an den Kanten. Im unteren Teil des Bildes liegt schließlich ein typisches makroskopisches Profil vor, wie man es bei einem komplett unstrukturierten Feld, ohne Ring und Zuleitung, erwarten würde (vgl. eingeschlossene Bereiche am oberen Rand).

In Abb. 4.5b sieht man eine analoge AFM-Aufnahme eines Ringarrays, der von allen Seiten von unstrukturierten Bereichen umgeben ist⁶. Man kann klar erkennen, dass die Ätztiefe zu den Rändern des Strukturfeldes deutlich ansteigt — das makroskopische Tiefenprofil entspricht im Wesentlichen der Abb. 4.4a. Bedingt durch die halbierte Größe der sich direkt am Rand befindlichen Ätzfenster findet man in diesen das typische abgerundete, isotrope Profil sowie verstärkte Ätzintensität. Gleichzeitig sind an einzelnen Strukturkanten im Inneren des Feldes keine Unterätzungen festzustellen.

Gradient der Ätzintensität

Das makroskopische, überstrukturelle Ätzprofil ist ebenfalls von der bereits diskutierten Profilasymmetrie betroffen, die vermutlich von der nicht ganz exakten Ausrichtung der Probe sowie Rotation der Ätzlösung herrührt. Auf der Größenskala der typischen Interferometer-Arrays (bis 90 μm) hat diese Asymmetrie jedoch entsprechend schwerwiegendere Folgen: Bei allen Arrays wurde nach dem nasschemischen Ätzen ein leichter Gradient der Ätzintensität innerhalb der Strukturfelder festgestellt⁷. Als Folge variieren die Abmessungen der einzelnen Interferenzobjekte (Ringe oder Waben) innerhalb der Ensemble-Felder — ein gravierender Nebeneffekt für die Qualität des Interferenzsignals. Da Strompfade im Positivprozess durch zwei benachbarte Ätzfenster definiert werden, welche ihrerseits auf eine homogene Ätzrate abgestimmt sind, resultiert eine erhöhte Ätzintensität sehr schnell in Durchätzung der leitenden Strukturen. Besonders kritische Auswirkungen hat der beschriebene Effekt offensichtlich dann, wenn der Ätzgradient eine Komponente entlang der späteren elektrischen Stromrichtung besitzt, da das Strukturfeld auf der Seite der erhöhten Ätzrate über die gesamte Breite durchätzt wird. Ein typisches Erscheinungsbild ist in Abb. 4.6 illustriert.

Eine zuverlässige Prävention dieses Effekts konnte im Rahmen des verwendeten Ätzprozesses nicht erreicht werden, da eine ausreichend präzise Ausrichtung der Probe

⁶Einzig zum Zweck eines EBL-Dosistest strukturiert, eine Ankontaktierung war nicht beabsichtigt.

⁷d. h. nicht makroskopisch über die gesamte Probe, sondern lokal im Bereich einer jeden Nanostruktur

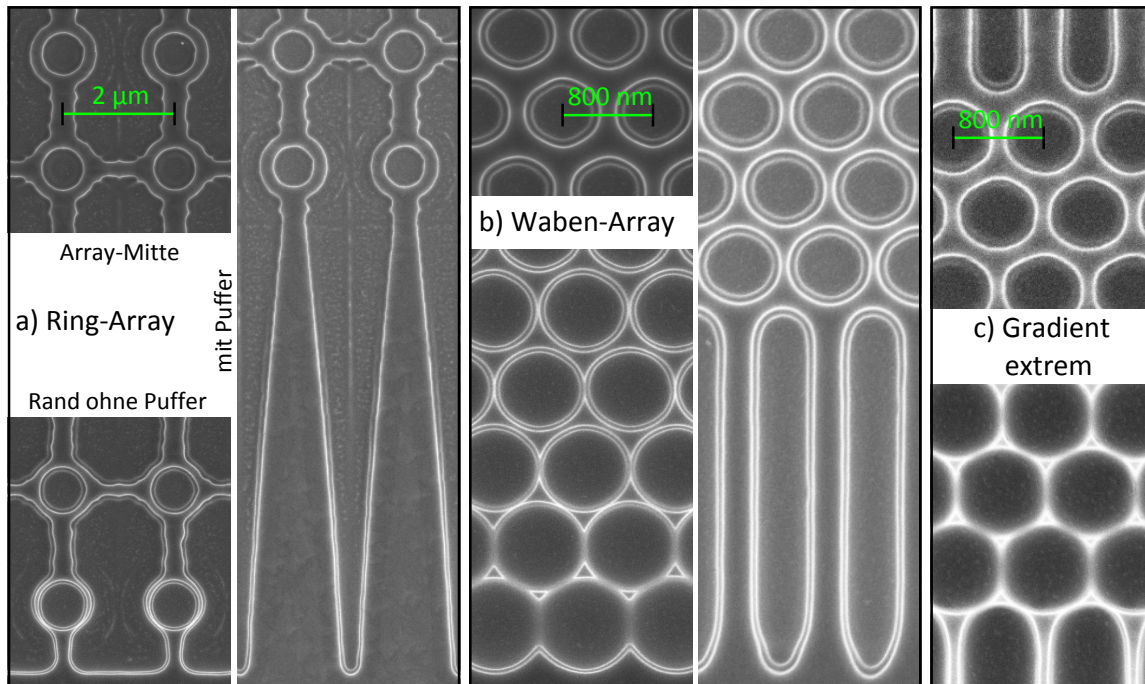


Abbildung 4.6: Gradient der Ätzintensität führt auf der Skala der großflächigen Strukturfelder zu signifikant variierenden Strukturabmessungen. a) Ring-Array mit 90 µm Seitenlänge: [oben] Gewünschte Geometrie und Linienbreite im Zentrum des Arrays, [unten] nahezu vollständig durchätzte, nicht leitfähige Ringe am unteren, zu stark geätzten Rand, [rechts] 8 µm lange Pufferstrukturen an Feldrändern kompensieren die stärksten Abweichungen der Ätzrate. b) Feinere Waben-Arrays sind deutlich stärker betroffen. [rechts] Analoge Pufferstrukturen c) Extreme Ätzratenunterschiede an entgegengesetzten Array-Rändern können nicht durch Puffer kompensiert werden.

in einer rotierenden Ätzlösung nicht realisierbar ist. Auch ist es nicht sinnvoll, signifikant breitere Strompfade zu definieren, um so die erhöhte Ätzrate in einem Teil des Strukturfeldes zu berücksichtigen: Die gleichzeitige Entstehung sehr breiter und dazu auch noch zu schwach geätzter Strukturen auf der gegenüberliegenden Feldseite ist genauso unerwünscht. Eine Kompromisslösung wurde schließlich in Form von Pufferstrukturen realisiert, die den Bereich stärkster Anisotropie an relevanten Rändern der Arrays abdecken (Abb. in 4.6): Die großzügig dimensionierten Zuleitungen bleiben auch bei signifikant erhöhter Ätzintensität elektrisch leitfähig, während die sensiblen Nanostrukturen weiter weg vom Feldrand eine deutlich stabilere Ätzrate erfahren. Die Problematik der mesoskopisch variierenden Strukturabmessungen innerhalb der Arrays wird dadurch zwar nicht komplett gelöst, die extremen Abweichungen der Ätzintensität an Feldrändern können aber in der Regel kompensiert werden.

4.2. Prozessentwicklung

Die ständige Optimierung und Weiterentwicklung der Strukturierungsverfahren über mehrere Jahre hinweg bildet das Herzstück der vorliegenden Arbeit. Die vergleichsweise hohe Komplexität der angestrebten Probenlayouts, insbesondere der Nanointerferometer, erforderte viele Strukturierungsschritte, wobei Rückschlüsse von der Qualität der fertigen Probe auf Mängel in konkreten Schritten nicht immer naheliegend waren. Im Laufe der Untersuchungen wurden mehrere kritische Faktoren in verschiedenen Prozessschritten identifiziert, bei denen entweder eine Optimierung oder gar ein Ausweichen auf alternative Strukturierungsmethoden notwendig war. Im Folgenden werden die wichtigsten dieser Faktoren sowie die Lösungen, die sich im Laufe der Untersuchungen herauskristallisiert haben, ausführlich beschrieben, da sie sich maßgeblich auf die Probenqualität ausgewirkt haben. Die Diskussion beschränkt sich dabei nicht lediglich auf das Endergebnis, sondern verfolgt auch die evolutionäre Entwicklung des Verfahrens und begründet die Notwendigkeit der getroffenen Prozessentscheidungen. Den Diskussionsrahmen bildet die Herstellung der großflächigen Interferometer-Arrays — dadurch werden sämtliche relevanten Prozesse abgedeckt; andere Strukturierungsziele stellen eine Vereinfachung der beschriebenen Verfahren dar. Eine kompakte Zusammenfassung der konkreten Prozessschritte samt wichtigsten Parametern findet sich im Anhang A.

4.2.1. Mesa und Nanostrukturen

Das generelle Probenlayout ist im Wesentlichen durch die Größe der Nanostrukturen und Kontaktflächen sowie die Vier-Punkt-Geometrie vorgegeben. Letztere setzt pro Nanostruktur mindestens 4 Zuleitungen bzw. Kontaktflächen voraus: Source, Drain sowie 2 strukturnahe U_{xx} -Abgriffe. Aufgrund der größeren Flexibilität und Ausfallsicherheit (durch Redundanz) sowie der Möglichkeit, auch Hall-Spannung U_{xy} zu erfassen, haben sich in der Praxis verschiedene Variation der „klassischen“ Hallbar-Geometrie mit 6 Kontakten als optimal erwiesen. Werden mehrere Strukturen auf einer Probe untergebracht, so wird die vergleichsweise hohe Anzahl der Kontaktflächen schnell aus Platzgründen problematisch: Ihre Abmessungen müssen zwingend makroskopisch bleiben, da die manuelle Lötprozedur unterhalb von ca. 200–300 μm Seitenlänge⁸ undurchführbar wird. Es bietet sich daher an, Strukturen bzw. Mesas zu einem gemeinsamen Strompfad zusammenzuschließen, wodurch zumindest einige

⁸Bei strikter Einschränkung der Kontaktgröße auf das Innere der Kontaktflächen, d. h. falls keine isolierenden Zwischenräume existieren.

der Zuleitungen für das Ankontaktieren von mehreren Strukturen verwendet werden können. Eine gewisse Redundanz muss dennoch eingeplant werden, da die spätere Ankontaktierprozedur eine unvermeidbare Ausfallquote aufweist.

Bedingt durch die Abmessungen der verwendeten Chip-Carrier sowie die zur Verfügung stehenden optischen Masken wurde eine Probengröße von $(4 \times 4) \text{ mm}^2$ verwendet. Um zudem das verfügbare Wafermaterial nicht unnötig zu verschwenden, wurde stets versucht, auf jeder Probe möglichst viele Nanostrukturen unterzubringen. Als sinnvoller Kompromiss haben sich verschiedene Layouts mit 4 Nanostrukturen und etwa 20 Kontakten pro Probe erwiesen.

Generation 1: Mesa optisch / RIE / Strukturen nEBL / RIE

Die Einschnürung des leitenden Kanals einer Nanostruktur-Probe erfolgt typischerweise in zwei separaten Prozessen: Eine geeignete Mesa wird mittels optischer Lithografie realisiert, da letztere viel schneller ist als die serielle EBL-Belichtung und zudem den Anforderungen an die hierbei erforderliche Auflösung durchaus gerecht wird. Eine ausreichende topologische Flexibilität ist durch die Vielzahl der zur Verfügung stehenden optischen Masken gegeben, die verschiedene prinzipielle Konfigurationen von Zuleitungen und Kontakten erlauben. Bei der Herstellung der Nanostrukturen greift man dagegen standardmäßig zur Elektronenstrahlolithografie (EBL), die deutlich kleinere und vor allem maßgeschneiderte Strukturen ermöglicht. Trotz der seriellen Belichtung bleibt dabei die Schreibzeit aufgrund der vergleichsweise geringen Strukturgröße akzeptabel. Diese bewährte Kombination aus zwei Prozessen bildete zum Anfang der vorliegenden Arbeit den Ausgangspunkt für die Probenherstellung.

Eine typische Geometrie der ersten Probengeneration (gen1) ist in Abb. 4.7 dargestellt: Auf einer langen, optisch strukturierten und RIE-geätzten Mesa befinden sich 4 seriell geschaltete Nanostrukturen. Letztere werden mittels nEBL definiert, da dabei die höchste Präzision, Strukturstabilität sowie Reproduzierbarkeit erzielt werden können. Aufgrund der starken Proximity-Belichtung um nEBL-Strukturen erfordert die Realisierung eines lokalen Ätzfensters einen zusätzlichen pEBL-Schritt, inklusive nochmaliger Belackung (vgl. Abb. 4.7b). Im Anschluss an den kombinierten EBL-Prozess wird der RIE-Vorgang wiederholt. Die Wahl des RIE als Ätzverfahren begründet sich in guter Reproduzierbarkeit der Äztiefe und starker Ätzanisotropie — vor allem gegenüber nasschemischen Ätzprozessen.

Trotz einwandfreier Strukturgeometrie (vgl. Inset in Abb. 4.7e) wiesen die ersten erfolgreich ankontaktierten gen1-CdMnTe-Proben auffällig schlechte elektrische Ei-

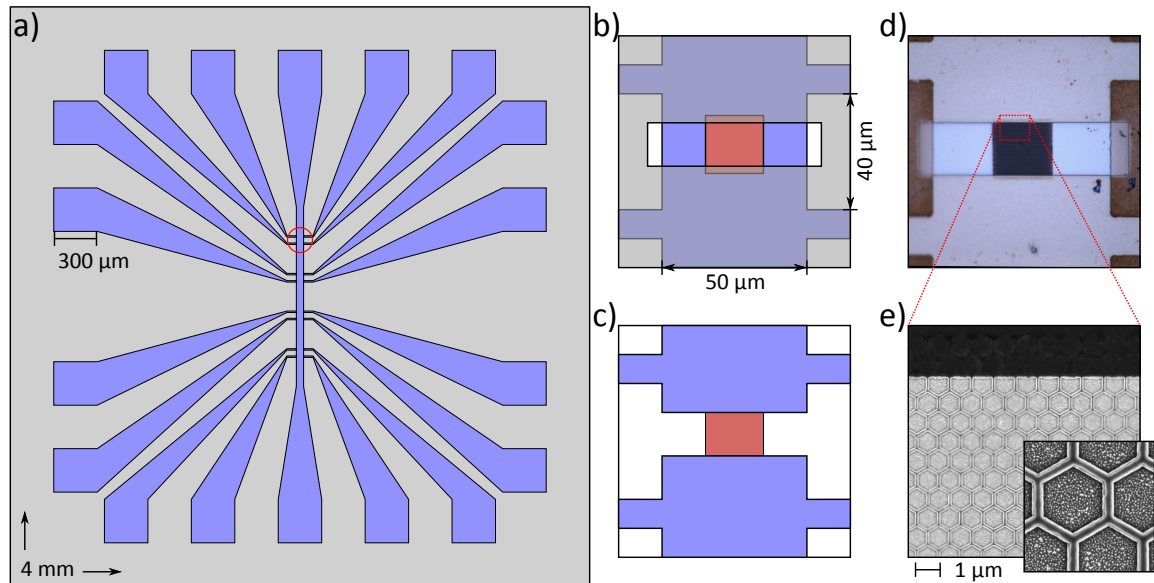


Abbildung 4.7: *gen1-Prozess: a) Typische optische Maske für $4 \times 4 \text{ mm}^2$ Proben mit vier seriell geschalteten Bereichen für Nanostrukturen. b) nEBL-Schreibfeld (rot) und pEBL-Ätzfenster. c) Erwartete Geometrie des Nanostrukturfelds und d) optomikroskopische Aufnahme einer realen Probe. e) REM-Aufnahme eines gen1-Wabenarrays.*

genschaften auf — nicht nur in Bereichen der Nanostrukturierung, sondern auch in makroskopischen Abschnitten der Mesa und Zuleitungen. Eine derartige Degradierung gegenüber unstrukturierten Proben ist insbesondere im Fall der optisch strukturierten Mesa sehr ungewöhnlich, da bei typischer Breite der letzteren von 50 µm die Verarmung der Randbereiche keine Rolle spielen kann. In vielen Fällen scheiterte zudem die Ankontaktierung der gen1-Proben komplett unabhängig von der Wahl der Prozessparameter, was auf Degradierung des 2DEGs selbst schließen lässt. Es wurden deshalb umfangreiche Untersuchungen speziell mit dem Ziel durchgeführt, die Ursachen dieser Degradierung zu identifizieren.

Eine naheliegende Erklärung bieten die zwei RIE-Ätzzvorgänge: Ihre Notwendigkeit begründet sich in teils sehr unterschiedlichen Anforderungen an Auflösung, Strukturflexibilität und Schreibzeit der makroskopischen Mesa und der Nanostrukturen, die sich kaum in einem Lithografieprozess vereinen lassen. Die beschriebene „klassische“ Lösung in Form einer Kombination aus optischer Lithografie und EBL implementiert zwei zueinander inkompatible Lacksysteme, die zwei separate, wenn auch identische Ätzzvorgänge implizieren. Die Prozessredundanz wird dadurch verdeutlicht, dass bei beiden Ätzzprozessen in der Regel exakt die gleiche Ätztiefe angestrebt wird: Sowohl bei der Mesa als auch bei den Nanostrukturen muss das Probenmaterial mindestens

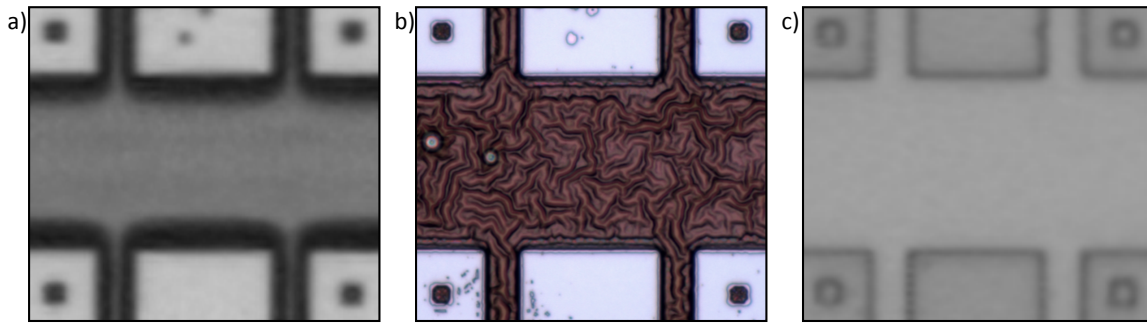


Abbildung 4.8: Hinweis auf hohe Temperaturbelastung im RIE-Prozess: a) Mittels optischer Lithografie realisierte Lackmaske (Shipley 1813) b) weist nach einem RIE-Standardprozess (CH_4/H_2 , 7.5 min, s. A) deutliche Anzeichen des Festbrennens auf und c) lässt sich nur mit Sauerstoffplasma rückstandslos entfernen.

bis zur unteren 2DEG-Kante abgetragen werden, um den leitenden Kanal vollständig einzuschnüren. Insbesondere bei Verwendung der RIE oder CAIBE werden Proben zweimal erheblichen thermischen Belastungen ausgesetzt.

Eine Bestätigung für die thermische Ursache der Degradierung lieferten schließlich Testreihen, in denen komplett mit Fotolack bedeckte CdMnTe-Proben — *ohne Ätzfenster* — Standard-RIE-Prozessen unterzogen wurden. Obwohl ein physikalischer Kontakt der Ionen mit der Probenoberfläche ausgeschlossen war, wurde bei anschließender elektrischer Charakterisierung ebenfalls eine signifikante Degradierung des Materials festgestellt. Bei Proben, die den RIE-Zyklus vor der Ankontaktierung zweimal durchlaufen sind, war der Ausmaß der Degradierung besonders gravierend. Das erste wichtige Zwischenziel der Prozessentwicklung bestand folglich in Eliminierung eines der RIE-Schritte.

Generation 2: Strukturen nEBL / Mesa pEBL / RIE

Ein einzelner Ätzvorgang impliziert eine gleichzeitige Realisierung sowohl der Mesa als auch der Nanostrukturen in einer gemeinsamen Lackmaske. Da die optische Lithografie nicht die hierfür erforderliche Flexibilität aufweist, muss die gesamte Probe mittels EBL definiert werden. Der nEBL-Schritt der gen1-Nanostrukturierung bildete die Basis des neuen Prozesses und wurde unverändert übernommen. Die vollständige Mesa-Struktur wurde in den anschließenden pEBL-Schritt implementiert, der bisher lediglich der Definition der Ätzfenster in Bereichen der Nanostrukturierung diente.

Der wichtigste Nachteil des Umstiegs auf EBL besteht im seriellen Ablauf des Schreibvorgangs: Die Prozesszeit skaliert dadurch mit der Schreibfläche und kann insbeson-

dere bei makroskopischen Strukturen extreme Werte erreichen. Daher ist es nicht sinnvoll, bisher verwendete optische Masken mittels EBL unverändert nachzuzeichnen: Bei diesen sind die Trennflächen zwischen den Strukturen typischerweise sehr großzügig definiert. Im Wesentlichen besteht aber der Zweck dieser Flächen darin, die elektrischen Pfade auf die gewünschte Geometrie einzuschränken und voneinander zu trennen. Dieselbe Funktion erfüllen jedoch auch dünne Trenngräben entlang der Mesa-Ränder. Eine zuverlässige Trennung impliziert eine vollständige Unterbindung von Tunnelvorgängen sowie Berücksichtigung von eventuellen Ätz- und Materialdefekten, die leitende „Brücken“ über die Ätzgräben bilden könnten. Daraus sowie aus dem typischen Kantenprofil des RIE-Prozesses lässt sich eine sinnvolle minimale Breite der Ätzgräben in der Größenordnung von $2\ \mu\text{m}$ ableiten. In Kombination mit der typischerweise geringen Belichtungs-dosis im pEBL-Prozess ergibt sich dabei für eine komplette $(4 \times 4)\ \text{mm}^2$ Probe eine Schreibzeit von nur wenigen Minuten. Es sei besonders darauf hingewiesen, dass Proben nun nicht mehr großflächig geätzt werden: Zwischen den Strukturen bleiben leitende, teils makroskopische Bulk-Flächen bestehen, die von den dedizierten Strompfaden lediglich durch dünne Ätzgräben elektrisch getrennt sind. Besondere Vorsicht ist daher beim manuellen Löten von Indium-Kontakten (s. 4.3) geboten, da sämtliche Bereiche um die Kontaktflächen nun elektrisch leitend sind.

Der typische Layout einer gen2-Probe ist in Abb. 4.9a skizziert. Die prinzipielle makroskopische Geometrie hat sich als sehr gelungen erwiesen und wurde bis gen5 mit geringfügigen Anpassungen wiederverwendet. Um das zur Verfügung stehende Material möglichst effizient zu nutzen und die Abmessungen der Kontaktflächen für das spätere Löten zu maximieren, werden auf einer $(4 \times 4)\ \text{mm}^2$ Probe zwei *unabhängige* Mesas mit jeweils 2 seriell geschalteten 4P-Abschnitten definiert. Nach dem Ätzen sowie eventuellen weiteren Prozessschritten (z. B. Isolator und Topgate) wird die Probe entlang der eingezeichneten Linie geritzt. Die beiden Probenhälften werden nun einzeln gelötet — nach dem Ritzen sind alle Kontakte leicht zugänglich. Die Beibehaltung der ursprünglichen Probengröße trotz unabhängigen $(4 \times 2)\ \text{mm}^2$ Hälften begründet sich in generell einfacherer Probenhandhabung sowie besserer Lackhomogenität: In Kombination mit dem sehr großen Abstand von 1 mm zwischen Nanostrukturen und Probenrändern kann die nominale Lackdicke zuverlässig reproduziert werden. Die Funktion der kammartigen Ätzgräben im Bereich der Kontaktflächen wird im Abschnitt 4.3 erläutert.

Eine gewisse technische Herausforderung stellt die Ausrichtung (Alignment) der EBL-Strukturen dar: Erstens, die maximale Schreibfeldgröße des Elektronenmikroskops

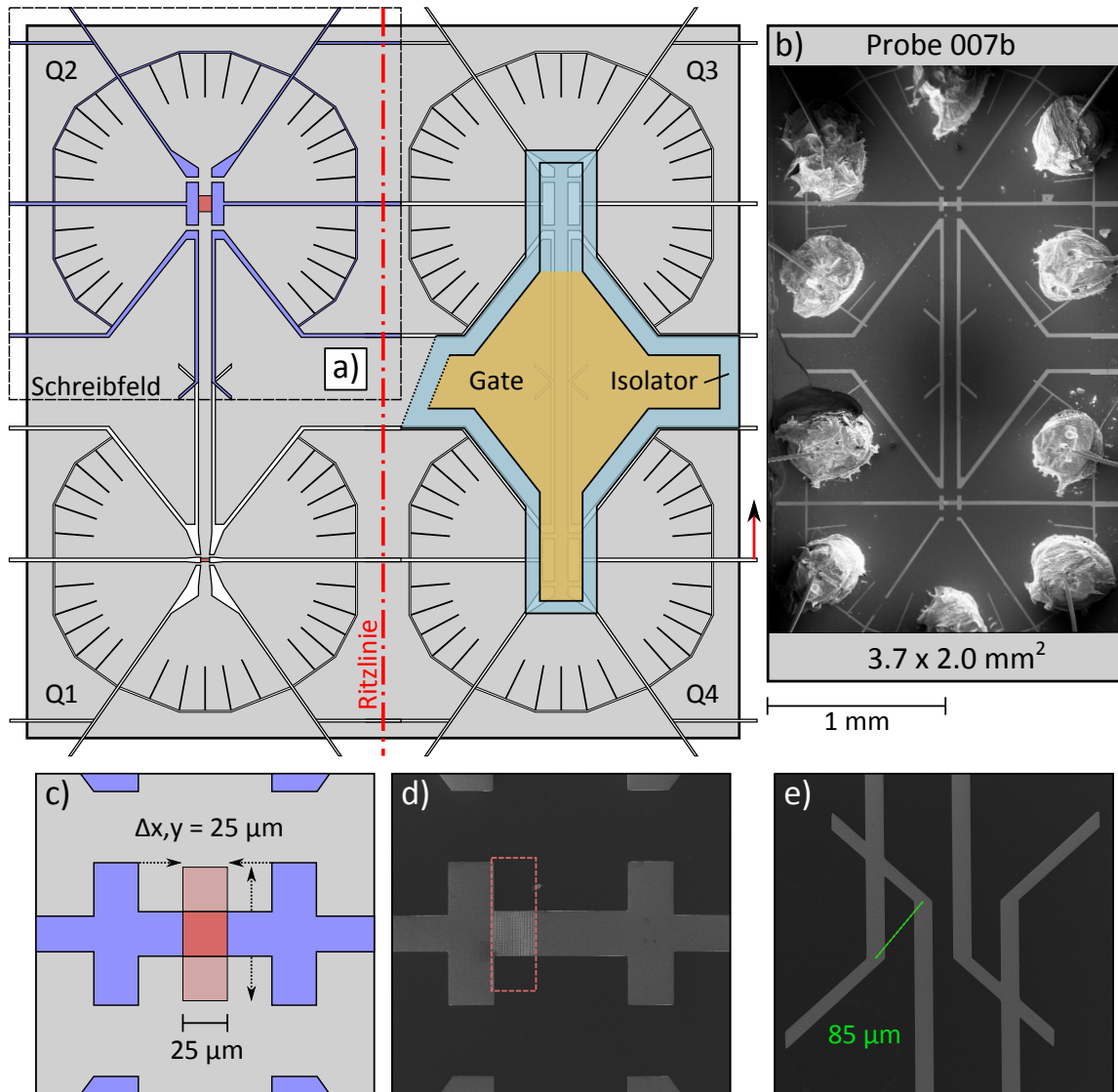


Abbildung 4.9: *gen2-Prozess: a) Standardlayout einer $(4 \times 4) \text{ mm}^2$ Doppel-Probe (grau), unterteilt in vier paarweise zusammengeschlossene Quadranten. Im ersten nEBL-Schritt werden (optional) gewünschte Nanostrukturen definiert (rot). Die makroskopischen Trennflächen (blau) werden anschließend mittels pEBL-Stitching mit überlappenden 2.2 mm Schreibfeldern und Pufferstrukturen realisiert. Isolator und Topgate (s. 4.2.3) dürfen die Kontaktflächen nicht bedecken. Fertig strukturierte Proben werden entlang der eingezeichneten Linie halbiert. b) REM-Aufnahme einer komplett fertigen Probe (007b, vgl. Abb. 6.12) ohne Gate. Man beachte die Verschiebung des unteren Quadranten aufgrund der geringeren Probenlänge (grau). c) Überdimensionierte Nanostruktur sowie umliegende Freiflächen kompensieren einen Versatz zwischen nEBL und pEBL bis 25 μm . d) Realer (überdurchschnittlicher) Versatz, bedingt durch unpräzise Ausrichtung, mechanisches Spiel und Verwendung unterschiedlicher REM-Blenden. Eingezeichnet ist die tatsächliche Position des nEBL-Feldes aus [c]. e) Funktionsweise der Pufferstruktur zwischen zusammengehörigen Quadranten.*

reicht nicht aus, um eine $(4 \times 4) \text{ mm}^2$ Probe auf einmal zu beschreiben. Deshalb werden Proben in vier $(2 \times 2) \text{ mm}^2$ Quadranten, jeweils auf eine Nanostruktur zentriert, unterteilt und einzeln belichtet (*Stitching*). Als Folge muss der Probentisch zwischen den Schreibvorgängen mechanisch um 2 mm verfahren werden. Aufgrund der Ungenauigkeit dieses Vorgangs (im Vergleich zu digitalem EBL-Shift) bzw. des Spiels des Tischantriebs entsteht zwischen den Quadranten i. A. ein Versatz in der Größenordnung von einigen $10 \text{ }\mu\text{m}$. Da die Quadranten jeweils paarweise (Q1 und Q2, Q3 und Q4) eine lange, zusammenhängende Mesa bilden sollten, muss der Versatz zwingend berücksichtigt bzw. kompensiert werden. Zu diesem Zweck sind die Schreibfelder der Quadranten mit 2.2 mm Seitenlänge etwas größer definiert als die Quadranten selbst: Im Überlappbereich zweier solcher Schreibfelder können Pufferstrukturen realisiert werden, die trotz des Versatzes eine Kopplung der Mesa-Hälften sicherstellen (Abb. 4.9e). Eine analoge Funktion erfüllen auch die randnahen Trennflächen, die sich stets $100 \text{ }\mu\text{m}$ über den Probenrand erstrecken und damit einem signifikanten Versatz standhalten können.⁹

Zweitens, zwischen den beiden EBL-Prozessen muss die Probe neu belackt werden, was gar eine vollständige Neuausrichtung im REM impliziert: Die pEBL-Strukturen müssen sehr präzise an den bereits im Negativlack realisierten Nanostrukturen ausgerichtet werden. Im Gegensatz zu gen1-Proben sind gen2-Proben in dieser Prozessphase noch nicht geätzt, d. h. es stehen keine sichtbaren topografischen Merkmale für das Alignment zur Verfügung. Einen Ausweg bietet ein kombiniertes Grob-/Fein-Alignment nach folgender, einfacher Methode: In beiden Prozessen wird dieselbe Probenecke als grober Referenzpunkt verwendet; ausgehend von diesem werden nun die Quadranten in exakt gleicher Reihenfolge belichtet. Diese Vorgehensweise ergibt für jeden Quadranten einen akzeptabel reproduzierbaren Absolutversatz zum Referenzpunkt und eliminiert größtenteils den Relativversatz zwischen nEBL und pEBL. Für das zusätzliche Fein-Alignment im pEBL-Schritt können außerdem polymerisierte nEBL-Lackstrukturen verwendet werden: Der Kontrast zwischen letzteren und dem neu aufgetragenen Lack ist zwar *sehr* gering, in der Regel ist jedoch zumindest der Umriss des Nanostrukturfeldes erkennbar, so dass seine Eckpunkte für eine genauere Ausrichtung verwendet werden können.

Drittens, in den beiden EBL-Prozessen wird — bedingt durch Anforderungen an die Auflösung und Prozesszeit — mit unterschiedlichen Blenden, Arbeitsabständen und

⁹Zu besonders kritischen Faktoren für die erfolgreiche Belichtung an Probenrändern gehören Lackhomogenität (möglichst geringer Anstieg der Dicke am Rand) sowie Verwendung eines REM-Probenhalters mit uneingeschränktem Randzugang.

Schreibfeldgrößen gearbeitet, wodurch die Strahljustierung ebenfalls erneut vorgenommen werden muss. Daraus resultiert wiederum ein zusätzlicher Positionierungsfehler zwischen Nanostrukturen und Mesas, der erfahrungsgemäß bis $25\text{ }\mu\text{m}$ betragen kann. Es sei betont, dass dieser Fehler auch mit perfektem visuellen Alignment bzw. bereits beschriebenen Maßnahmen nicht eliminiert werden kann, da die Strahlführung sowohl beim Schreibvorgang als auch bei der Bildaufnahme im gleichen Maße betroffen ist. Diese Diskrepanz muss deshalb in Kauf genommen werden und bei der Konzipierung der Geometrie im Bereich der Nanostrukturierung berücksichtigt werden (Abb. 4.9c).

Die gen2-Proben ließen sich tatsächlich deutlich einfacher ankontaktieren und zeigten speziell in makroskopischen Abschnitten der Mesas akzeptable Transporteigenschaften. Die Bereiche der Nanostrukturierung wiesen aber stets sehr niedrigere Ladungsträgerdichte und -Beweglichkeit auf — die Referenzwerte der unstrukturierten Wafer wurden bei weitem nicht erreicht. Diese signifikanten Diskrepanzen zwischen verschiedenen Bereichen gleicher Proben wiesen auf eine immer noch erhebliche Materialdegradierung speziell im Umfeld der Nanostrukturen hin. Eine naheliegende Erklärung bietet sicherlich der verbleibende RIE-Ätzvorgang, der im Fall von Nanostrukturen in starker Verarmung der feinen Strompfade resultieren kann — diese Möglichkeit wird nachstehend diskutiert (gen4). Bei weiteren Untersuchungen wurde aber auch ganz unabhängig vom verwendeten Ätzverfahren ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Belichtungs-dosis bei EBL-Prozessen und den elektrischen Eigenschaften des 2DEGs festgestellt: Insbesondere bei extremen nEBL-Dosiswerten degradierte das darunter liegende Material merklich — auch bei makroskopischen Strukturabmessungen. Der Einsatz von nEBL gerade im kritischen Bereich der Nanostrukturen kam deshalb als Ursache für signifikante Verringerung der Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit im selbigen durchaus in Frage.

In der nächsten Prozessgeneration galt es daher, die EBL-Dosis erheblich zu reduzieren. Eine interessante Möglichkeit stellt die Verwendung spezieller Negativlacke dar, die einerseits alle Vorteile des Negativ-Prozesses beibehalten, andererseits aber signifikant geringere, mit pEBL vergleichbare Dosiswerte erfordern. In der Praxis wies jedoch das getestete Lacksystem AR-N 7500 einen so starken Proximity-Effekt auf, dass eine Realisierung von kompakt liegenden Nanostrukturen ausgeschlossen war. Es blieb daher nur die Option, den nEBL-Schritt komplett zu eliminieren, d. h. durch pEBL zu ersetzen.

Generation 3: Mesa und Strukturen mit pEBL / RIE

Ein kompletter Umstieg auf pEBL impliziert, dass nun nicht die Nanostrukturen selbst, sondern ihre Umrisse — die umliegenden Ätzgräben — mit dem Elektronenstrahl definiert werden. Bedingt durch die größere Längenausdehnung dieser Ätzgräben sowie ihre sinnvolle Mindestbreite von ca. $2\ \mu\text{m}$, liegen viele vergleichsweise große Schreibflächen sehr nah nebeneinander — im Abstand der gewünschten Linienbreite. Aufgrund des Proximity-Effekts, der im Abschnitt 4.1.1 im Detail diskutiert wurde, erfahren die dazwischenliegenden Flächen — insbesondere also die späteren Strompfade — eine beachtliche kumulative Dosis. Der Proximity-Effekt spielt gerade in Positiv-Prozessen eine besonders kritische Rolle, da hierbei der typischerweise geringe Schwellwert sehr schnell erreicht wird. Diese Besonderheit muss auch beim Alignment vor pEBL-Schreibvorgängen beachtet werden, da mit jedem REM-Schnappschuss das spätere Schreibfeld einen beachtlichen Anteil des Dosis-Schwellwertes erfährt.¹⁰

Dadurch, dass der nEBL-Schritt weggelassen wird, entfallen nun sowohl das erneute Belacken der Proben als auch die dadurch bedingte nochmalige *grobe* Probenausrichtung im REM — damit wird die Hauptquelle für besonders gravierende Ausrichtungsfehler eliminiert. Dagegen stellen die sehr unterschiedlichen Abmessungen und Anforderungen an die Auflösung der mesoskopischen Nanostrukturen und der makroskopischen Mesas ein unüberwindbares Hindernis für eine vollständige Vereinheitlichung der Schreibprozedur: Nach wie vor sind zwei separate Schreibschritte mit dazwischenliegendem Blendenwechsel erforderlich¹¹, so dass der durch diesen bedingte Ausrichtungsfehler zunächst unvermeidbar bleibt. Zudem ist eine *feine* Ausrichtung an bereits geschriebenen Nanostrukturfeldern nicht mehr möglich, da pEBL-Strukturen — im Gegensatz zu polymerisiertem Negativ-Lack — erst beim anschließenden gemeinsamen Entwickeln sichtbar werden. Mit Hilfe der bereits beschriebenen Kopplungsstrukturen ist es dennoch möglich, den zweiten Schreibvorgang unter Beibehaltung der bisherigen Ausrichtung („blind“) zu absolvieren.

Eine in Bezug auf die Proximity-Problematik entscheidende Verbesserung wurde durch den Umstieg vom altbewährten PMMA auf das alternative Lacksystem ARP 6200 (CSAR 62) erzielt: einen hochauflösenden Positiv-Lack mit deutlich geringerer Belichtungs-dosis. Nichtsdestotrotz blieb die Realisierung sehr feiner Nanostruk-

¹⁰Insbesondere in Bereichen der Nanostrukturierung bietet sich eine Maskierung des REM-Sichtfelds an.

¹¹Im Wesentlichen existiert kein guter Kompromiss zwischen ausreichender Auflösung (kleine Blenden) und akzeptabler Prozesszeit (große Blenden).

turen in der Kombination aus pEBL und RIE ein nicht-trivialer Balanceakt: Von der Proximity-Belichtung sind im Fall kompakter Strukturfelder generell *alle* zu erhaltenden (nicht direkt belichteten) Bereiche betroffen; der Ausmaß des Effekt variiert dabei sehr stark je nach lokaler Dichte der pEBL-Flächen, hängt also auch von der Verteilung der Strukturen und ihrer Symmetrie ab. Tatsächlich wirkt sich jegliche Anpassung der Belichtungs-dosis, der Größe oder des gegenseitigen Abstands der Positiv-Flächen im deutlich höheren Maße auf die Geometrie und Stabilität der dazwischenliegenden Strukturen aus. So kann in der Praxis die Dosis i. A. *nicht* so gewählt werden, dass Abmessungen der pEBL-Flächen exakt erhalten bleiben: Stattdessen wird über die Dosis — unter Inkaufnahme der Unterbelichtung — die Breite der Ätzflächen indirekt beeinflusst. Die minimale erzielbare Linienbreite wird letztendlich durch die Konstellation der genannten Parameter (Dosis, Größe, Abstand) definiert, in der die statistischen Fluktuationen des Proximity-Effekts — bedingt durch intrinsische Lack- und Substrat-Inhomogenität — für Entstehung makroskopischer Strukturdefekte ausreichen.

Die wichtigsten Meilensteine der Nanostrukturierung zwischen gen2 und gen4 sind in Abb. 4.10 zusammengefasst. Man kann deutlich erkennen, dass mit dem Umstieg auf pEBL in gen3 die ausgezeichnete Auflösung bzw. Linienbreite des gen2-Prozesses aufgegeben werden musste. Trotz teils extremer Linienbreiten war eine zuverlässige Herstellung schmalerer Strompfade auch bei Verwendung des hochauflösenden Lacksystems CSAR nicht mehr möglich: Ausgehend von vergleichsweise stabilen Strukturen (gelb) führt kleinste Erhöhung der Dosis — oder Verringerung der nominalen Linienbreite — zur Entstehung zahlreicher Defekte in Strompfaden (rot): Letztere werden stark deformiert oder gar vollständig durchtrennt, während sich die mittlere Linienbreite nur unwesentlich verringert.

Die Skalierung des Proximity-Effekts im Fall des gen3-Prozesses ist in Abb. 4.10 anhand von zwei alternativen EBL-Ansätzen veranschaulicht: Im ersten Ansatz wird versucht, mit möglichst schmal definierten Ätzfenstern (Umrissen) die belichtete Fläche und damit den Proximity-Effekt zu minimieren. Tatsächlich lassen sich damit Strompfade mit sinnvollem Aspektverhältnis herstellen, wobei jedoch die Linienbreite sehr signifikante Schwankungen aufweist. Dem rauen Verlauf der Ätzgräben ist überdies zu entnehmen, dass die sehr kleinen Abmessungen der Ätzfenster auch für den RIE-Prozess problematisch sind — in der Praxis findet man regelmäßig nicht durchätzte Brücken. Der andere Extremfall lässt sich als „großflächige Unterbelichtung“ bezeichnen: Der Proximity-Effekt wird gezielt ausgenutzt, um große, zusammenhängende Flächen mit einer lokal geringeren Dosis dennoch effektiv zu belich-

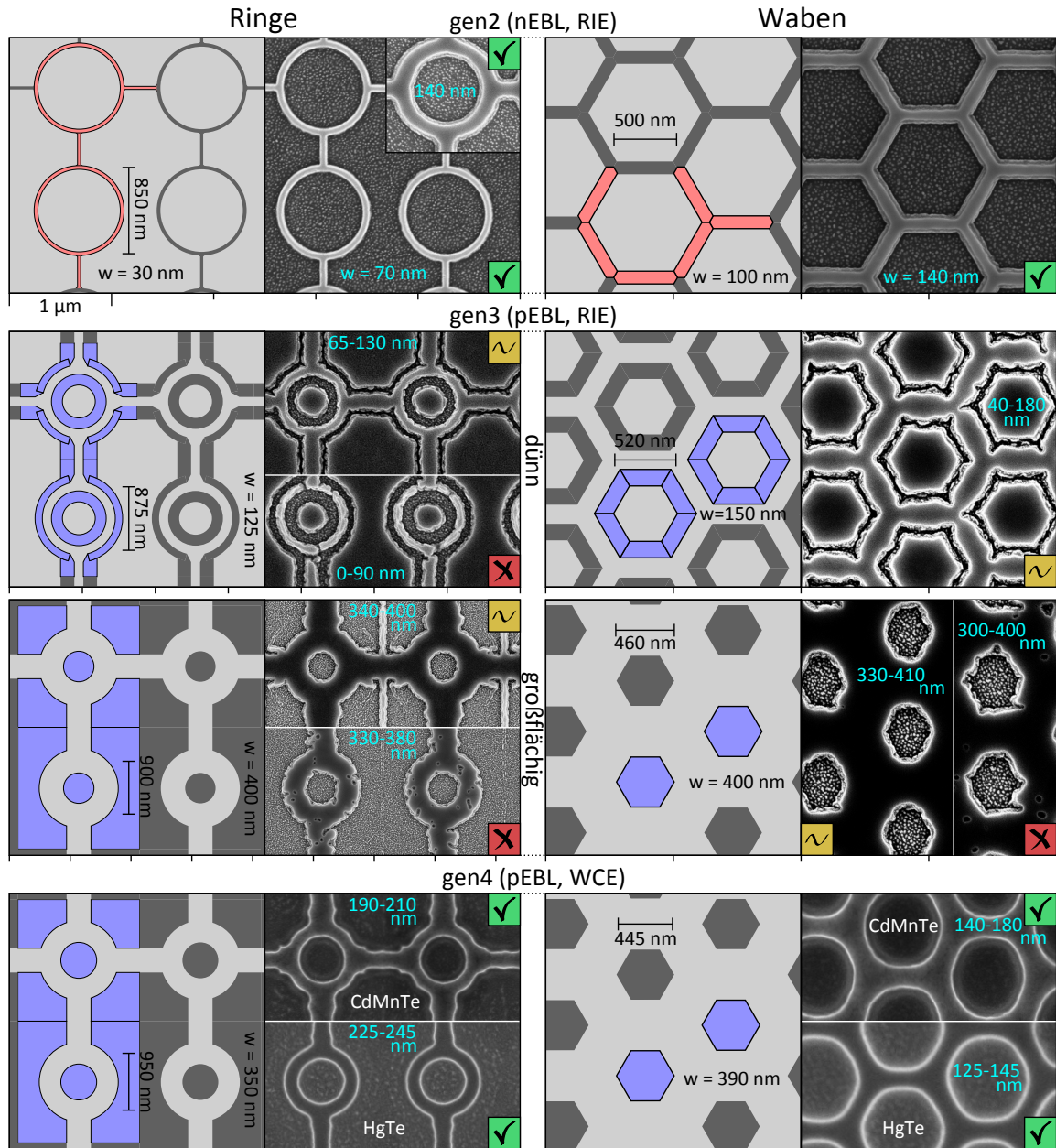


Abbildung 4.10: Evolution der Nanostrukturierung zwischen gen2 und gen4, veranschaulicht durch wichtigste Layouts von Ring- und Wabenarrays. [links] Mittels pEBL (blau) bzw. nEBL (rot) definierte Layouts. Farblich hervorgehoben sind Einheitszellen der Arrays; Zugehörige 1 μm -Skala unter jeder Teilabbildung. [rechts] REM-Aufnahmen der besten mittels jeweiligen Prozess realisierten Strukturen sowie typische Defekte bei Dosisvariation. Tatsächlich erzielte Linienbreite w (ohne Brücken) ist jeweils angegeben (hellblau). In gen2–gen3 handelt es sich stets um CdMnTe; in gen4 siehe Beschriftung.

ten und durch Variation der letzteren die gewünschten Abmessungen der Ätzfläche zu definieren. In der Praxis wird die kleinere Flächendosis durch den kumulierten Proximity-Effekt der erheblich größeren Fläche überkompensiert, so dass diese Methode in Kombination mit RIE (gen3) eine größere erzielbare Linienbreite ergibt.¹² In beiden Fällen lässt sich eine klare Kausalität zwischen höherer Strukturdichte und Einbrüchen der Linienbreite erkennen: Zu extremen Einschnürungen kommt es vor allem in der Nähe von Abzweigungen bzw. Knotenpunkten — überall dort also, wo mehr als zwei pEBL-Fenster nah beieinander liegen. Bei Weiterverfolgung des gen3-Prozessentwicklung würde sich daher eine gezielte Modellierung der Ätzfensterform unter Berücksichtigung der kumulierten Proximity-Dosis anbieten.

Angesichts der immer noch merklichen Materialdegradierung im verbleibenden RIE-Prozess wurde jedoch ein anderer Weg eingeschlagen: Komplette Eliminierung der physikalischen und thermischen Belastung durch einen Umstieg auf nasschemisches Ätzen. Die aufwendigen Untersuchungen zu pEBL-Prozessen in gen3 werden dadurch keineswegs überflüssig: Ganz im Gegenteil wurden viele der gen3-Lösungen mit geringfügigen Anpassungen in gen4 weiterverwendet (vgl. Abb. 4.10); in Kombination mit nEBL lassen sich nasschemische Prozesse dagegen nur schwer realisieren.

Generation 4: Mesa und Strukturen mit pEBL / nasschemisches Ätzen

Obwohl das für beide Materialsysteme geeignete nasschemische Ätzverfahren (WCE) auf Brom-Basis nicht neu ist, scheiterte seine Implementierung in den Herstellungsprozess von Nanostrukturen lange an der typischerweise zu hohen und stark variierenden Ätzrate, die in extremen Schwankungen der erzielten Linienbreite resultierte. Ein Umstieg auf WCE wurde schließlich durch umfangreiche Untersuchungen sowie Entwicklung einer Ätzmethodik mit ausreichender Prozesskontrolle von Pleyer *et al.* [93] ermöglicht. Die Einzelheiten dieses Verfahrens sowie die wichtigsten prozessrelevanten Phänomene wurden bereits in 4.1.3 ausführlich diskutiert.

Aufgrund der annähernd isotropen Charakters des nasschemischen Prozesses besteht die wichtigste Änderung für die vorhergehende Lithografie in Berücksichtigung der lateralen Unterätzung durch entsprechend größere Linienbreite.¹³ Bemerkenswerterweise mindert sich dabei auf natürliche Weise der Ausmaß des Proximity-Effekts, da alle pEBL-Flächen nun voneinander weiter entfernt sind. Tatsächlich liegt die extreme,

¹²Ihren Einsatz findet sie aber nachstehend in gen4.

¹³Die tatsächlich erforderliche Größenanpassung ist aufgrund der signifikanten Anisotropie in schmalen Ätzfenstern (s. 4.1.3) geringer als die geplante Ätztiefe.

durch den Proximity-Effekt bedingte Linienbreite des großflächigen gen3-Prozesses (Abb. 4.10) mit ca. 400 nm durchaus in der für WCE passender Größenordnung: Ausgehend von den zu breit definierten Strompfaden wird durch *beidseitige* Unterätzung ein sinnvolles Aspektverhältnis erzeugt. Diese im Rahmen des gen3-Prozesses suboptimale Geometrie diente deshalb in gen4 als Ausgangspunkt für weitere Prozessverfeinerung.

Wie man Abb. 4.10 entnehmen kann, konnten mittels WCE sehr formstabile Ringe und Waben realisiert werden. Während die meisten form-bedingten hydrodynamischen Effekte zumindest teilweise durch Anpassung der Strukturgeometrie bzw. geeignete Pufferstrukturen kompensiert werden können (s. 4.1.3), stellen die moderaten Fluktuationen der Ätzrate von Probe zu Probe den wichtigsten Nachteil des WCE-Prozesses dar — wobei CdMnTe aufgrund der ca. doppelten Ätzzeit (80 s vs. 30–40 s) stets stärker betroffen war. Die Ursache kann in leicht variierender Zusammensetzung der Ätzlösung sowie langsamer, doch fortdauernder Verdampfung von Brom aus letzterer vermutet werden. Infolgedessen war eine reproduzierbare Realisierung der gewünschten Linienbreite in der Regel nicht möglich. Um eine vollständige Durchtrennung der leitenden Kanäle im Fall etwas höherer Ätzrate vorzubeugen, musste ein gewisser Spielraum bei der Definition der Linienbreite eingeplant werden: Insbesondere stellen die in Abb. 4.10 dargestellten gen4-Strukturen nicht die Grenze des Machbaren dar.

In Transportexperimenten an gen4-Proben konnte tatsächlich eine entscheidende Verbesserung der Materialeigenschaften gegenüber vergleichbaren gen3-Proben festgestellt werden. Während eine signifikante Erhöhung der Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit primär auf die Eliminierung des verbleibenden RIE-Schritts bzw. der dazugehörigen Materialbelastung zurückzuführen ist, sei angesichts der generell besseren Leitfähigkeit von gen4-Nanostrukturen auf einen weiteren prinzipiellen Unterschied zwischen RIE und WCE hingewiesen: Der hauptsächlich physikalische, stark anisotrope RIE-Ätzprozess erzeugt sehr steile Ätzflanken, wodurch die in der Lackmaske realisierte Linienbreite praktisch unverändert auf die 2DEG-Schicht übertragen wird. Im Gegensatz dazu führt das abgerundete nasschemische Ätzprofil zur Verbreiterung tiefer liegender Strukturen, insbesondere wenn nur bis knapp unterhalb der 2DEG-Unterkante geätzt wird. Während der schonende Charakter des nasschemischen Ätzprozesses außer Frage steht, könnte die bessere Leitfähigkeit der damit hergestellten Proben auch durch effektiv größere Linienbreite¹⁴ bedingt sein.

¹⁴und damit geringere Anfälligkeit für SG-Blockade, s. 6.2

Generation 5: Schmale Trenngräben

Die ersten nasschemischen Ätzversuche in gen4 haben einen wichtigen Unterschied im Ätzverhalten der verwendeten Materialsysteme aufgedeckt: So stellte im Fall von CdMnTe eine Ätzzeit von 80 s einen guten Konsens dar, bei dem sowohl in nanostrukturierten als auch in makroskopischen Ätzfenstern reproduzierbar eine akzeptable (wenn auch unterschiedliche) Äztiefe erzielt wurde. Bei HgTe war die Differenz der Ätzintensitäten dagegen so groß, dass ein einheitlicher Ätzvorgang nicht realisiert werden konnte: Während bei makroskopischen Ätzfenstern eine Ätzzeit von mehreren Minuten notwendig war, um zuverlässig die 2DEG-Tiefe zu erreichen, wurden die mesoskopischen Strukturen inzwischen sehr rapide unterätzt bzw. durchätzt. Die im Abschnitt 4.1.3 beschriebenen Skaleneffekte scheinen also das Ätzverhalten von HgTe im deutlich höherem Maße zu beeinflussen.

Um den erheblichen Mehraufwand von zwei separaten Ätzprozessen für jeweilige Strukturabmessungen zu vermeiden, wurden stattdessen die unterschiedlich breiten Ätzgräben auf zwei Standardgrößen reduziert: Die 10–20 μm breiten Ätzfenster um Mesas und makroskopische Zuleitungen wurden durch mehrere parallele, 1 μm breite Trenngräben ersetzt, die durch zusätzliche Quergräben („Schotten“) in mehrere kurze Abschnitte unterteilt sind; die prinzipielle Geometrie bzw. bisherige Abmessungen der gen4 wurden dabei beibehalten. Die Aufteilung in kleine Blöcke begründet sich in der Notwendigkeit, eventuelle Verunreinigungen und Ätzdefekte zu isolieren und damit das Risiko eines Kurzschlusses zwischen den Strukturen auf beiden Seiten der (nun sehr schmalen) Trenngräben zu minimieren. Im Bereich der Nanostrukturierung kam eine geringere, aber ebenfalls unfizierte Breite von 400 nm zum Einsatz, um feinere Strukturfeatures zu ermöglichen.

Als positiver Nebeneffekt der deutlichen Verkleinerung der Schreibfläche verkürzte sich auch die Schreibzeit signifikant: Nun konnten alle Strukturteile in einem einzigen Schreibvorgang in annehmbarer Zeit geschrieben werden. Aufgrund der einheitlichen Strukturgröße konnte zudem auf den Blendenwechsel verzichtet werden; der zusätzliche Alignment-Schritt und der damit verbundene Versatz entfallen dadurch komplett. In Abb. 4.11 ist der neuste gen5-Prozess am Beispiel eines HgTe-Interferometers illustriert: Schmale Trenngräben resultieren in sehr schönem, isotropen Ätzprofil einheitlicher Tiefe. Nachdem sich dieser Ansatz bei HgTe so gut bewährt hat, wurde er auch für CdMnTe-Proben übernommen.

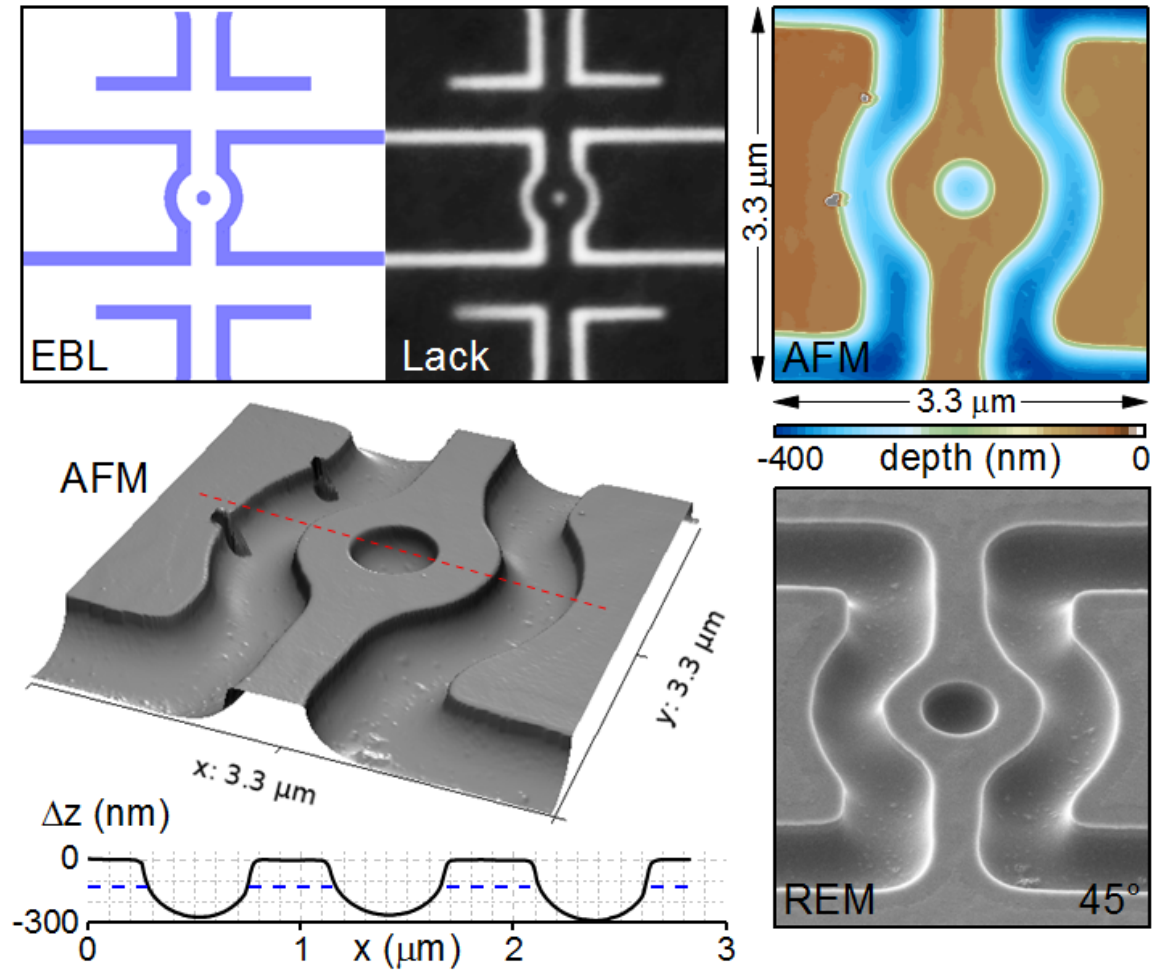


Abbildung 4.11: *gen5-Prozess am Beispiel eines Aharonov-Bohm-Interferometers in HgTe. Geschriebenes pEBL-Layout und entwickelte Lackmaske (optische Aufnahme) weisen sehr gute Übereinstimmung auf. AFM- und REM-Aufnahmen verdeutlichen die einheitliche Breite und Tiefe der geätzten Trenngräben. Höhenprofil durch Ringmitte, extrahiert aus AFM-Daten entlang der Markierung, bestätigt das nahezu isotrope Ätzen im Fall schmaler Strukturen. Position des 2DEGs ist eingezeichnet.*

4.2.2. Backgate

Bei den verwendeten Chipcarriern stellt die Aufklebefläche für Proben ein integriertes, großflächiges Backgate dar, welches lediglich ankontaktiert werden muss. Der Abstand zum 2DEG ist im Wesentlichen durch die Dicke des darunter liegenden Substrats gegeben und beträgt bei CdMnTe rund $600\text{ }\mu\text{m}$ — ungefähr das 3000-fache des typischen Topgate-Abstands. Dadurch sind sowohl Vor- als auch Nachteile des Backgates gegenüber einem Topgate bedingt: Sein Einfluss auf die Ladungsträgerdichte im 2DEG ist typischerweise sehr gering (s. 6.1.3). Außerdem ist das Substrat ein qualitativ schlechter Isolator, im Sinne der Homogenität und Defektfreiheit, wodurch Ladungseinschlüsse, Gate-Sprünge und Hysterese begünstigt werden.

Die Nachteile des Backgates werden vor allem durch seine enorme Durchbruchstabilität kompensiert: Die im Wesentlichen willkürliche Beschränkung der maximalen Backgate-Spannung auf $+100\text{ V}$ diente in erster Linie der Schonung der Drahtisolierung im Probenstab — im Bereich der Probe selbst ist dagegen ein Durchbruch praktisch ausgeschlossen. Tatsächlich stellen bei Verwendung eines Vorwiderstands als Strombegrenzer auch abrupte Schaltvorgänge zwischen 0 V und 100 V kein Problem für das robuste Backgate dar. Im Gegensatz zu einem Topgate mit Au-Metallisierung bleibt zudem die Probenoberfläche oberhalb der Strompfade frei und damit für LED-Belichtung direkt zugänglich. Letztere ist insbesondere für CdMnTe-Proben zwingend erforderlich, so dass für diese die Verwendung eines Backgates lange die einzige Option darstellte — bevor die semi-transparenten Topgate-Variante (siehe unten) entwickelt wurde. Nicht zu vergessen ist schließlich, dass ein Backgate bei jeder Probe praktisch ohne Mehraufwand zur Verfügung steht und deshalb grundsätzlich, zumindest als Ausweichoption, ankontaktiert werden sollte.

4.2.3. Topgate

Bei sehr tiefen Temperaturen sind die Capschichten beider verwendeten Materialsysteme (CdMgTe bzw. CdTe) isolierend, folglich kann eine Gate-Elektrode prinzipiell direkt auf die Materialoberfläche aufgebracht werden. Letztere weist jedoch bei einer realen, strukturierten Probe viele Ätzgräben und teils scharfe Kanten mit typischen Höhenunterschieden in der Größenordnung von 200 nm auf: Die effektive Dicke der isolierenden Materialschicht variiert in diesen Bereichen signifikant, da der seitliche Abstand des 2DEGs zu den Ätzflanken deutlich geringer ist als der vertikale zur Materialoberfläche. Als Folge dieser Isolator-Inhomogenität wird die Entstehung potentieller Durchbruchstellen begünstigt. Übersteigt die Höhe der Ätzkanten gar die

Dicke der Metallisierung, so kann das Topgate in einzelne, elektrisch nicht miteinander verbundene Bereiche zerfallen. In der Praxis war diese Topgate-Variante zwar realisierbar, wies aber tatsächlich eine sehr niedrige Durchbruchsschwelle im Bereich von 1 V auf. Trotz des signifikanten Herstellungsaufwandes werden also keinerlei Vorteile gegenüber einem deutlich robusteren Backgate erzielt. Eine sinnvolle und zuverlässige Topgate-Funktion wird daher erst durch Strukturierung einer dedizierten Isolatorschicht ermöglicht.

Isolatorschicht

Eine zusätzliche Isolatorschicht unterhalb der Gate-Metallisierung erlaubt höhere Spannungen und beugt potentielle Durchbrüche an hohen Ätzkanten vor. Die einfachste Implementation besteht in großflächiger Bedeckung der gesamten Probe mit einer ausreichend dicken Schicht Isolatormaterial: Dabei entfallen sowohl der Lithographieschritt als auch potentielle Komplikationen des Lift-Off-Prozesses nach Materialabscheidung. Problematisch ist diese Vorgehensweise jedoch für die spätere manuelle Ankontaktierung des 2DEGs, die zwingend einen direkten Zugang zur Materialoberfläche erfordert (s. 4.3). Ein nachträgliches Abtragen der Isolatorschicht (z. B. durch Ätzen) an den Kontaktstellen ist mit wesentlichem Mehraufwand sowie unnötiger Belastung der Probenoberfläche verbunden und stellt deshalb keine sinnvolle Alternative dar.

Daher wird mittels optischer Lithografie ein Lackfenster definiert, welches jeweils zwei zusammengehörige Bereiche der Nanostrukturierung sowie die für spätere Gate-Ankontaktierung reservierten Freiflächen, nicht aber die Kontaktflächen der Mesas abdeckt (vgl. Abb. 4.9a). Für die prinzipiell gleichbleibende makroskopische Geometrie der Prozesse gen2–gen5 wurde dabei eine eigene optische Maske hergestellt. Als erste sog. Saatschicht (Seed-Layer) dienen etwa 30 nm Siliziumdioxid SiO_2 , abgeschieden mittels PECVD¹⁵. Die Temperaturbelastung ist dabei mit ca. 75°C gering und sollte keine negativen Auswirkungen auf die Probenqualität haben.

Anschließend wird im selben Lackfenster eine 50–100 nm dicke Schicht Aluminiumoxid Al_2O_3 mittels Atomlagenabscheidung (ALD) gewachsen. Dieser Prozess wird durch ein Zusammenspiel mehrerer Faktoren sehr zeitaufwendig: Auf beiden Materialsysteme basierende Proben dürfen nicht zu hohen Temperaturen ausgesetzt werden — insbesondere nicht über längere Zeit —, da das 2DEG sonst zunehmend degradiert. Mit sinkender Temperatur steigt jedoch die ALD-Prozessdauer exponentiell an,

¹⁵Plasmaunterstützte chemische Gasphasenabscheidung (engl.).

während sich die Qualität des gewachsenen Isolators verschlechtert. Diese Verschlechterung kann zumindest teilweise durch größere Dicke der Isolatorschicht kompensiert werden, was aber wiederum längere Prozesszeiten impliziert. Einen akzeptablen Konsens stellt schließlich eine Prozesstemperatur von 80°C dar: Dabei wird eine Atomlage (ca. 1 Å) alle 132 Sekunden abgeschieden, d. h. für die bei so niedriger Wachstumstemperatur sinnvollen 100 nm werden fast 37 Stunden benötigt. Beide Prozesse, PECVD und ALD, sind hoch isotrop, so dass die Schichtdicke auch im Bereich der Ätzflanken annähernd homogen bleibt.

Metallisierung (standard)

Die optische Maske für die Metallisierung hat die gleiche prinzipielle Geometrie wie die zuvor erwähnte Isolatormaske, ist aber etwas schmaler gezeichnet — der Mindestabstand zwischen Gate-Elektrode und Isolatorrand beträgt ca. 8 µm. Durch diesen Abstandspuffer werden Ausrichtungsfehler in beiden Lithografieschritten sowie typische Lift-Off-Defekte kompensiert. In der lange eingesetzten Standardvariante des Topgates besteht die Elektrode aus einer 10 nm dünnen Titan-Schicht — als bewährten Haftvermittler zum Aluminiumoxid —, gefolgt von ca. 100 nm Gold.

Die Abscheidung der beiden Schichten erfolgt in einer thermischen Aufdampfanlage im Hochvakuum. Der Siedepunkt von sowohl Gold als auch Titan liegt zwar bei über 1000°C, die effektive Prozesstemperatur in der Probenähe lässt sich aber nur schwer abschätzen. Beim typischen Prozessdruck in der Größenordnung von 10⁻⁶ mbar und Wachstumsraten von 1–2 Å/s kann man statt vom kontinuierlichen thermischen Kontakt mit heißen Gas eher von einzelnen Interaktionen zwischen heißen Atomen und Probenoberfläche sprechen. Letztere ist zudem auf der relevanten, 2DEG-nahen Seite überall entweder von Aluminiumoxid- oder von der Lackschicht geschützt. In der Praxis konnte nach dem Aufdampfen von Gate-Elektroden tatsächlich keine Proben-degradierung festgestellt werden.

Metallisierung (transparent)

Der Transmissionspeak eines Au-Topgates liegt bei 500 nm [95], wohingegen es bei der typischerweise verwendeten LED-Wellenlänge von 647 nm (s. 5.3) praktisch undurchsichtig ist. Da sich die LED-Belichtung speziell im Fall von CdMnTe als absolut kritisch für Tieftemperaturmessungen erwiesen hat (s. 6.1.2), wurde nach geeigneten, für die obige Wellenlänge einigermaßen transparenten Alternativen für die Gate-Metallisierung gesucht. Eine solche Alternative stellt ein Nickel-Chrom-Gate dar:

Bei einer Schichtdicke von ca. 5 nm beträgt die Transmission für 632.8 nm Laser-Belichtung rund 50%. Eine so geringe Schichtdicke ist zwar mittels thermischen Aufdampfens problemlos in ausreichender Qualität und Homogenität realisierbar, erweist sich jedoch als äußerst problematisch bei Überwindung der Strukturkanten: Bei der typischen Höhendifferenz von 200 nm bricht die dünne Metallisierung oftmals, trotz der darunter liegenden 130 nm-dicken Isolatorschicht. Als Kompromiss hat sich in der Praxis eine Ni/Cr-Dicke von ca. 60–70 nm erwiesen: Während die Metallisierung dadurch sehr robust wird, sinkt die Transmission auf ca. 1–2%. Man bedenke aber, dass diese immer noch wesentlich höher ist als die einer 100 nm-dicken Gold-Schicht — in der Praxis reicht sie tatsächlich für eine effektive Anreicherung der Ladungsträgerdichte.

4.3. Ankontaktierung des 2DEGs

Die Ankontaktierung des 2DEGs stellte sich vor allem im Fall des CdMnTe als eine der größten Herausforderungen heraus, die es im Rahmen der vorliegenden Arbeit zu bewältigen galt. Den Ausgangspunkt der Problematik bildet die simple Tatsache, dass die 2DEG-Oberkante der untersuchten Materialsysteme 83–87 nm (CdMnTe) bzw. 115 nm (HgTe) unterhalb der Materialoberfläche liegt.¹⁶ Darüber befinden sich verschiedene, bei tiefen Temperaturen i. A. nicht leitende Puffer-, Dotier-, Spacer- und Capschichten. Für eine elektrische Ankontaktierung des 2DEGs reicht es folglich nicht aus, metallische Kontakte einfach auf der Oberfläche anzubringen. Bei gängigen Bondverfahren kommt eine für beide Materialsysteme inakzeptable mechanische Belastung (z. B. durch Ultraschall) hinzu. Die Distanz zum 2DEG muss deshalb mittels Diffusion eines geeigneten Kontaktmetalls in das Material hinein überwunden werden — die einfachste praktische Umsetzung stellt das *Diffusionslöten* dar. Diese Prozedur wurde manuell mit einem LötKolben¹⁷ und — aufgrund der sehr kleinen Kontaktfeldgröße — unter einem Lichtmikroskop durchgeführt. Die große Anzahl der involvierten, teils nur subjektiv kontrollierbaren Prozessparameter macht den Lötprozess nicht nur sehr fehleranfällig, sondern erschwert auch erheblich die Suche nach optimalen Parameterwerten. Als Folge bedarf eine reproduzierbare Herstellung hochwertiger Kontakte viel Übung und Geduld. Speziell bei CdMnTe ist zudem eine perfekt ohmsche Charakteristik der resultierenden Kontakte alles andere als selbstverständlich: In der Regel bildet sich am Metall-Halbleiter-Übergang eine Schottky-

¹⁶Siehe Abb. 6.1 (CdMnTe), Abb. 7.1 (HgTe).

¹⁷ERSA Minor S, 100 μm Spitze.

Barriere aus [96], die eine stark nicht-lineare U-I-Kennlinie aufzeigt und daher einer zusätzlichen thermischen Nachbehandlung bedarf.

Im Vergleich zu CdMnTe gestaltet sich die Ankontaktierung der HgTe-basierten Proben deutlich unkomplizierter: Im gleichen Verfahren, aber mit erheblich größerem Parameter-Spielraum lassen sich reproduzierbar gute ohmsche Kontakte herstellen. Dabei können viele der für CdMnTe-Proben kritisch notwendigen Schritte ohne negative Auswirkungen auf die Qualität der Kontakte weggelassen werden. Dieser Abschnitt orientiert sich deshalb primär an dem kritischeren CdMnTe-Prozess, wobei die relevanten Effekte, Einflussfaktoren, Vorgehensweisen und Entscheidungen besonders ausführlich diskutiert werden. Auf Vereinfachungen, die bei der Ankontaktierung von HgTe möglich sind, wird gesondert hingewiesen. Eine übersichtliche und zusammenhängende Schrittabfolge zu beiden Verfahren ist im Anhang A zu finden.

4.3.1. Überwinden der Distanz zum 2DEG

Die im Diffusionsprozess zu überwindende Distanz lässt sich auf zwei prinzipiell unterschiedliche Weisen verkleinern: Die erste Möglichkeit besteht im Anätzen der obersten Schichten, insbesondere der Capschicht, im Bereich der Kontaktflächen — es wird also der *vertikale* Abstand zwischen der Materialoberfläche und dem 2DEG reduziert. Neben der teils seicht¹⁸ liegenden Modulationsdotierung besitzen aber auch die anderen Schichten keineswegs nur eine schützende Funktion: Ihre Abfolge und Dicke ist im Hinblick auf die Ankontaktierung des Materials so gewählt, dass Oberflächenzustände möglichst effizient kompensiert werden. Durch Anätzen der Oberfläche wird diese Konfiguration zunehmend zerstört, worunter letztendlich die Qualität der Kontakte leidet. Gleichzeitig wird der in guter Näherung symmetrische (bezüglich des Quantentopfs) Aufbau der Heterostrukturen zunehmend gestört, wodurch die Raschba-SOI (s. 3.4) entsprechend an Bedeutung gewinnt.

Eine Alternative bietet *seitliches* Ankontaktieren des 2DEGs ausgehend von Ätz- oder Bruchkanten: So wurde die Breite der Verarmungszone an RIE-geätzten Strukturrändern auf ca. 10 nm geschätzt [97] — eine deutlich kleinere Distanz als bei der vertikalen Ankontaktierung durch alle Materialsschichten. Im Fall der schonenden nasschemischen Ätzprozesses wird von einem vergleichbaren oder geringeren Wert ausgegangen. Um möglichst viele solcher Kanten im Bereich künftiger Kontakte zu erzeugen und dadurch die der lateralen Diffusion zur Verfügung stehende Fläche zu

¹⁸z. B. bei Typ-II-CdMnTe nur 10 nm von der Oberfläche entfernt

vergrößern, wird bei der Mesa-Strukturierung in alle Kontaktflächen ein kammartiges Muster eingätzt (vgl. Abb. 4.9a).

Ankratzen

An allen Materialoberflächen bildet sich bei Kontakt mit Sauerstoff eine Oxidschicht. Bei CdTe-basierten Verbindungen setzt sich diese vorwiegend aus TeO_2 und CdTeO_3 zusammen und weist im Zeitlimes eine Dicke in der Größenordnung von 1.5 nm auf [98][99]. Bei Ankontaktierung des 2DEGs mittels Ultraschall-Bondverfahren spielt diese dünne Schicht keine große Rolle, da sie der mechanischen Belastung nicht standhalten kann. Doch im Fall des manuellen Lötprozesses verhindert sie die Diffusion des Kontaktmaterials in die Probe und verschlechtert dadurch die Charakteristik des Metall-Halbleiter-Übergangs. Dabei werden Proben zwangsläufig über längere Zeit der Umgebungsluft ausgesetzt — im Laufe des Kapitels wird klar, warum ein Lötprozess in der beschriebenen Form in sauerstofffreier Atmosphäre, z. B. in einer Glovebox, undenkbar ist. Deshalb ist auch eine zwischenzeitliche Entfernung der Oxidschicht (z. B. mittels HCl-Dip) zwecklos.

Als praktischere Lösung erweist sich das Ankratzen der Kontaktflächen mit einer spitzen Nadel unmittelbar vor dem Anbringen des Kontaktmaterials — im Wesentlichen eine manuelle, mechanische Abtragung oberflächennaher Materialschichten. Zum einen wird dadurch die Oxidschicht lokal entfernt, was sich tatsächlich sehr positiv auf die Kontaktqualität auswirkt. Zum anderen wird die freiliegende Diffusionsfläche zusätzlich vergrößert — durch Erzeugung weiterer 2DEG-naher Flanken, analog zur Funktionsweise der bereits beschriebenen Kammstrukturen. Es sollte trivialerweise darauf geachtet werden, dass beim Ankratzen keine isolierten Inseln innerhalb der Kontaktflächen entstehen. Aufgrund der sofort einsetzenden Neuoxidation sind auch die angekratzten Kontaktstellen natürlich nicht völlig oxidfrei, aber die Dichte der Oxidschicht ist in den ersten Minuten — ausreichende Zeitspanne für die Platzierung des Kontaktmaterials — deutlich geringer als der obige Sättigungswert.

Diese Methode hat aber auch Nachteile, die beachtet werden müssen: Um die mit einer Nadel hergestellten Diffusionsgräben entsteht erfahrungsgemäß eine deutlich größere Verarmungszone als um geätzte Features: Die Breite der Verarmungszone skaliert nämlich mit dem auf die Nadel bzw. Probe ausgeübten Druck¹⁹ — einem

¹⁹Qualitative Untersuchungen wurden mithilfe eines Diamant-Ritzers mit verstellbaren Gewichten durchgeführt.

Parameter, der nur sehr unpräzise, nach Gefühl kontrolliert werden kann. Ein leichtes Schraffieren entfernt zwar die Oxidschicht von der Oberfläche, schafft aber keine 2DEG-nahen Diffusionsflächen — in der Praxis stellt man sehr wohl einen Unterschied zu unbehandelten Proben fest, für gute Kontakte reicht es jedoch nicht. Ein zu starkes Kratzen kann dagegen die Kristallstruktur durchaus in makroskopischen Bereichen beschädigen und beispielsweise eine ganze Kontaktfläche nicht leitend machen. Bei der Prozedur ist deshalb viel Fingerspitzengefühl gefragt: Aufgrund der subjektiven Natur dieser manuellen Operation beruht ihre Reproduzierbarkeit vor allem auf Übung und Erfahrung. Sie bleibt dennoch wegen ihres entscheidenden Einflusses auf die Qualität der Kontakte unerlässlich.

4.3.2. Löten

Sobald eine Kontaktfläche angekratzt ist, setzt die Neuoxidation ein: Je länger die ungeschützte Fläche der Umgebungsluft ausgesetzt ist, umso dicker wird die Oxidschicht. Es sollte daher möglichst zeitnah ein Kontaktmaterial angebracht werden, um den Oxidationsprozess anzuhalten. Für beide Materialsysteme wurde als solches Indium (In) verwendet — ein Standardmaterial für Niedrigtemperatur-Lötprozesse ohne Flussmittel: Bei einem Schmelzpunkt von lediglich 156.6°C eignet sich In zum einen für temperaturempfindliche Proben, zum anderen erlaubt es ein Handlöten mit einem konventionellen Lötkolben. Bei Raumtemperatur ist es zudem plastisch, so dass Kontakte nach Bedarf verformt bzw. nachbearbeitet werden können. Aufgrund seiner elastischen Kompressibilität können mit Indium Oberflächenrauigkeit und -defekte ausgeglichen und folglich Kontaktflächen schnell und effizient versiegelt werden. Am Metall-Halbleiter-Übergang entsteht dabei zunächst eine Schottky-Barriere, die in nicht-ohmscher U-I-Charakteristik resultiert.

Das Ziel des Lötprozesses besteht nun darin, diese Barriere durch Diffusion von Indium in das Probenmaterial zu reduzieren. Ausgehend vom Schmelzpunkt von Indium (156.6°C) muss in der Praxis zusätzlich die signifikante Wärmeableitung durch die Lötunterlage kompensiert werden. Die tatsächliche Temperatureinwirkung übersteigt dadurch deutlich die sichere Temperaturschwelle beider Materialsysteme²⁰ und sollte daher möglichst kurz und lokal erfolgen, um die Materialdegradierung zu minimieren. Als Methode der Wahl, die diesen Anforderungen genügt, erweist sich das Punktlöten mit einem Lötkolben. Während dieser Teilschritt der Ankontaktierung bei beiden Materialsystemen insgesamt recht ähnlich abläuft, müssen einzelne materialspezifischen

²⁰100°C für CdMnTe (2.1.1), 80°C für HgTe (2.2).

Besonderheiten gesondert diskutiert werden.

CdMnTe

Das Löten von CdMnTe-basierten Proben ist eine extrem empfindliche Prozedur, die sehr exakte Parameterkontrolle und viel Fingerspitzengefühl verlangt. Die wichtigsten, für jeden Kontakt zu wiederholenden Schritte sind in Abb. 4.12a veranschaulicht. Auf die angekratzte Kontaktfläche (1) wird möglichst zügig ein frisch zugeschnittenes Indium-Stückchen in Sandkorngröße (ca. 200 μm) positioniert und mithilfe einer (nicht an Indium haftenden) Plastikpinzette plattgedrückt (2). Seine resultierende Position, Größe und Form definieren die Grundfläche des künftigen Kontakts — auch nach kurzfristiger Schmelzung haftet Indium in guter Näherung an den gleichen Stellen der Probenoberfläche. Nun wird der LötKolben mit einer geringen Menge Indium benetzt und vorsichtig an die vorbereitete Kontakt-Grundfläche angenähert bis letztere schmilzt. Sehr kritisch wird nun die genaue Einhaltung der optimalen Lötzeit, die in der Praxis 8 Sekunden betrug — während dieser muss Indium zwingend flüssig bleiben, damit die Diffusion im erforderlichen Maße stattfinden kann. Anschließend wird die Lötspitze zügig und möglichst senkrecht von der Probe weggezogen, so dass ein symmetrischer, langgezogener Kontakt entsteht (3).²¹ Nun kann seine Spitze vorsichtig (wiederum mit einer Plastikpinzette) abgeflacht werden (4), um seine Stabilität zu erhöhen und die spätere Befestigung einer Zuleitung (5) zu erleichtern (s. 4.3.5).

Ein typisches Problem bei Verwendung einer gut wärmeleitenden Lötunterlage (z. B. aus Titan) besteht darin, dass Indium an der Spitze des LötKolbens bei Berührung der Probenoberfläche sofort erstarrt. Eine Kompensierung durch weitere Erhöhung der Temperatur ist angesichts der Temperaturempfindlichkeit von CdMnTe nicht sinnvoll. Stattdessen kann der extreme Wärmeabfluss verringert werden, indem CdMnTe-Proben für die Dauer der Lötprozedur auf eine Glasunterlage mit viel geringerer Wärmeleitfähigkeit aufgeklebt werden.²² Als positiver Nebeneffekt wird beim Löten eines jeden Kontakts nun die gesamte Probe stärker erwärmt, so dass alle anderen, bereits gelöteten Kontakte gleichzeitig thermisch nachbehandelt (annealt) werden (vgl. 4.3.3).

Ebenfalls problematisch ist die nur indirekte Kontrolle der Löttemperatur über die abfallende Leistung bzw. angelegte Spannung. Außerdem variiert der Zusammen-

²¹Durch die mechanische Belastung (Verformung) des Kontakts während des Erstarrens wird außerdem die Oxidschicht an seiner Oberfläche gebrochen [100].

²²Auch die generelle Handhabung (Positionierung, Drehung etc.) der Proben wird dadurch erheblich vereinfacht.

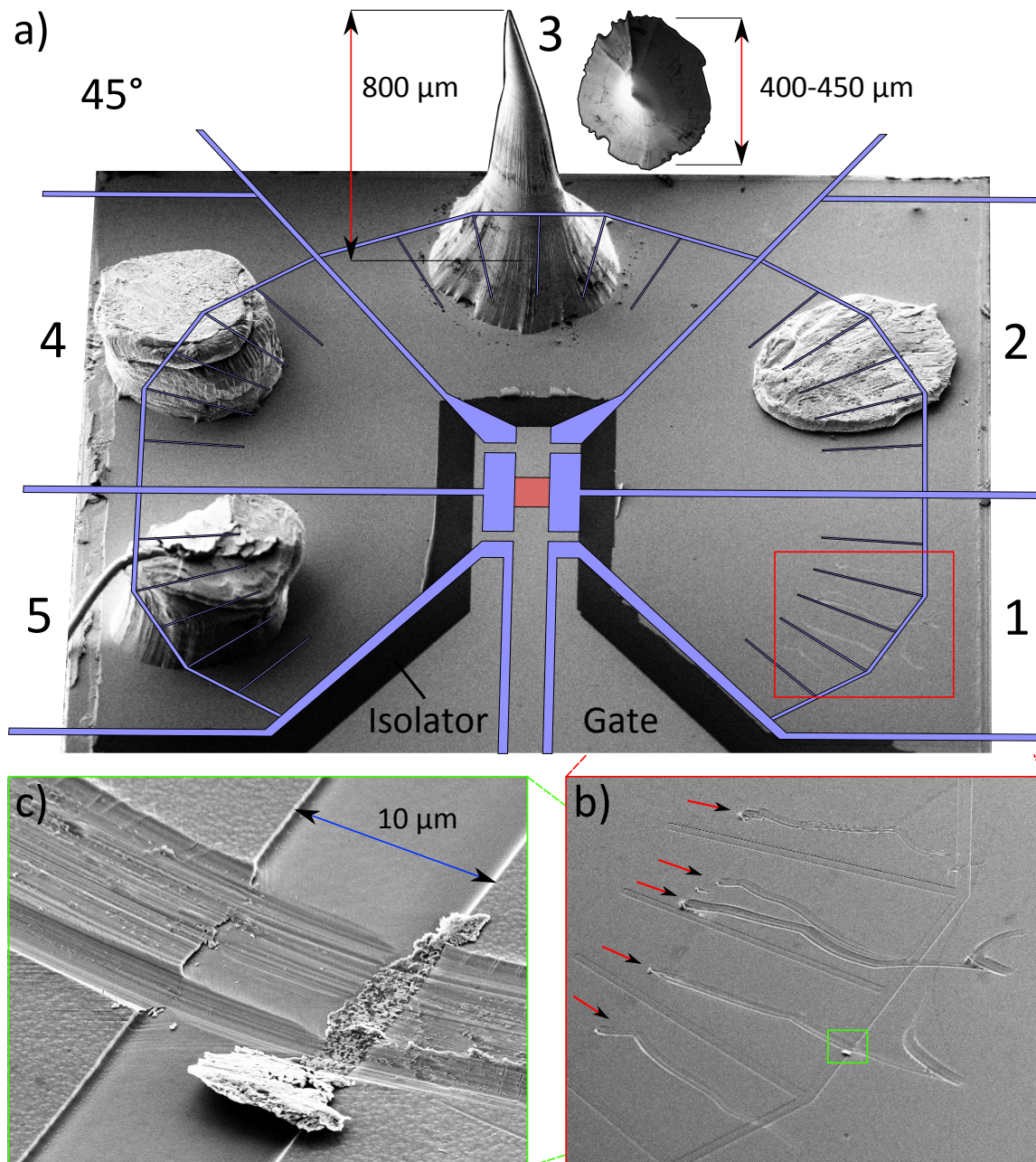


Abbildung 4.12: a) Die wichtigsten Schritte der 2DEG-Ankontaktierung (vgl. Text). REM-Aufnahme (45°) einer 2 mm breiten gen2-CdMnTe-Probe mit Au-Topgate. EBL-Maske (vgl. Abb. 4.9a) visualisiert die Positionen der Trenngräben (blau) und Strukturen (rot). [1] Mit einer Hohlnadel angekratzte Kontaktfläche. [2] Plattgedrücktes, zu einer Kontakt-Grundfläche geformtes Stück Indium. [3] Gelöteter Kontakt. [4] Abgeflachter Kontakt. [5] Fertiger Kontakt mit (in späterer Prozedur) befestigtem Golddraht. b) Geätzte Kammstrukturen und fünf manuell erzeugte Kratzer (zu [a1]). c) An Kreuzpunkten der Kratzer mit den Ätzgräben kann die größere Tiefe der ersteren klar erkannt werden.

hang zwischen Spannung und Temperatur von Prozess zu Prozess, da die Lötspitzen mit der Zeit degradieren — Indiumoxid-Ablagerungen verschlechtern zunehmend den thermischen Kontakt. In der Praxis lässt sich deshalb die optimale Temperatureinstellung lediglich qualitativ definieren: Einerseits müssen Indiumkontakte bei Berührung mit dem LötKolben innerhalb von 1–2 s schmelzen. Noch näher am Optimum ist die Temperatur der Lötspitze, wenn sich benachbarte Kontakte ebenfalls leicht verformen. Andererseits darf die Temperatur nicht so hoch sein, dass sich die Probenoberfläche in der Nähe der Lötspitze verfärbt²³ — während dieser Prozess nicht näher untersucht wurde, wird er stets von signifikanter Materialdegradierung begleitet.

Eine interessante Beobachtung wurde während der anschließenden elektrischen Charakterisierung²⁴ der gelöteten CdMnTe-Proben gemacht: Unmittelbar nach der Lötprozedur sind die Kontaktwiderstände stets sehr instabil und in der Regel inakzeptabel groß — sogar Kontakte mit über 100 M Ω sind keine Seltenheit. Im Laufe der nächsten 10–20 Stunden sinken die Widerstände langsam und nehmen schließlich konstante, teils mehrere Größenordnungen kleinere Werte ein. Dieser Endzustand ist sehr stabil — er bleibt beispielsweise auch nach einem Abkühl-/Aufwärmzyklus zwischen Raum- und Millikelvintemperatur in guter Näherung erhalten. Exakt das gleiche Verhalten kann auch im Anschluss an etwaige nachfolgende Annealing-Schritte (s. 4.3.3) festgestellt werden. Es handelt sich hierbei offenbar um weiter laufende Diffusionsprozesse, bemerkenswert sind jedoch sowohl ihr Ausmaß bei Raumtemperatur als auch die erwähnte Zeitskala. Den einzigen Ansatzpunkt bildet die hohe Lösbarkeit von Indium in CdTe auch bei vergleichsweise niedrigen Temperaturen [16]. Es bleibt festzuhalten, dass eine elektrische Charakterisierung der Proben erst am Folgetag einer jeden Wärmebehandlung sinnvoll ist.

Nicht selten weisen einzelne Kontakte auch nach mehreren Annealing-Schritten (s. 4.3.3) einen Widerstand im M Ω -Bereich auf — in solchen Fällen ist eine Verbesserung mit konservativen Maßnahmen praktisch ausgeschlossen. Eine Möglichkeit, solche Kontakte zu reparieren, ist das simple *Nachlöten* — erneutes, kurzes (1–2 s) Schmelzen des bestehenden In-Kontakts. Durch die höhere Temperatur des LötKolbens als im typischen Annealing-Prozess wird die Diffusion von In in die Probe im deutlich höheren Maße angeregt. In der Praxis eignet sich diese Methode für Kontaktwiderstände im Bereich von 0.5–5 M Ω , bei noch schlechteren Kontakten erweist sie sich dagegen meist als wirkungslos: Solche Problemfälle sind nicht auf zu langsame

²³In der Regel ist hierfür kein direkter Kontakt mit der Probenoberfläche erforderlich.

²⁴Vorgehensweise und Systematik der Qualitätsbewertung werden in 4.3.4 erläutert.

Diffusion, sondern auf ihre weitgehende Unterbindung zurückzuführen — vermutlich durch missglückte Vorschritte (Oxidentfernung, Verkleinerung der Diffusionsdistanz etc.). Einen letzten Ausweg bietet nur ein *Neulöten*, wobei die bestehenden Kontakte in der Regel nicht von der Probe entfernt werden müssen, sondern erweitert werden können: Die Größe der pEBL-Kontaktflächen reicht aus, um neben dem bestehenden Kontakt einen weiteren, kleineren Kontakt zu löten. Die beschriebene Prozedur muss dabei komplett wiederholt werden; zum Schluss verschmelzen die beiden Kontakte miteinander.

HgTe

Während die im Abschnitt 4.3.1 diskutierten Methoden zum Überwinden der Distanz zum 2DEG bei HgTe-basierten Proben ihre Gültigkeit beibehalten, erweist sich das Löten selbst als deutlich komfortabler und resultiert stets ohne Nachbehandlung in zuverlässig funktionierenden, ohmschen Kontakten: Nach einem „beliebig“ kurzen Kontakt des geschmolzenen Indiums mit der Materialoberfläche scheint die Diffusion bereits im ausreichenden Maße stattgefunden zu haben. In den Mittelpunkt der Lötprozedur kann deshalb anstelle der Optimierung des Diffusionsprozesses ein für das Material möglichst schonender Transfer von Indium auf die Kontaktflächen gestellt werden.²⁵ Diese Zielsetzung impliziert eine Minimierung der thermischen Belastung und läuft daher auf die Verringerung der Löt-dauer hinaus.

Zweckmäßig erscheint dabei die folgende stark vereinfachte Variante des CdMnTe-Lötprozesses: Auf Anbringung und Formgebung von Indium-Sandkörnern wird verzichtet, stattdessen werden passende Mengen Indium direkt mit dem Löt-kolben auf die soeben angekratzten Kontaktflächen transferiert. Sobald geschmolzenes Indium an der Lötspitze in Kontakt mit der Probe kommt, wird Wärme effizient durch diese und die darunter befindliche Lötunterlage abgeleitet — im Gegensatz zu CdMnTe bietet sich daher die Verwendung einer gut wärmeleitfähigen Unterlage an. Als Folge fließt Indium rasch vom Löt-kolben auf die Kontaktfläche ab und erstarrt augenblicklich — im gleichen Moment bricht der thermische Kontakt zwischen Indium und dem Löt-kolben ab. Das beschriebene Verfahren ähnelt vielmehr dem Schmelzlöten als einem Diffusionsprozess. So lassen sich die In-Kontakte mit wenig Kraft vollständig und rückstandslos von der Probenoberfläche lösen: Die Eindringtiefe von Indium scheint sehr gering zu sein, reicht aber stets für die Herstellung von hochwertigen

²⁵Als plausible Alternative speziell im Fall von HgTe käme deshalb das thermische Aufdampfen von Indium auf oxidfreie Kontaktflächen infrage.

ohmschen Kontakten. Auf das Annealen wird bei HgTe-Proben deshalb grundsätzlich verzichtet.

4.3.3. Annealen (CdMnTe)

Auch wenn alle Nuancen der beschriebenen Lötprozedur berücksichtigt werden und diese mit aller Sorgfalt durchgeführt wird, so bleibt sie dennoch, vor allem aufgrund der subjektiven Parameterkontrolle, für statistische Qualitätsschwankungen anfällig. In der Praxis kommt es recht selten vor, dass bei einer CdMnTe-Probe alle 10 Kontakte bereits nach dem Löten ohmsches Verhalten zeigen. Da die Ursache hierfür letztendlich in nicht-optimaler Diffusion von Indium in das Material liegt, muss diesem Prozess durch zusätzliches Annealen nachgeholfen werden. Während bei CdMnTe ein Zusammenspiel mehrerer Diffusionsmechanismen vermutet wird [101], besteht der wichtigste von diesen darin, dass In-Atome im direkten Austausch die Gitterpositionen der Cd-Atome einnehmen und anschließend substitutional durch das Cd-Untergitter diffundieren [102]. Die Wärmebehandlung liefert dabei zusätzliche Energie, so dass Verbindungen zwischen den Atomen leichter aufgebrochen werden können und letztere in Anwesenheit der In-Fremdatome eine energetisch günstigere Position im Kristallgitter einnehmen können. Dadurch wird nicht nur die Diffusion von In beschleunigt, gleichzeitig können eventuelle Kristalldefekte und Versetzungen ausgeheilt werden. Die Kehrseite der schnellen Diffusion ist die schlechte Kontrollierbarkeit des Prozesses: Diffundiert Indium nämlich zu tief in den Kristall hinein, so wird die Entstehung von Defektkomplexen sehr wahrscheinlich [103].

Aus praktischer Sicht erweist sich die Wahl der geeigneten Annealing-Temperatur als schwierig: Einerseits müssen Proben auf eine Temperatur in der Nähe des Schmelzpunktes von Indium (ca. 157°C) erwärmt werden, damit Diffusion im benötigten Ausmaße stattfinden kann. Andererseits darf Indium dabei nicht schmelzen, da sonst die Kontakte zerlaufen. Zudem gilt es die üblichen Temperatureinschränkungen (s. 2.1.1) zu beachten: CdMnTe-Proben dürfen nicht zu lange Temperaturen über 100°C ausgesetzt werden. Einen Konsens stellt die Temperatur von 150°C bei einer Prozesszeit von 90 Sekunden dar.

Diese Annealing-Prozedur kann mehrmals durchgeführt werden, wobei jedoch auch hier, analog zum bereits beschriebenen Lötvorgang, stets ein Intervall von etwa 1 Tag eingehalten werden sollte — erst dann sind die Widerstandswerte wieder stabil und zuverlässig. Beliebig häufige Wiederholung der Prozedur ist nicht sinnvoll, da die Probe mit jedem zusätzlichen Annealing-Schritt degradiert. Diejenigen Kontakte, die

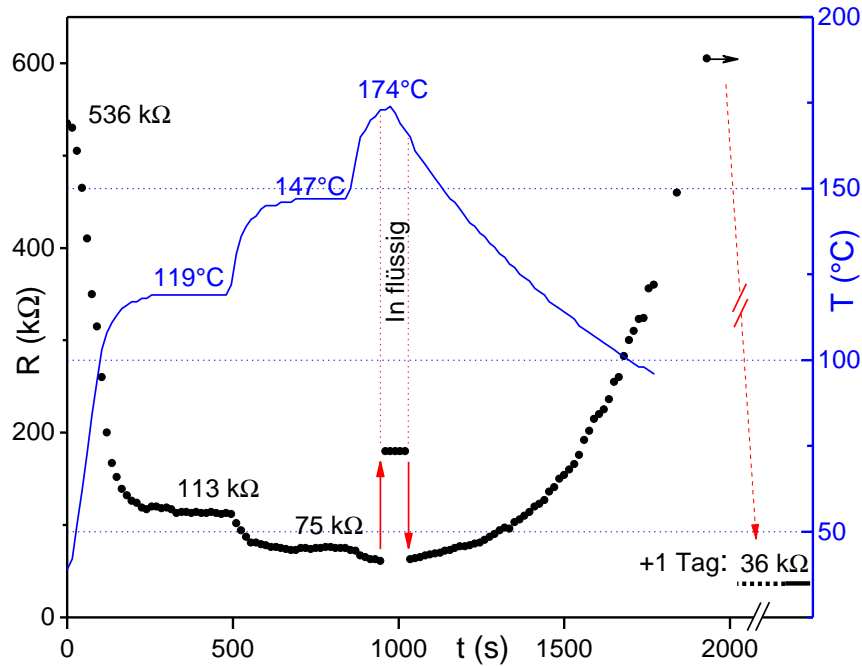


Abbildung 4.13: Elektrischer Widerstand eines Paares gelöteter Indium-Kontakte in Abhängigkeit von der Temperatur und Zeit.

keine grundsätzlichen Herstellungsdefekte aufweisen, erreichen in der Regel bereits nach wenigen Zyklen ein Optimum: eine lineare Kennlinie sowie einen niedrigen und stabilen Widerstandswert. Weitere Prozesszyklen bringen für diese Kontakte zwar keine Verbesserung, erlauben jedoch ein Annealen der „schlechteren“ Kontakte, die das Optimum noch nicht erreicht haben. Hierbei ist jedoch Vorsicht geboten: Die „guten“ Kontakte können durchaus wieder schlechter werden. Wird das Optimum deutlich überschritten, so lassen sich die betroffenen Kontakte in der Regel nicht mehr verbessern. Nach jedem Annealing-Zyklus ist daher eine mögliche Qualitätssteigerung gegen die Chance abzuwägen, die guten Kontakte irreversibel zu beschädigen.

In Abb. 4.13 ist ein Versuch zur Evaluierung der zeitlichen Entwicklung des Kontaktwiderstands während und nach einer Annealing-Prozedur dargestellt. Dabei wurde der Zweipunktwiderstand zweier gelöteten In-Kontakte an einem offenen, beheizbaren Spitzenmessplatz bei variabler Temperatur erfasst. Der anfangs recht schlechte Widerstandswert verringert sich bei Erhöhung der Temperatur signifikant — und zwar nicht kontinuierlich, sondern im unmittelbaren Zusammenhang mit der momentan eingestellten Temperatur, wie man an ausgeprägten Plateaus deutlich erkennen kann. Ab ca. 170°C — bedingt durch die Wärmeableitung an die Umgebung — ist Indium geschmolzen, jedoch aufgrund der Haftung an Messnadeln nicht zerflossen.

Die elektrische Leitung ist deshalb nicht zusammengebrochen, sondern weist lediglich einen reversiblen Sprung auf. Beim anschließendem Abkühlen steigt der Widerstand erneut rapide an und verbleibt zunächst auf einem Niveau knapp über dem ursprünglichen Wert. Einen Tag später weist das Kontaktpaar eine lineare Charakteristik sowie einen ausgezeichneten Widerstandswert auf — tatsächlich liegt letzterer weit unterhalb der niedrigsten Werte während der Annealing-Prozedur. Dieses Verhalten kann im Anschluss an sämtliche Löt- wie Annealing-Schritte beobachtet werden und deutet auf fortlaufende Diffusion von Indium hin. Unklar bleibt, warum sich diese erst viel später, während die Proben bereits längst bei Raumtemperatur verweilen, in erheblichem Maße bemerkbar macht.

Annealing-Atmosphäre

Die anfänglichen Annealingversuche auf einer offenen Heizplatte waren nicht zufriedenstellend: Während sich die Widerstände und der Verlauf der Kennlinien nach den ersten 1–2 Annealingzyklen verbesserten, resultierten weitere Wiederholungen der Prozedur in zunehmender Verschlechterung der Qualität aller Kontakte — womöglich gar des Materials selbst. Als nächstes wurde das Annealen im Vakuum, in einem Legierofen, untersucht: Auch hierbei war nach einigen wenigen Annealingzyklen stets ein Umkehrpunkt erkennbar, ab dem die Proben schnell degradiert sind. Vermutlich wird die Diffusion der Dotieratome durch den verstärkten Druckgradienten (aus der Probe) beschleunigt. Da die Dotierung eine entscheidende Rolle bei der Kompensation von Oberflächenzuständen und somit der Verkleinerung der Schottky-Barriere spielt, führt die Zerstörung der Dotierung zu einer merklichen Verschlechterung des Kontaktverhaltens.

Die besten Ergebnisse wurden schließlich unter Verwendung eines Formiergases — einer Mischung aus Wasserstoff und Stickstoff — bei einem Druck von 10–30 mbar und konstantem Gasfluss erzielt. Das Einsetzen der merklichen Degradierung beim wiederholten Annealen konnte in diesem Fall so weit hinausgezögert werden, dass in nahezu allen Fällen die für die Optimierung des Kontaktverhaltens benötigte Anzahl von Zyklen durchlaufen werden konnte.

4.3.4. Charakterisierung der Lötstellen

Im Hinblick auf die beschriebene Subjektivität der Lötprozedur, die starken Qualitätsschwankungen unterliegt und i. A. in nicht-ohmschen Kennlinien resultiert, wird

eine gut durchdachte Systematik der Kontaktcharakterisierung essenziell: Auf dieser basieren wichtige nachfolgende Prozessentscheidungen — beispielsweise die Abwägung der Notwendigkeit von Annealing-Schritten gegen die thermische Degradierung des Materials. Die Hauptschwierigkeit bei der Charakterisierung der gelöteten Indium-Kontakte besteht darin, dass diese nicht einzeln ankontaktiert werden können: Der elektrische Stromkreis lässt sich nur unter Verwendung eines zweiten Kontakts schließen. Folglich stellen die bei der Charakterisierung aufgenommenen U-I-Kennlinien stets eine Überlagerung von zwei Kennlinien der verwendeten Kontakte dar. Da die Qualität der letzteren jeweils den bereits beschriebenen, erheblichen Qualitätsschwankungen unterliegt, ist auch das Summensignal in einer einzelnen solchen Messung zunächst schwierig zu interpretieren. Auf die Qualität der konkreten Kontakte muss daher indirekt, durch Vermessung mehrerer Kontaktpaare geschlossen werden. Da im Laufe der vorliegenden Arbeit eine sehr große Anzahl an Proben überprüft werden musste — jeweils mehrfach, nach verschiedenen Prozessierungsschritten — wäre eine Überprüfung aller Permutationen von durchschnittlich 10 Kontakten sehr ineffizient. Mit der Zeit hat sich daher eine Systematik der Kontaktcharakterisierung etabliert, die einen guten Konsens zwischen Aufwand und Genauigkeit darstellt.

Die Erfassung der U-I-Kennlinien wurde an einem Spitzenmessplatz bei Raumtemperatur und mit Gleichstrom durchgeführt. Die Form der Kennlinie jedes einzelnen Kontakts ist primär durch den Metall-Halbleiter-Übergang zwischen Indium-Kontakt und Materialoberfläche bedingt und zeigt i. A. das typische Schottky-Verhalten (siehe Abb. 4.14b,c). Im manuellen Lötprozess wird durch möglichst exakte Einhaltung optimaler Parameter versucht, die Schottky-Barriere zu kompensieren, idealerweise sollte die Kennlinie dabei in die ohmsche Gerade übergehen. In der Praxis findet man jedoch direkt nach dem Löten insbesondere im Fall von CdMnTe nur selten perfekt lineare Kennlinien — zumal die Kontakte stets paarweise vermessen werden. Neben genereller Nichtlinearität weisen die meisten Kennlinien einen Knick im Nullpunkt auf, d. h. unterschiedliche Widerstände bei Umpolung der Gleichspannung. In der Praxis ist das Aufnehmen der kompletten Kennlinien aber unnötig: Ein Widerstandswert pro Stromrichtung charakterisiert diese Richtung *qualitativ* mit ausreichender Genauigkeit; ein Vergleich von zwei Werten für entgegengesetzte Richtungen erlaubt Rückschlüsse auf die Form der Kennlinie. Die Wahl des konkreten Punkts der Kennlinie, in dem der Widerstand gemessen wird, hängt vom späteren typischen Messregime ab: Die Kennlinie muss lediglich in einem eingeschränkten Bereich um den Nullpunkt linear sein, der die spätere Messkonfiguration abdeckt. So wurde angesichts der typischen Stromstärke bei Tieftemperaturmessungen im Bereich von 1–10 nA für die

Charakterisierung das Wertepaar $\pm 1 \mu\text{A}$ verwendet.

Bei Vermessung eines Kontaktpaares fließt der Strom durch die beiden Kontakte in entgegengesetzter Richtung in Bezug auf den Metall-Halbleiter-Übergang: Die Gesamtkennlinie setzt sich aus der IN-Richtung des ersten Kontakts und der OUT-Richtung des zweiten zusammen²⁶. In vielen Fällen ist sogar ein einziger (Gesamt-)Widerstandswert charakteristisch für die Qualität des Kontaktpaares in gewählte Richtung: So ist $R < 100 \text{ k}\Omega$ ein starkes Indiz dafür, dass die beiden Kennlinien in die jeweilige Richtung linear sind und beide Kontakte in diese Richtung(!) gut funktionieren. Dies ermöglicht eine schnelle Identifizierung zweier solcher Kontakte, die als IN- und OUT-Referenz dienen, d. h. für die Charakterisierung von weiteren Kontakten verwendet werden können: Mit dem IN-Referenzkontakt können OUT-Richtungen aller anderen Kontakte überprüft werden und vice versa. Dabei ist sichergestellt, dass eine der beiden in das Summensignal hineinfließenden Kennlinien linear ist. Sie trägt folglich nicht zur Nichtlinearität der Gesamtkennlinie bei, so dass jegliche Features durch den anderen Kontakt bedingt sein müssen.

Ausgehend von den zwei Referenzkontakten werden nun alle anderen Kontakte *qualitativ* charakterisiert. Es wird dabei zunächst nicht darauf geachtet, wie weit sie vom jeweiligen Referenzkontakt auf der Probe liegen: Der absolute (Gesamt-)Widerstandswert ist wenig aussagekräftig (da abhängig von der Distanz sowie dazwischen liegenden Strukturen), es gilt vielmehr die „schlechtere“ Richtung eines jeden Kontakts zu bestimmen („Sperr-Richtung“). Dazu werden die Widerstände der zwei Messungen zu den beiden Referenzkontakten miteinander verglichen. Die „bessere“ Richtung — auch wenn sie nicht perfekt linear ist — wird bewusst vernachlässigt, da sie bei eventuellen Annealing-Schritten entsprechend eher ausheilt. Anschließend steht also für jeden Kontakt eine „problematische“ Richtung fest, in diese werden die Kontakte nun *quantitativ* charakterisiert. Dazu wird zu jedem Kontakt ein benachbarter Kontakt gesucht, der einen möglichst niedrigen Widerstand in die entgegengesetzte Richtung aufweist und zudem vom zu charakterisierenden Kontakt durch keine (typischerweise hochohmigen) Nanostrukturen getrennt ist. Der gemessene Widerstandswert charakterisiert primär den „schlechteren“ Kontakt. Mit nur 10 Widerstandswerten wird somit eine typische Probe mit 10 Kontakten vollständig charakterisiert. Durch Vermessung derselben 10 Kontaktpaare nach jedem nachfolgenden Prozessierungsschritt (insb. Annealen) lässt sich mit großer Genauigkeit die Entwicklung der Qualität aller Kontakte verfolgen. Der notwendige Aufwand lässt sich durch Verwendung der beschriebenen Systematik erheblich reduzieren.

²⁶Die Bezeichnungen beziehen sich auf die Stromrichtung relativ zur Probe.

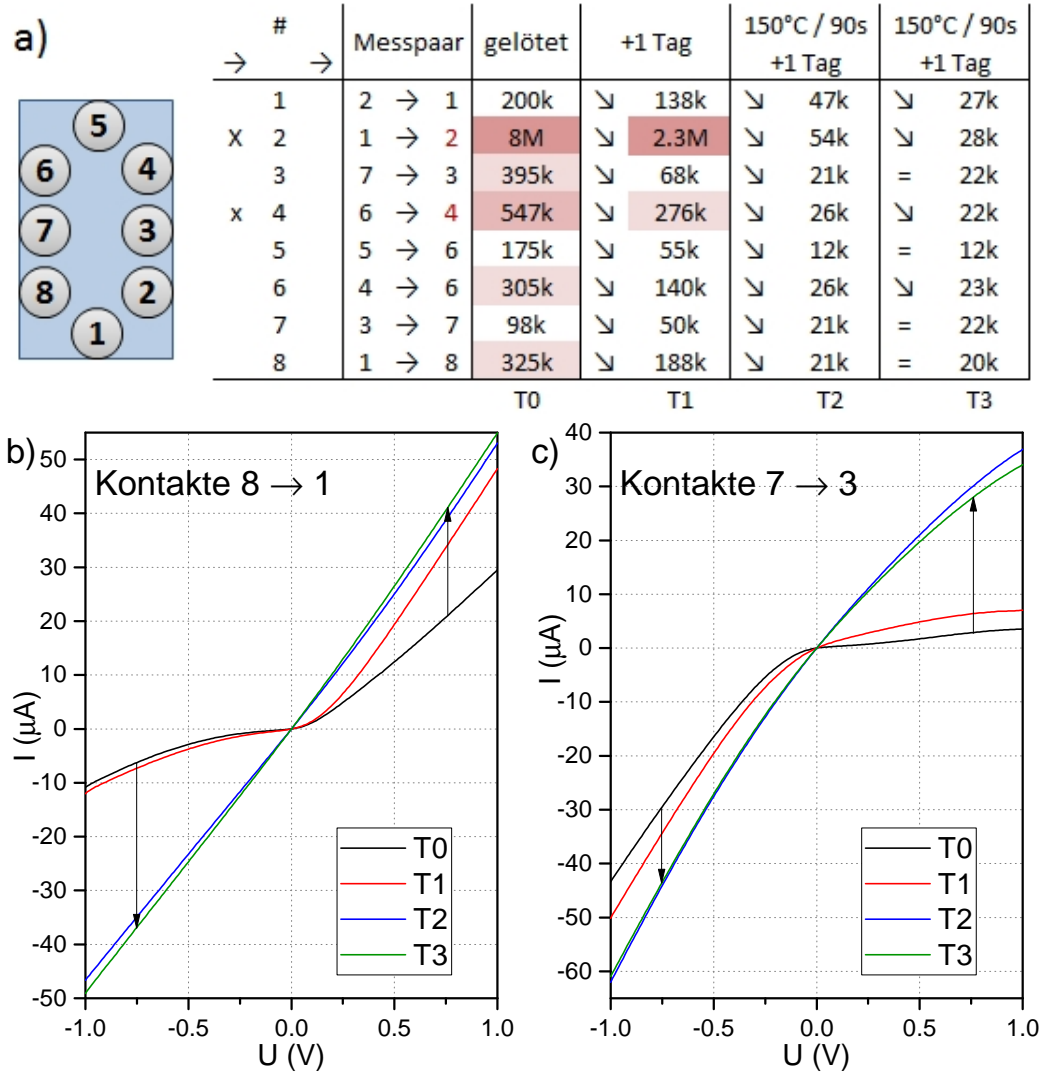


Abbildung 4.14: Charakterisierung der gelöteten Kontakte am Beispiel der unstrukturierten Probe 323 (s. Tab. 6.2). a) (links) Kontaktlayout und (rechts) charakterisierende Messungen für jeden Kontakt direkt nach dem Löten, am Folgetag, nach einem und zwei Annealingschritten und anschließender Wartezeit. Gemessen bei Raumtemperatur mit Gleichstrom von 1 μA (näherungsweise linearer Bereich der U-I-Kennlinien). b) UI-Charakteristik des Kontaktpaars 8 → 1, Ohmsches Verhalten nach dem ersten Annealingschritt. c) Kontaktpaar 7 → 3: Trotz signifikanter Verbesserung auch nach zwei Annealingschritten kein linearer Verlauf; von T2 zu T3 sogar geringfügige Verschlechterung.

Ein typisches Charakterisierungsschema ist in Abb. 4.14a am Beispiel einer CdMnTe-Probe illustriert: Direkt nach dem Löten (T0) sind die charakteristischen Widerstandswerte für eine unstrukturierte Probe viel zu hoch; zwei Kontakte weisen eine inakzeptable Qualität auf. Wie bereits erwähnt, ist diese Situation für CdMnTe sehr typisch, da vor der ersten Charakterisierung stets eine Wartezeit von rund 1 Tag einzuhalten ist. Tatsächlich funktionieren anschließend (T1) die meisten Kontakte befriedigend, die zwei problematischen weisen jedoch nach wie vor stark nicht-lineare Kennlinien auf²⁷ und erfordern zusätzliches Annealen. Bereits nach der ersten Behandlung (T2) kann eine drastische Verbesserung aller Kontaktwiderstände festgestellt werden. Aufgrund der sehr positiven Tendenz wurde durch einem weiteren Annealing-Schritt versucht, die Widerstände des Kontaktpaars $1 \leftrightarrow 2$ besser anzugleichen und einen Rückfall zu schlechteren Werten vorzubeugen. Dies ist weitgehend gelungen (T3), wobei bei den meisten anderen Kontakten bereits eine Sättigung festgestellt werden konnte. In einer solchen Situation werden weitere Annealing-Schritte zunehmend riskant, da die guten Kontakte durchaus schlechter werden können. Die Entwicklung der U-I-Kennlinien zweier ausgewählter Kontaktpaare ist in Abb. 4.14b,c dargestellt: Während die Kontakte $8 \leftrightarrow 1$ näherungsweise ohmsches Verhalten zeigen, konnte das Paar $7 \leftrightarrow 3$ (welches bei T0 eine signifikant stärkere Nicht-Linearität aufwies) nicht gleichermaßen ausgeheilt werden — zwischen T2 und T3 findet man zudem Anzeichen der beginnenden Degradierung. In der $1\ \mu\text{A}$ -Umgebung des Nullpunktes kann jedoch in guter Näherung von linearer Charakteristik gesprochen werden — im Einklang mit identischen Werten in a). Deshalb wurde im dargestellten Fall auf weitere Annealing-Schritte verzichtet.

4.3.5. Chipcarrier und Bonden

Eine vollständig strukturierte und gelötete Probe wird in einen 20-pin Chip-Carrier eingeklebt (Abb. 4.15). Anschließend müssen die Indium-Kontakte der Probe mit den Kontaktpads des Chip-Carriers elektrisch verbunden werden — typischerweise mittels Bonden mit feinen Golddrähten. Auf der Probenseite kann aber ein gewöhnliches Ultraschall-Bondverfahren nicht eingesetzt werden: Indium-Kontakte sind zum einen sehr plastisch und werden durch die Bonder-Spitze mechanisch deformiert — letztere verstopft sich außerdem sehr schnell mit Indium. Zum anderen können sich die Indium-Kontakte durch die kurze, aber intensive Ultraschall-Belastung gar von der Probenoberfläche lösen. Deshalb müssen Golddrähte passender Länge in die Indium-

²⁷vgl. $2 \rightarrow 1$ / $1 \rightarrow 2$ bzw. $6 \rightarrow 4$ / $4 \rightarrow 6$

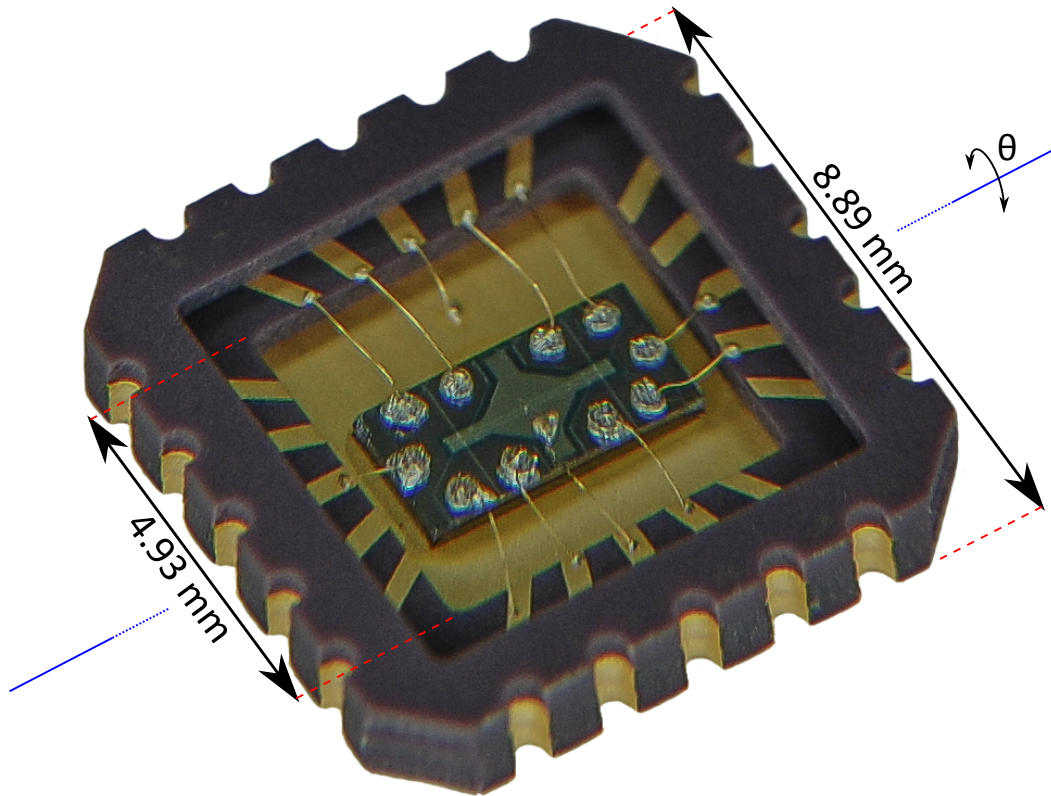


Abbildung 4.15: Vollständig strukturierte CdMnTe-Probe (hier: 314a, s. Tab. 6.2) mit NiCr-Topgate, eingeklebt in einem 20-pin Chip-Carrier. Alle 2DEG-Kontakte, Topgate und Backgate sind angeschlossen und mit Leitsilber-Epoxidharz verstärkt. Skizziert ist die spätere Verkippungsachse (blau).

Kontakte manuell (z. B. mit einer spitzen Nadel) hineingedrückt werden. Während Gold gut an Indium klebt, kann der elektrische Kontakt durch mechanische Zugspannung unterbrochen werden — beispielsweise beim Abkühlen aufgrund der thermischen Kontraktion. Dieses Szenario sollte durch Einplanung eines ausreichenden Längenspielraums berücksichtigt werden. Optional können die Kontaktstellen (auf beiden Seiten der Drähte) mit Leitsilber-Epoxidharz verstärkt werden.

Eine analoge Argumentation gilt für die Ankontaktierung des Topgates: Obwohl auch eine lokale Beschädigung der darunter liegenden Isolatorschicht aufgrund der isolierten Lage der Topgate-Kontaktflächen unproblematisch wäre, sollte auf ein direktes Bonden auf der Probe mit Rückblick auf die fragilen Indium-Kontakte verzichtet werden. Stattdessen kann ein Golddraht direkt auf die Topgate-Elektrode mit Leitsilber geklebt werden. Lediglich im Fall der vergoldeten Auflagefläche der Chip-Carriers, die als Backgate dient (s. 4.2.2), kann bedenkenlos beidseitig gebondet werden.

5. Messumgebung und -technik

5.1. Kryostatsystem: Verdünnungskryostat

Für die experimentelle Beobachtung der im Kapitel 3 beschriebenen quantenmechanischen Effekte sind ausreichend tiefe Temperaturen, oftmals im niedrigen Millikelvin-Bereich entscheidend. Die wohl bekannteste und zugleich sehr einfache Methode, sehr tiefe Temperaturen zu erreichen, ist das Pumpen an einem Flüssigheliumbad: Durch Verringerung des Partialdrucks über dem Bad wird auch der Siedepunkt von He verringert, so dass Temperaturen unterhalb von 4.2 K zugänglich werden. Auf diesem Prinzip beruht die Funktion der herkömmlichen ^4He - und ^3He -Verdampferkryostate, mit deren Hilfe Temperaturen bis 1.4 K bzw. 0.3 K erreicht werden können. Diese Untergrenzen sind durch den äußeren Wärmeeintrag und den exponentiellen Abfall der Kühlleistung bedingt.

Um noch kleinere Temperaturen zu erreichen, wird ein anderes, 1951 von H. London entdecktes Kühlprinzip verwendet [104]: Ein Gemisch aus beiden Helium-Isotopen ^4He und ^3He bildet unterhalb von ca. 0.87 K zwei Phasen, die sich aufgrund ihrer unterschiedlichen Dichte in zwei Schichten anordnen: Oben befindet sich die normalflüssige *konzentrierte* Phase, die fast ausschließlich ^3He enthält. Die untere, suprafluide *verdünnte* Phase besteht dagegen hauptsächlich aus ^4He , enthält jedoch einen ^3He -Mindestanteil von 6.5% sogar für $T \rightarrow 0$ (Abb. 5.1a). Aufgrund der Suprafluidität von ^4He spricht man auch von der „Quasi-Gasphase“. Zunächst befinden sich die beiden Phasen im thermodynamischen Gleichgewicht. Wird jedoch ^3He aus der verdünnten in die konzentrierte Phase gepumpt, so wird der kritische Mindestanteil unterschritten und das Gleichgewicht gestört. Um dem entgegenzuwirken, müssen ^3He -Atome aus der konzentrierten in die verdünnte Phase übergehen. Aufgrund der größeren spezifischen Wärme von ^3He in der verdünnten Phase ist dieser Phasenübergang einer Verdunstung ähnlich: Der Umgebung wird dabei Energie entzogen, wodurch sie abkühlt.

Sämtliche Tieftemperaturmessungen wurden an einem $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostat vom Typ *Kelvinox TLM* von Oxford Instruments durchgeführt. Die Basistemperatur des Systems beträgt ca. 25 mK und kann mit Hilfe der eingebauten Heizung bis

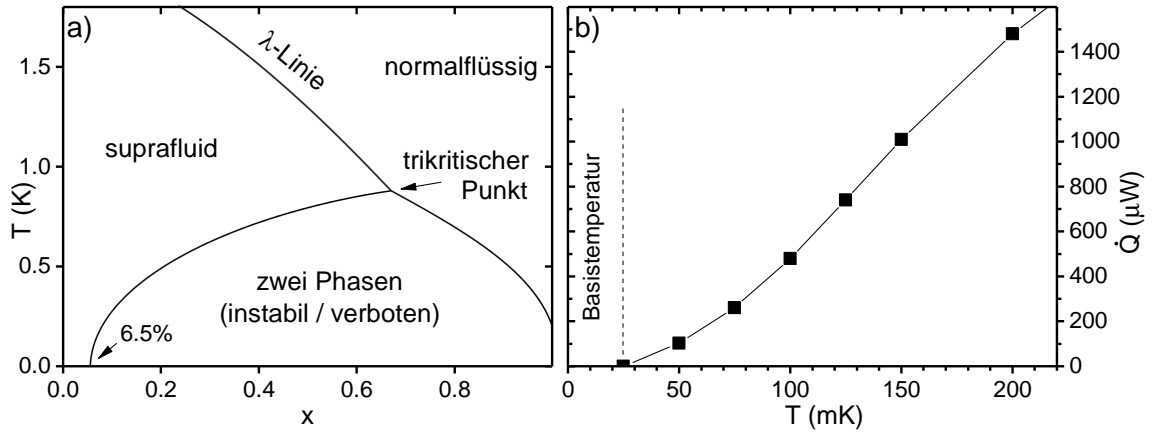


Abbildung 5.1: a) Phasendiagramm der $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Mischung (angepasst aus [105]).
b) Kühlleistung des verwendeten $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Verdünnungskryostats in Abhängigkeit von der Temperatur.

1 K variiert werden. Es handelt sich um ein sog. Top-Loading-System, bei dem der Probenstab von oben in den Kryostat geladen wird, ohne dass der letztere komplett erwärmt werden muss. Aufgrund des erheblichen Wärmeeintrags des Probenstabs werden für den Einbau und Abkühlen auf Basistemperatur dennoch rund 8 Stunden benötigt. In das System ist ein supraleitender Magnet integriert, mit dem Magnetfelder bis 17 T bzw. 19 T (mit Lambda-Stufe¹) erzeugt werden können.

Die Kühlleistung des Systems kann wie folgt berechnet werden:

$$\dot{Q}(T) = \frac{R}{M} T \dot{m}(T) [x \cdot \ln x + (1 - x) \ln(1 - x)], \quad (5.1)$$

dabei gilt $R = 8.31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$, $M(^3\text{He}) = 3 \text{ g/mol}$, x ist der ^3He -Anteil und $\dot{m}(T)$ der temperaturabhängige Massefluss, der aus dem bekannten Gasfluss bestimmt werden kann. Die tatsächliche Kühlleistung variiert je nach verwendetem Probenstab² und kann mithilfe der Mischkammer-Heizung evaluiert werden. Die entsprechende $\dot{Q}(T)$ -Kurve für den Standard-Probenstab ist in Abb. 5.1b zu sehen. Bei dem ebenfalls relevanten Rotator-Probenstab (mit *in situ* motorisiert drehbarem Probenhalter) liegt die Basistemperatur bei ca. 47 mK, die Abkühlkurve ist entsprechend leicht horizontal verschoben.

¹Flüssighelium um den Magneten wird durch ein Nadelventil in eine Kühlschleife gepumpt und dadurch lokal auf ca. 2.2 K (Lambdapunkt von He) gekühlt.

²aufgrund des unterschiedlichen Innenlebens und damit des Wärmeeintrags

5.2. Elektrischer Messaufbau

Die Grundlage eines jeden Messaufbaus bildet eine einfache Zwei-Punkt-Schaltung (2P): Zwischen Source- und Drain-Kontakten der Probe wird eine konstante Bias-Spannung U_{2P} angelegt, mit dem gemessenen Strom I lässt sich der Zwei-Punkt-Widerstand nach dem ohmschen Gesetz zu $R_{2P} = U_{2P}/I$ bestimmen. Mit einem zusätzlichen Vorwiderstand $R_{\text{vor}} \gg R_{2P}$ (typischerweise 10–100 M Ω) wird dafür gesorgt, dass an der Probe selbst nur ein sehr kleiner Teil der Spannung abfällt: Dadurch wird der variable Anteil des Messsignals minimiert, d. h. die Messung erfolgt bei quasi-konstantem Strom. Gleichzeitig kann die Spannungsquelle bei deutlich höheren Spannungen betrieben werden, die weniger empfindlich für Störungen sind.

Ein wesentlicher Nachteil der 2P-Geometrie besteht darin, dass neben der relevanten Struktur auch alle weiteren, seriell geschalteten Komponenten des Strompfads zum Gesamtsignal beitragen. Überdies sind diese Beiträge keineswegs konstant: So befinden sich beispielsweise alle proben-internen Strompfadabschnitte — wie Messa, Zuleitungen oder Metall-Halbleiter-Kontakte — ebenfalls im Einflussbereich des Magneten und tragen deshalb zum Magnetowiderstand bei. Eine nachträgliche Separation dieser Anteile bzw. gezielte Extraktion des Strukturbeitrags ist in der Praxis sehr aufwendig bis unmöglich. Der 2P-Messaufbau eignet sich daher i. A. nicht für die Vermessung von Nanostrukturen — höchstens als Ausweichlösung beim Ausfall von mehreren Kontakten. Aufgrund der Einfachheit des Aufbaus wird er jedoch für die Überprüfung und Charakterisierung der Kontakte und Probenteile verwendet.

Vier-Punkt-Messung

Bei einer Vier-Punkt-Messung (4P) befinden sich zusätzlich zu den Source- und Drain-Kontakten zwei weitere Kontakte auf der Probe: unmittelbar vor und nach der zu vermessenden Struktur. An diesen Kontakten kann nun die tatsächlich an der Struktur abfallende Spannung U_{xx} abgegriffen werden; der Vier-Punkt-Widerstand ergibt sich damit zu $R_{xx} = U_{xx}/I$. Das parallel zur Struktur angeschlossene Spannungsmessgerät stellt zwar prinzipiell einen alternativen Strompfad dar, besitzt jedoch typischerweise einen sehr großen internen Widerstand, so dass der Großteil des Stroms über die Struktur fließt — die Messung wird also durch das Abgreifen der Spannung nicht verfälscht. Bei Verwendung eines Vorverstärkers mit 10 G Ω Eingangswiderstand kann der Einfluss des 4P-Aufbaus auf das Messsignal schließlich ausgeschlossen werden. Eine identische Schaltung wird auch für die Erfassung des

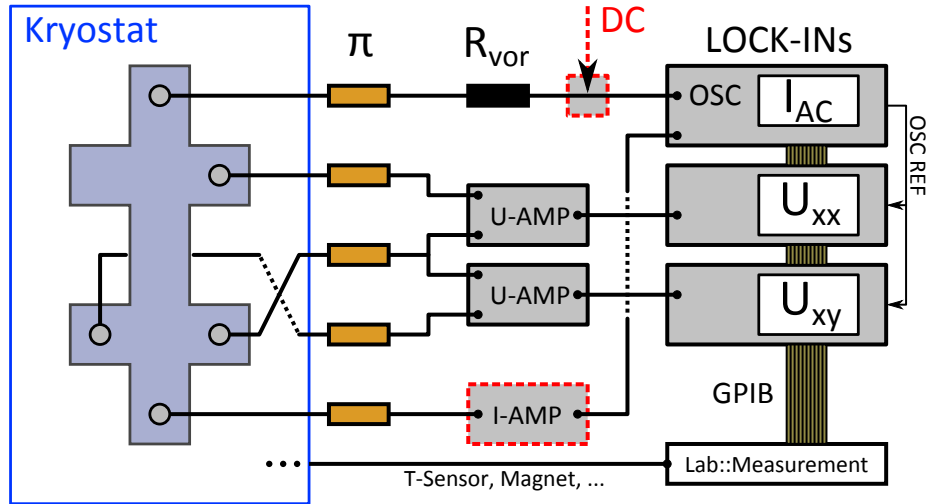


Abbildung 5.2: Prinzipielle AC-Messanordnung für die Erfassung des Längs- und Hall-Widerstands. Optionale Ergänzungen (rot): Stromverstärker, DC-Offset (s. Abb. 5.3). Steuerung und Datenerfassung mit Lab::Measurement [106].

Hallwiderstands $R_{xy} = U_{xy}/I$ verwendet. Der typische Messaufbau ist in Abb. 5.2 schematisch dargestellt und wird im Folgenden genauer diskutiert.

Sinnvoller Messbereich

Die Wahl des optimalen elektrischen Messregimes, speziell der verwendeten Stromstärke I , erfordert in der Praxis einen Kompromiss zwischen zwei sich gegenseitig widersprechenden Anforderungen: Einerseits sorgt eine ausreichend hohe Stromstärke in einem Messaufbau mit großem Vorwiderstand dafür, dass das Messsignal (4P-Spannungsabfall) detektierbar, aber auch stabil ist. Andererseits wird die „Erwärmung“ der Elektronen zunehmend problematisch: Die Kopplung zwischen Elektronen und Phononen wird aufgrund ihrer T^5 -Skalierung im Limes $T \rightarrow 0$ als Mechanismus der Thermalisierung unwirksam [107]. Die effektive Elektronentemperatur nimmt deshalb zu, sobald für die an der Struktur abfallende Spannung $eU_{xx} > k_B T$ gilt [108].

Bei der Basistemperatur von 25 mK beträgt der kritische Spannungsabfall ca. $2.2 \mu\text{V}$. Die entsprechende Stromstärke variiert abhängig vom Strukturwiderstand und liegt typischerweise im Bereich 20 pA–2 nA. Man bedenke jedoch, dass die Untergrenze dieses Intervalls durch hochohmige Ring- und Wabenarrays repräsentiert wird, die eine Vielzahl (bis 100) parallel- und seriell-geschalteter Strompfade beinhalten — sowohl der Strom als auch die abfallende Spannung teilen sich also entsprechend auf. Werden die einzelnen Arrayelemente separat berücksichtigt, so lässt sich die kriti-

sche Stromstärke tatsächlich einheitlich auf ca. 2 nA festlegen. Für einzelne, instabile Strukturen und Messregimes³ erwies sich aber auch dieser Wert als suboptimal und die Stromstärke musste auf 10 nA erhöht werden: Eine damit einhergehende Erhöhung der effektiven Elektronentemperatur musste in der Praxis regelmäßig in Kauf genommen werden, um ausreichend stabile Messbedingungen zu schaffen.

DC vs. AC

Die im Abschnitt 4.3.4 beschriebene elektrische Charakterisierung der Kontakte erfolgte stets im DC-Regime. Dabei befindet sich jeder Kontakt in einem fixierten Punkt der U-I-Kennlinie; eventuelle Nichtlinearität der letzteren spielt daher keine große Rolle. Ein quasi-stationärer Zustand herrscht auch in den Interferenzpfaden der Nanostrukturen: Die Elektronen durchqueren die Nanostrukturfelder stets in der gleichen Richtung und mit gleicher mittlerer Geschwindigkeit. Diese Situation kommt den im Abschnitt 3.5 beschriebenen Modellen der Interferenzerscheinungen am nächsten.

In der Praxis sind jedoch Gleichstrommessungen mit Stromstärken in der Größenordnung 2–10 nA nur schwer realisierbar: Das DC-Signal ist sehr anfällig für Störungen, Einkopplung externer Strahlung und Aufladungseffekte — die Extraktion eines sehr schwachen Messsignals erweist sich in der Praxis als äußerst schwierig. Deshalb ist unter den beschriebenen Rahmenbedingungen ein AC-Messaufbau vorzuziehen. Der entscheidende Vorteil entsteht dabei durch die Verwendung der Lock-In-Technik, die eine Extraktion des modulierten Signals bekannter Frequenz und Phase aus einem Messsignal mit schlechtem Signal-Rausch-Verhältnis (< 1) erlaubt [109]. Dabei wird das Messsignal mit dem für die Modulation verwendeten Referenzsignal multipliziert; aufgrund der Orthogonalität der Sinusfunktionen werden parasitäre Gleichspannungen sowie Wechselspannungen abweichender Frequenz eliminiert. Bei einem der verwendeten Lock-In-Verstärkern⁴ diente der integrierte Oszillator als primäre Wechselspannungsquelle sowie als eine einheitliche Referenz für alle weiteren Lock-Ins.

AC-Frequenz

Da die Strom-Spannungs-Kennlinien der Kontakte i. A. nicht perfekt linear sind, wird das AC-Signal mit steigender Frequenz zunehmend gedämpft. In der Praxis wurde

³insbesondere in der gemischten magnetischen Phase (s. 2.1.3, 6.2)

⁴Signal Recovery 7265

deshalb typischerweise mit Frequenzen von 7 Hz und 13 Hz gearbeitet. Diese sind keine Teiler der Netzfrequenz, wodurch das Einkoppeln der letzteren an das Messsignal vermieden wird. Noch kleinere Frequenzen um 0.1–1 Hz stellen einen interessanten, adiabatischen Grenzfall dar, der mit einem DC-Messaufbau vergleichbar ist: Da die Bias-Spannung vergleichsweise langsam variiert und zudem die Umpolung seltener erfolgt, verhalten sich Strukturen und Kontakte einer DC-Messung sehr ähnlich. Nichtsdestotrotz können Frequenzen dieser Größenordnung vom Lock-In-Verstärker immer noch detektiert werden, d. h. die Vorteile der Lock-In-Technik sind nutzbar. Der große Nachteil dieses Messregimes ergibt sich ebenfalls aus den makroskopischen Oszillationsperioden des AC-Signals: Dadurch werden extrem lange Integrationszeiten und entsprechend langsame Sweepraten erforderlich, die in signifikant längeren Messzeiten resultieren.

AC mit DC-Offset

Während der AC-Messbetrieb unbestreitbare Vorteile für die Signalextraktion bietet, wird gleichzeitig die Stationarität des DC-Zustands aufgegeben. Dieser Kompromiss kann jedoch durch Verwendung eines AC/DC-Hybridmodus komplett umgegangen werden: Das Oszillator-Signal des Lock-In-Verstärkers wird an einen konstanten DC-Offset gekoppelt. Gilt für die Amplituden dabei $U_{AC} \ll U_{DC}$, so variiert die Gesamtspannung nur geringfügig und der elektrische Zustand ist quasi-stationär. Da die Gesamtamplitude primär durch U_{DC} gegeben ist, gelten für diese alle obigen Überlegungen zur sinnvollen Stromstärke, d. h. U_{DC} orientiert sich an der bisherigen, puren AC-Amplitude. Bedingt durch die signifikant geringere AC-Spannung werden alle Kontakte nicht nur auf der gleichen Seite der jeweiligen U-I-Kennlinie, sondern auch in einem extrem kleinen — und damit näherungsweise linearen — Bereich davon betrieben. Die genaue Form der U-I-Charakteristik sowie eventuelle Unstetigkeit beim Nulldurchgang spielen also keine Rolle. Viel wichtiger wird stattdessen die Identifizierung der jeweils besseren Stromrichtung: Insbesondere im Fall von problematischen Kontakten auf CdMnTe-Proben hat der AC/DC-Messaufbau die Signalextraktion entscheidend verbessert (s. 6.1.1).

Die technische Umsetzung der AC/DC-Kopplung erfolgte mithilfe der in Abb. 5.3 dargestellten Schaltung, die gleichzeitig als 1/100-Spannungsteiler für die Wechselspannung fungierte; als DC-Spannungsquelle diente ein Yokogawa 7651. Der bisherige AC-Messaufbau bleibt im Wesentlichen gleich (vgl. Abb. 5.2): Die bereits beschriebene Funktionsweise der Lock-In-Verstärker erlaubt eine Extraktion des AC-Anteils unab-

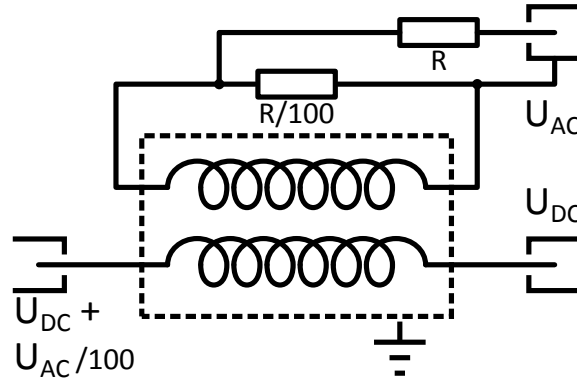


Abbildung 5.3: Aufbau des verwendeten, kombinierten AC/DC-Kopplers und 1/100-AC-Spannungsteilers.

hängig vom DC-Offset. Auch der in der Praxis regelmäßig verwendete externe Stromverstärker eliminiert ganz analog jeglichen konstanten Offset. Die DC-Komponente kann zwar optional durch Integration des Messsignals über ausreichend viele AC-Perioden mithilfe eines zusätzlichen Strommessgerät extrahiert werden, weist aber alle bereits erwähnten Nachteile des DC-Messaufbaus auf. Da der AC-Anteil in der Praxis stets alle wichtigen Signalfeatures enthielt, wurde auf eine Extraktion und Auswertung des DC-Offsets verzichtet.

π -Filter

Ein π -Filter besteht im Wesentlichen aus zwei zusammengesetzten LC-Tiefpassfiltern (Resonanztransformatoren); er weist eine hohe Güte Q und gute Filtereigenschaften auf. Zwischen der Anschlussbox des Probenstabs und sämtlichen Koaxialleitungen verbaut, verhindern π -Filter das Einkoppeln der hochfrequenten Umgebungsstrahlung in die Messleitungen. Die obere Grenzfrequenz f_G des Tiefpasses hängt von der Kapazität des Filters C und dem Probenwiderstand R wie folgt ab:

$$f_G = \frac{1}{2\pi CR}. \quad (5.2)$$

Für eine gegebene Frequenz f sowie einen π -Filter mit Kapazität C lässt sich damit umgekehrt die Größenordnung des 2P-Widerstands abschätzen, ab der das Signal zunehmend gedämpft wird. Für die bei den Messungen primär verwendete AC-Frequenz von 7 Hz und zur Verfügung stehende Filter folgt $R_G(1.5\text{nF}) \approx 15.2 \text{ M}\Omega$ und $R_G(5.5\text{nF}) \approx 4.1 \text{ M}\Omega$. Da der 2P-Widerstand eines Stromkreises mit Nanostruktur durchaus im Bereich 1–3 $\text{M}\Omega$ liegen kann, eignen sich für die 2P-Anschlüsse nur

die 1.5 nF-Filter. Die 5.5 nF-Filter können dagegen bei 4P-Spannungsabgriffen sowie Gate- und LED-Kontakten verwendet werden.

5.3. Belichtung (CdMnTe)

Während CdMnTe-Proben bei Raumtemperatur auch im Dunkeln leitend sind, spielt bei Millikelvin-Temperaturen die Belichtung eine entscheidende Rolle. Insbesondere die Bereiche der Nanostrukturierung weisen lokal oftmals⁵ eine teils signifikant abgesenkte Ladungsträgerdichte auf und müssen angereichert werden. Bei Belichtung mit Photonen ausreichender Energie werden Elektronen aus dem Valenzband über die Bandlücke in das Leitungsband angehoben. Dadurch entstehen freie Elektron-Loch-Paare, die Ladungsträgerdichte und die (photoelektrische) Leitfähigkeit steigen an.

Bei den verwendeten Probenstäben ist die Möglichkeit vorgesehen, eine 3mm-LED am Stabkopf, direkt über der Probe anzuschließen. Typische, im Fachhandel erhältliche LEDs sind jedoch auf solche extremen Temperaturbedingungen nicht ausgelegt — die Suche nach einer bei Kryotemperaturen funktionierenden LED hat sich tatsächlich als eine große Herausforderung erwiesen: Insgesamt wurden mehr als 30 verschiedene LED-Typen erst bei Flüssigstickstoff-Temperatur (77 K) und dann im Mischkryostaten (< 1 K) geprüft. Als geeignetes, zuverlässig funktionierendes Modell hat sich einzig *LR 3360-FJ* von Siemens Semiconductor Group erweisen. Es handelt sich um eine rote, diffuse LED mit einer Emissionswellenlänge von 660 nm bei Raumtemperatur [110]. Laut Datenblatt nimmt die Wellenlänge mit der Temperatur linear ab, eine Extrapolation auf Kryotemperaturen⁶ liefert einen Wert von ca. 647 nm. Dies entspricht einer Photonenenergie von 1.92 eV, die damit größer als die Breite der Bandlücke von CdMnTe (1.61 eV) und folglich für die Anregung der Ladungsträger ausreichend ist.

Ein wesentlicher Nachteil des LED-Betriebs im Probenstabkopf besteht darin, dass dabei Wärme unmittelbar in der Mischkammer des Kryostats erzeugt wird. Es sei in diesem Kontext erneut auf die in Abb. 5.1b dargestellte Abhängigkeit der Kühlleistung von der Temperatur hingewiesen: Bei 50 mK können höchstens 100 μ W Wärmeleistung kompensiert werden — unter Berücksichtigung der LED-Betriebsspannung von ca. 2 V entspricht dies einem Durchlassstrom von 50 μ A (vs. 45 mA im Normalbetrieb). Die Basistemperatur von 25 mK kann in der Praxis bereits ab ca. 20 μ A

⁵insbesondere in früheren Prozessgenerationen

⁶Die minimale Betriebstemperatur beträgt laut Datenblatt -55°C .

nicht mehr eingehalten werden. Bei intensiverer Belichtung verlässt man zunehmend den für die Beobachtung vieler quantenmechanischer Effekte optimalen Temperaturbereich. In der Praxis wurde deshalb beim LED-Dauerbetrieb lediglich mit Strömen im Bereich $0.1\text{--}10\ \mu\text{A}$ gearbeitet.

Die Belichtungsintensität bei so kleinen LED-Durchlassströmen kann durch *sehr* grobe Abschätzung der Photonendichte wie folgt veranschaulicht werden: Die Lichtstärke der verwendeten LED skaliert linear mit dem Durchlassstrom und liegt für $0.1\ \mu\text{A}$ im Bereich 10^{-6} mcd. Gleichzeitig steigt die Lichtstärke beim Abkühlen exponentiell an und erreicht bei der Basistemperatur das ca. 70-fache des Raumtemperaturwerts. Berücksichtigt man die winkelabhängige Abstrahlcharakteristik, den Abstrahlwinkel von 70° und die Geometrie des Probenhalters, so ergibt sich für die gesamte an der Probe ankommende Lichtleistung ein grober Schätzwert in der Größenordnung 10^{-11} W. Mit einer Photonenenergie von 1.92 eV kommt man auf rund 10^8 Photonen, die pro Sekunde auf die $(4 \times 4)\ \text{mm}^2$ große Probenoberfläche auftreffen. Die Größe einer Nanostruktur beträgt jedoch lediglich $(90 \times 90)\ \text{nm}^2$ und stellt damit einen 10^{-10} -Bruchteil der Gesamtfläche dar. Bei der so geringen Lichtstärke kann man also durchaus von einzelnen Photonen bzw. Anregungsprozessen sprechen. Die experimentellen Auswirkungen dieses Belichtungsmodus werden in 6.1.2 diskutiert.

Ist die Lebensdauer der angeregten Zustände kurz, so ist eine schwache Belichtung nicht nur ineffizient, sondern komplett nutzlos. Einen Ausweg bietet der sog. langanhaltende Photoeffekt (persistent photoeffect, PPE), der in vielen Halbleitermaterialien bei tiefen Temperaturen auftritt [111] und bei allen vermessenen CdMnTe-Proben tatsächlich eine entscheidende Rolle gespielt hat: Während die genauen Gründe für das Zustandekommen des PPE immer noch umstritten sind, gehen die meisten Modelle von einer Anregung der Ladungsträger aus tiefen Donatoren in der Bandlücke in das Leitungsband aus [112][113]. Die angeregten Zustände sind dabei sehr langlebig (mehrere Stunden bis Tage), d. h. die erhöhte Ladungsträgerdichte bleibt auch nach Abschalten der Belichtung erhalten [114]. Der Zerfall der angeregten Zustände kann durch Erwärmung des Systems beschleunigt werden.

Laser-Belichtung

Eine Alternative zum LED-Betrieb direkt in der Mischkammer des Kryostats bietet ein spezieller Probenstab, in dem Lichtwellenleiter bis zum Probenhalter verlegt sind und damit eine Laser-Belichtung von außerhalb des Kryostats realisierbar wird. Diese Methode hat zwei wichtige Vorteile: Erstens, im Probenstab selbst wird praktisch

keine Wärme erzeugt — der Kompromiss zwischen Lichtleistung und Mischkammer-temperatur muss daher nicht eingegangen werden. Zweitens, die Problematik der minimalen Betriebstemperatur der Lichtquelle entfällt komplett, stattdessen können beliebige Laser gewünschter Wellenlänge verwendet werden.

Der Laser-Probenstab wurde in Kombination mit dem zur Verfügung stehenden Argon-Ionen-Laser getestet, welcher Licht mit einer Wellenlänge von 488 nm (blau) erzeugt. Die zusätzlichen Bauteile (Lichtwellenleiter) im Inneren des Probenstabs erhöhen den Wärmeeintrag erheblich, so dass die erreichbare Basistemperatur auf ca. 100 mK ansteigt — anders als bei *in situ* LEDs skaliert sie aber nicht mit der Lichtleistung. Die Photonenenergie des Lasers ist mit 2.54 eV sogar größer als die der roten LED und somit für die Anregung der Ladungsträger mehr als ausreichend. Dennoch konnte im Experiment kein Einfluss der Laser-Belichtung auf die Leitfähigkeit der Proben festgestellt werden. Eine naheliegende Erklärung besteht in nicht ausreichender Strahlungsintensität, bedingt durch signifikante Verluste beim Einkoppeln der Laser-Strahlung in die Wellenleiter. Eine Messung der resultierenden Intensität direkt am Stabkopf war aufgrund der Kompaktheit des Probenhalters nicht möglich. Damit fehlt die Grundlage für einen Direktvergleich zwischen beiden Belichtungsmethoden. Die Laser-Belichtung erscheint sicherlich vielversprechend, erfordert aber weitere, gezielte Untersuchungen.

5.4. Gatebetrieb

Die Gates dienen in erster Linie dazu, die Ladungsträgerdichte des Materials zu beeinflussen bzw. anzureichern — in dieser Funktion können sie auch ergänzend zur Belichtung eingesetzt werden. Aber auch die Variation des elektrischen Feldes selbst spielt bei einigen quantenmechanischen Effekten — z. B. dem Aharonov-Casher-Effekt (3.5.4) — eine wichtige Rolle. Die beiden verwendeten Gate-Bauarten wurden in den Abschnitten 4.2.2 (Backgate) und 4.2.3 (Topgate) vorgestellt.

RC-Gatefilter

Zu den wichtigsten Herausforderungen bei Messungen mit Top- oder Backgate zählt eine ausreichend stabile Fixierung der eingestellten Gatespannung über einen ausgedehnten Zeitraum — typischerweise während andere Systemparameter variiert werden. Trivialerweise verschärft sich diese Problematik zunehmend mit steigenden Anforderungen an die Auflösung in U_G : Im Fall der untersuchten Quanteninterferenzef-

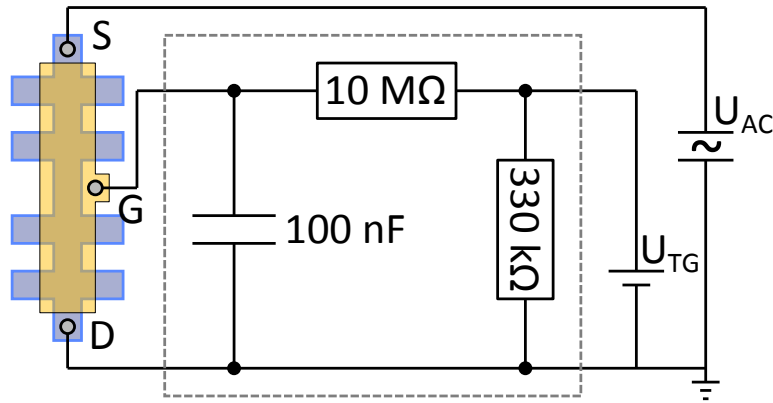


Abbildung 5.4: Schematischer Aufbau des verwendeten in situ RC-Gatefilters.

fekte betrug beispielsweise die *maximale* sinnvolle Schrittweite der Topgate-Spannung etwa 1 mV, bedingt durch die extrem sensible Reaktion der Interferenzmuster auf kleinste Änderungen von U_G (s. 6.3, 7.2). Den wichtigsten limitierenden Faktor stellt dabei die Einkopplung externer Störsignale in die Gateleitungen: Zu den typischen Folgen gehören neben zeitlichen Potentialfluktuationen, die den Messkontext verfälschen, insbesondere Gatesprünge, welche den Systemzustand abrupt verändern — durch Ladungsverschiebung bzw. Charge-Trapping-Prozesse. Essentiell wichtig wird also die Verwendung eines wirkungsvollen Rauschfilters möglichst nah an der Probe — idealerweise im Stabkopf, um die mehrere Meter langen Messleitungen ebenfalls auszugrenzen. Die letztere Bedingung schließt π -Filter aus, da diese im Einflussbereich des Magneten nicht verwendet werden können.

Eine geeignete Filterschaltung ist in Abb. 5.4 skizziert: Die Basis bildet ein Tiefpass, bestehend aus einem $10\text{ M}\Omega$ Widerstand und einem 100 nF Kondensator. Damit beträgt die Zeitkonstante $\tau = RC$ genau 1 s und die Grenzfrequenz $f = 1/2\pi\tau$ ca. 0.16 Hz. Ein zweiter, kleinerer Widerstand erlaubt einen probennahen Ausgleich der Fluktuationen in der Gateleitung gegen die gemeinsame Messerde. Im Gegensatz zum „klassischen“ Gatebetrieb fließt aber durch diesen Widerstand stets ein Strom, der zur angelegten Gatespannung proportional ist. Dadurch wird Wärme erzeugt — direkt am Stabkopf, in der Mischkammer — und die günstige Position des Filters wird somit zum Nachteil. Der Wärmeeintrag schränkt signifikant den Spannungsbereich ein, in dem ein Gate mit Filter betrieben werden kann. In der Praxis kann die RC-Filterschaltung im Stabkopf nur in Kombination mit einem Topgate bei entsprechend niedrigen Spannungen verwendet werden; die für den Betrieb eines Backgates typischen Spannungen im Bereich 30–100 V sind dagegen ausgeschlossen.

Eine Alternative bietet die Realisierung einer äquivalenten Filterschaltung außerhalb

des Probenstabs. Alle Bauteile, insbesondere aber der Widerstand, bleiben in diesem Fall von der Mischkammer weit entfernt und die erzeugte Wärme spielt keine Rolle. Außerdem kann diese Variante bei jedem Probenstab eingesetzt werden, insbesondere wenn die *in situ*-Ausführung aus Platzgründen nicht möglich ist. Die große Entfernung zur Probe bzw. die Länge der dazwischen liegenden Messleitungen verringern jedoch entsprechend die Effizienz eines solchen Filters erheblich.

6. Transportmessungen an CdMnTe

Als verdünnt-magnetischer Halbleiter ist CdMnTe naturgemäß im Hinblick auf seine magnetischen Eigenschaften bzw. das Zusammenspiel der magnetischen und nicht-magnetischen Effekte besonders interessant. So stand im Mittelpunkt der anfänglichen Untersuchungen die Charakterisierung des Einflusses magnetischer Ionen auf Quanteninterferenzmuster verschiedener Nano-Interferometer. Bereits während der ersten Messversuche bei tiefen Temperaturen wurde jedoch klar, dass dieses Vorhaben nicht auf Anhieb umzusetzen ist, da der magnetoelektrische Transport von einer Reihe von Anomalien dominiert wird: Signifikante Signalfluktuationen, abrupte Sprünge und generelle Irreversibilität sämtlicher Messreihen erschweren systematische Untersuchungen der gesuchten Effekte erheblich. Besonders stark ausgeprägt sind diese Anomalien gerade bei schwachen Magnetfeldern und sehr tiefen Temperaturen, die für das Zustandekommen der Quanteninterferenzen relevant sind. Darüber hinaus variiert die konkrete Ausprägung stark von Probe zu Probe, wobei in der Regel keine unmittelbare Kausalität erkennbar ist.

Im Kontext der zuvor beschriebenen Schwierigkeiten bei der Ankontaktierung des 2DEGs (4.3) sowie der festgestellten Degradierung des Materials in früheren Prozessgenerationen (4.2.1) wurden anfangs ebendiese Faktoren als wahrscheinliche Ursachen für das anomale Transportverhalten vermutet. Nicht zuletzt dadurch motivierte, fortwährende Weiterentwicklung der Strukturierungsverfahren sowie des Lötprozesses resultierte zwar in beachtlicher Verbesserung der elektrischen Eigenschaften späterer Probengenerationen, eliminierte jedoch nur einen Teil der Anomalien. Während die Möglichkeit in Erwägung gezogen wurde, dass es sich um Manifestationen der spinglass-ähnlichen Phase handeln könnte, war diese Vermutung angesichts des Fortbestehens der Anomalien weit oberhalb der kritischen Temperatur T_g lange Zeit rein spekulativ. Erst im Laufe der sehr umfangreichen Untersuchungen an einer Vielzahl unterschiedlicher Proben und Geometrien hat sich aus einzelnen Befunden ein konsistentes phänomenologisches Gesamtbild herauskristallisiert, welches die meisten beobachteten Anomalien plausibel auf das gemeinsame Konzept der gemischten magnetischen Phase zurückführt. Schließlich wurden bei Untersuchungen zu einigen etablierten Effekten wie QHE und QHF weitere, signifikante Abweichungen vom er-

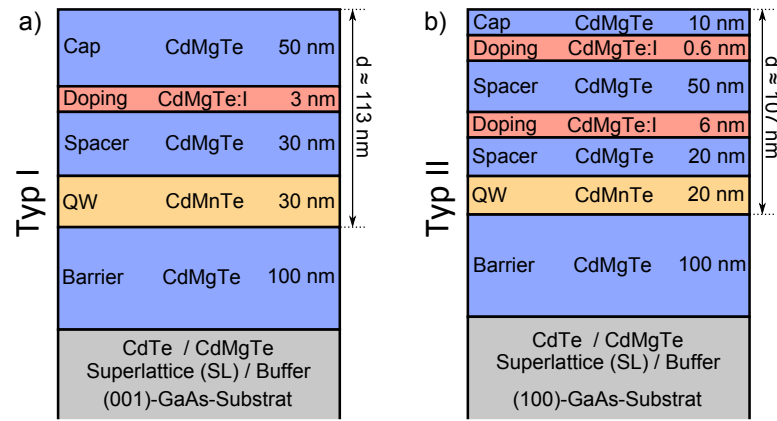


Abbildung 6.1: Struktur der verwendeten CdMnTe-Wafertypen. a) Typ I: 30 nm CdMnTe-Potentialtopf mit homogener Mn-Verteilung, Modulationsdotierung mit Iod. b) Typ II: 20 nm CdMnTe-Potentialtopf (56 ML CdMnTe zwischen je 3 ML CdTe), zwei Dotierschichten.

warteten Verhalten festgestellt, die in der Fachliteratur bislang nicht beschrieben wurden.

6.1. Materialcharakterisierung

Für die experimentellen Untersuchungen wurde modulationsdotiertes 2DEG-Material verwendet. Alle Wafer wurden im Labor von Prof. Wojtowicz in Warschau mittels Molekularstrahlepitaxie (MBE) hergestellt. Die Schichtabfolge der zwei verwendeten Waferfamilien ist in Abb. 6.1 dargestellt. Der prinzipielle Aufbau ist dabei im Wesentlichen gleich: Auf einem GaAs-Substrat werden einige μm dicke CdTe- und CdMgTe-Pufferschichten sowie ein CdTe/CdMgTe-Übergitter (*superlattice*, SL) gewachsen, um die Gitteranpassung zwischen GaAs und CdTe zu ermöglichen. Darauf wird ein Quantentopf, umgeben von zwei CdMgTe-Barrieren, aufgewachsen. Die Mn-Ionen sind homogen im Quantentopf verteilt, ihre Konzentration x ist von der Wachstumstemperatur T_{Mn} abhängig. Die obere Barriere dient gleichzeitig als Abstandhalter (Spacer), der den dotierten Bereich vom Quantentopf räumlich trennt (Modulationsdotierung). Abgeschlossen wird die Struktur von einer Capschicht, die vor allem eine schützende Funktion hat.

Die Unterschiede zwischen den zwei Wafertypen spiegeln die zeitliche Weiterentwicklung der Wachstumsverfahren und Feinanpassung der Material- und Kontakteigenschaften wider: So besitzen die neueren Typ-II-Wafer eine weitere Dotierschicht

ID	Wafer	T_{Mn} (°C)	x (%)	Typ	μ (cm ² /Vs)	n_s (10 ¹¹ cm ⁻²)	T_g (mK)
A	051111A	730	0.53 (0.74)	II	81500	5.24	13 (18)
B	051211A	765	1.71 (2.29)	II	70000	4.62	41 (56)
C	051211B	785	2.82	II	34000	3.69	69
E	101008A	710	0.24	I	115000	3.95	6

Tabelle 6.1: Wachstumsparameter und Transporteigenschaften der verwendeten CdMnTe-Wafer laut Hersteller. Wafertyp entsprechend Abb. 6.1 kodiert. Übergangstemperatur T_g aus Mn-Gehalt x mittels Gl. 2.4 berechnet. Werte in Klammern sind Korrekturen aus der Analyse des Beating-Patterns (s. 6.4).

Probe	Wafer	Prozess	Topgate	Strukturen	Abmessungen
007b	A	gen2	Au	33×29 Waben	$\bar{a} = 510$ nm, $\bar{w} = 95$ nm
101a	C	gen2	Au	58×42 Ringe	$\bar{r} = 430$ nm, $\bar{w} = 100$ nm
101b	C	gen2	Au	62×42 Ringe	$\bar{r} = 430$ nm, $\bar{w} = 130$ nm
219b	B	gen4	Au	Hallbar	1.7 mm × 75 μ m
223	B	optisch	-	2 Hallbars	50 μ m × 50 μ m
314a	B	gen5	NiCr	1 Ring	$\bar{r} = 435$ nm, $\bar{w} = 175$ nm
				9 Ringe	$\bar{r} = 425$ nm, $\bar{w} = 130$ nm
318	E	optisch	-	2 Hallbars	50 μ m × 50 μ m
				Hallbar	280 μ m × 50 μ m
321b	E	gen5	NiCr	1 Ring	$\bar{r} = 420$ nm, $\bar{w} = 50$ nm
322	E	-	-	unstrukturiert	2 mm × 4 mm
323	B	-	-	unstrukturiert	2 mm × 4 mm
324	A	-	-	unstrukturiert	2 mm × 4 mm
F2*	E	-	-	unstrukturiert	1.5 mm × 3 mm

Tabelle 6.2: Überblick über relevante CdMnTe-Proben und Strukturen, die im Laufe des Kapitels referiert werden. Wafer-Kürzel entsprechend 6.1. Prozess-Kürzel beziehen sich auf Unterabschnitte von 4.2.1. *Probe F2 wurde von C. Betthausen [115] hergestellt und vermessen. Backgate nicht separat aufgeführt, da bei allen eigenen Proben angeschlossen. Abmessungen: Radius r (Ringe), Kantenlänge a (Waben), Liniensbreite w .

unweit der Materialoberfläche — dadurch wurde eine Steigerung der Qualität gelöteter Kontakte erhofft. Zusätzlich zu den CdMgTe-Barrieren wird die Begrenzung des Quantentopfs vom Typ-II durch je 3 Monolagen (ML) CdTe verschärft. Eine Übersicht über untersuchte CdMnTe-Wafer ist in Tabelle 6.1 gegeben. Diese Liste kann, entsprechend der beschriebenen Wafertypen, in zwei prinzipielle Klassen unterteilt werden. Trotz des ähnlichen Aufbaus weisen Typ-I und Typ-II Wafer in der Praxis teils erheblich unterschiedliche Eigenschaften auf und erfordern sowohl bei der Strukturierung als auch bei Tieftemperaturmessungen entsprechend unterschiedliche Behandlung.

Beim Wafer E handelt es sich um altbewährtes Typ-I-Material mit hoher Beweglichkeit und relativ niedriger Ladungsträgerdichte, an dem von C. Betthausen bereits erfolgreich FQHE beobachtet wurde [116]. Während sich die Ankontaktierung etwas aufwändiger gestaltet und die anschließende Charakterisierung der Kontakte bei Raumtemperatur eher durchschnittliche Werte liefert, zeigt das Material nach dem Abkühlen auf Kryotemperaturen ausgezeichnete Transporteigenschaften, auf die im Laufe des Kapitels mehrmals eingegangen wird. Bei einem Mn-Anteil von nur 0.24% sollte der Übergang zur spinglass-ähnlichen Phase weit unterhalb der Basistemperatur des Mischkryostaten erfolgen, so dass ein rein paramagnetisches Verhalten erwartet wird.

Die anderen, neueren Wafer sind eng miteinander verwandt und wurden mit dem konkreten Ziel konzipiert, die Ankontaktierbarkeit des 2DEGs durch Optimierung der Oberflächenmorphologie zu verbessern [117]. Dieses Ziel wurde insoweit erreicht, dass gelötete Proben aus dieser Familie tatsächlich merklich bessere Kontaktwiderstände bei Raumtemperatur aufweisen und im Durchschnitt weniger Annealing-Zyklen erfordern. Dagegen leiten Proben aus diesen Materialien bei Kryotemperaturen oftmals nicht ohne Belichtung und/oder Anreicherung mittels Top- oder Backgate.

Eine Übersicht über alle im Laufe des Kapitels vorgestellten sowie referierten Proben findet sich in Tab. 6.2.

6.1.1. AC mit/ohne DC-Offset

Nahezu alle Messungen des Magnetowiderstands an CdMnTe-Proben waren maßgeblich von einer Reihe von Anomalien in der Umgebung von $B = 0$ geprägt — auf diese Problematik wird im Laufe des Kapitels mehrmals eingegangen. Regelmäßig wies zudem das Messsignal, ohne unmittelbar ersichtlichen Grund, die bei der jeweiligen Strukturgeometrie erwarteten Merkmale entweder gar nicht oder nur in stark

abgeschwächter Form auf. Ein Teil der beobachteten Anomalien kann prinzipiell auf die Existenz einer gemischten magnetischen Phase zurückgeführt werden (s. 6.2). Als weiterer, nicht weniger kritischer Einflussfaktor speziell nahe $B = 0$ galt die Qualität der gelöteten Kontakte bzw. ihr Verhalten bei sehr tiefen Temperaturen — eine naheliegende Vermutung im Hinblick auf erhebliche Probleme bei der Herstellung von ohmschen Kontakten zum 2DEG. Um zwischen möglichen Ursachen unterscheiden zu können, war es notwendig, den Einfluss der nicht-linearen Kontakte von anderen Anomalien zu separieren. Im Hinblick darauf hat sich der im Abschnitt 5.2 vorgestellte AC/DC-Hybridbau als absolut unentbehrlich erwiesen.

Beispielhaft sind die zwei in Abb. 6.2 dargestellten Messreihen mit und ohne DC-Offset, die simultan am AB-Ring (a) und AAS-Ringarray (b) der Probe 314a erfasst wurden. Im Fall des einzelnen Rings resultiert der Umstieg auf den AC/DC-Messmodus in einer entscheidenden Verbesserung der Signalqualität: Im bislang wenig aussagekräftigen ρ_{xx} -Signal sind nun stark ausgeprägte (und reproduzierbare) Oszillationen zu sehen. Prinzipiell kann argumentiert werden, dass gerade in einer gemischten magnetischen Phase mit spinglass-ähnlichen Clustern ein gleichgerichteter elektrischer Transport einen stabileren Zustand als ständige Stromumpolung darstellt: Es ist denkbar, dass sich der Strompfad nach jeder Umpolung gemäß der momentanen Clusterkonstellation ändert, wodurch Transportanomalien verstärkt werden. Bei weiterer Diskussion im Laufe des Kapitels wird sich jedoch zeigen, dass ein eventueller Einfluss solcher Effekte nicht für dermaßen starke Signalunterdrückung verantwortlich sein kann — insbesondere nicht gleich stark in einem breiten Magnetfeldbereich 0–1 T sowie bei einer vergleichsweise hohen Temperatur von 300 mK ($\gg T_g$). Als eine realistische Auswirkung des SG-Anteils kommt höchstens die beobachtete Abschwächung des Widerstandsanstiegs um $B = 0$ infrage. Folglich lässt die erst aus dem Direktvergleich der Modi ersichtliche Signalunterdrückung im AC-Regime auf eine nicht-ohmsche Kennlinie mindestens eines der beteiligten Kontakte schließen — man muss feststellen, dass dies trotz der ausgereiften Ankontaktiermethodik auch bei Proben der letzten Generation nicht ausgeschlossen ist. Tatsächlich ermöglichte erst die Verwendung des Messaufbaus mit DC-Offset die in 6.3.1 vorgestellten, erfolgreichen Interferenzmessungen an dieser Probe.

Im Fall des Ringarrays (Abb. 6.2b) verschwinden einerseits die Signalanomalien um $B = 0$ im Mischmodus fast vollständig — eine kritische Voraussetzung für die Beobachtung der Quanteninterferenzen auf zeitumgekehrten Pfaden. Andererseits weist das Signal nun ein nahezu eine Größenordnung stärkeres Rauschen auf, welches das Auflösen von Oszillationen wiederum erheblich erschwert. In der Praxis blieb die Am-

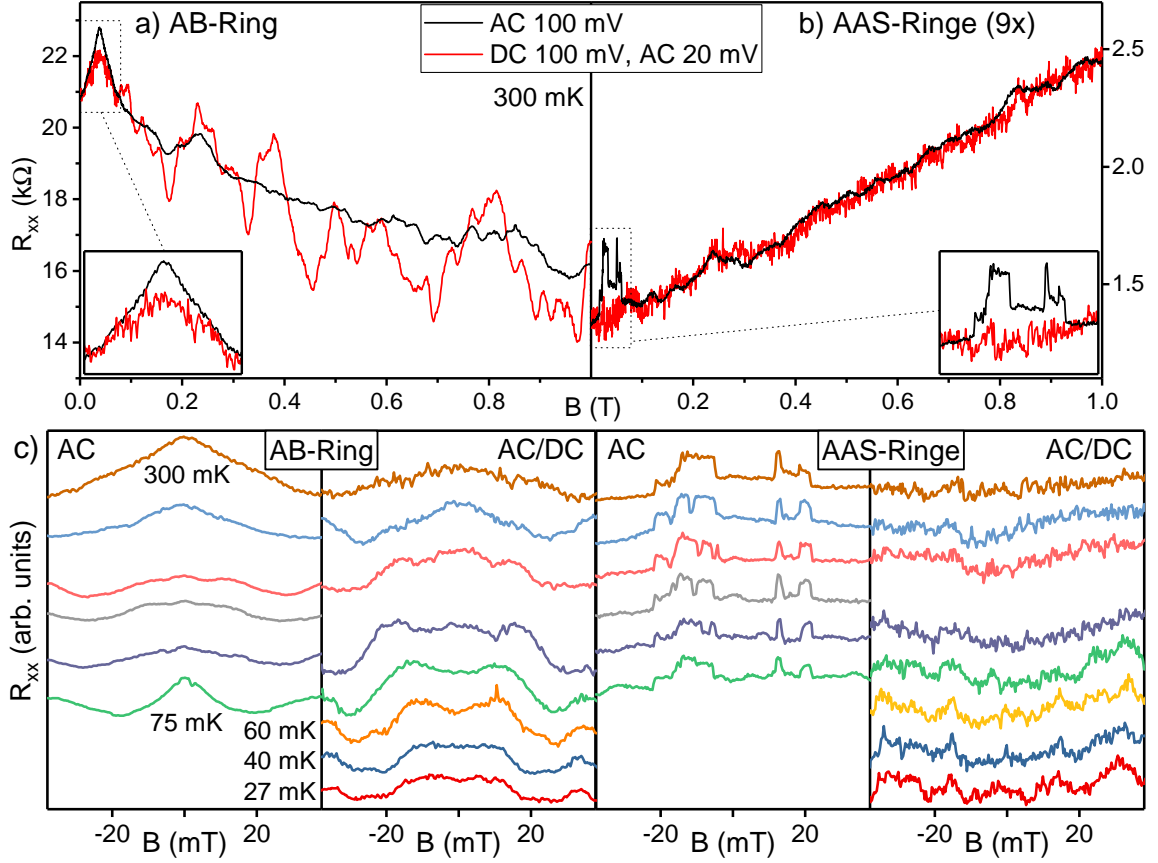


Abbildung 6.2: Auswirkungen des Messaufbaus mit DC-Offset auf das Längssignal R_{xx} der Probe 314a. a) Einzelner AB-Ring: Ausgeprägte Signalfeatures sind im reinen AC-Messmodus stark gedämpft. b) AAS-Ringarray: Eliminierung der Niedrigfeld-Anomalien bei gleichzeitiger Verstärkung des Rauschpegels. c) Temperaturabhängigkeit der Kurven in a,b um $B = 0$.

plitude des Rauschens probenübergreifend annähernd konstant, d. h. sie skaliert nicht mit dem Probenwiderstand und ist damit eine Eigenschaft des verwendeten elektrischen Aufbaus und nicht der Probe bzw. Kontakte. Als Folge waren von diesem ungünstigen Nebeneffekt des AC/DC-Messmodus vor allem niederohmige Proben betroffen, insbesondere also AAS-Interferometer, wie Ring- und Wabenarrays. Bei Vermessung von makroskopischen Hallbars und unstrukturierten Proben konnte in der Praxis kein signifikanter Unterschied zwischen beiden Messvarianten festgestellt werden. Insbesondere bietet der AC/DC-Aufbau bei solchen Proben keine Vorteile im Bezug auf die Signalqualität — aufgrund des verschwindenden Längswiderstands in Bereichen ganzzahliger Füllfaktoren macht sich das Rauschen sogar verstärkt bemerkbar.

In Abb. 6.2c ist schließlich der temperaturabhängige Verlauf der vier bislang diskutierten Kurven in einem sehr kleinen Magnetfeldbereich um $B = 0$ dargestellt. Wie man deutlich sehen kann, treten im AC/DC-Mischsignal beider Strukturen beim Abkühlen allmählich Oszillationen hervor, während das pure AC-Signal im Fall vom AB-Ring stark gedämpft bleibt und im Fall des AAS-Ringarrays reproduzierbare, aber nicht auswertbare Anomalien aufweist. Resümierend lässt sich die Verwendung des Mischmodus mit DC-Offset nicht uneingeschränkt empfehlen, vielmehr müssen probenspezifische Vor- und Nachteile abgewogen werden. Im Zweifelsfall lohnt sich ein analoger Direktvergleich, welcher zudem eine Identifizierung eventueller Probleme mit ohmschen Kontakten erlaubt. Es sei schließlich darauf hingewiesen, dass ein Messaufbau mit DC-Anteil nicht in Kombination mit dem RC-Gatefilter verwendet werden kann (s. 5.4).

6.1.2. Belichtung

Für sämtliche Typ-II Proben erwies sich *in situ* Belichtung im Kryostat als zwingende Voraussetzung für die Durchführung von Transportmessungen; bei Typ-I Proben war sie für erfolgreiche Beobachtung des FQHE essentiell. Prinzipiell sind alle verwendeten Materialien auch im Dunkeln leitend — gute Kontakte vorausgesetzt —, wobei die Ladungsträgerdichte zunächst im niedrigen 10^{11} cm^{-2} -Bereich liegt. Durch Belichtung werden erheblich höhere Werte bis maximal ca. $8.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ erreicht, aufgrund des langanhaltenden Photoeffekts (PPE) bleiben diese auch nach Abschaltung der Belichtung lange Zeit erhalten. Die geringe Ladungsträgerdichte in unbelichteten Materialien erschwert zwar die Beobachtung der gesuchten Quantenphänomene, wird jedoch von zwei anderen, unerwünschten Nebeneffekten überschattet.

Das erste Hindernis stellen stark eingeeengte Strompfade bzw. Bereiche der Nanostrukturierung dar — ohne Belichtung sind diese nicht leitend, mit wenigen Ausnahmen im hohen $10 \text{ M}\Omega$ -Bereich. Dies ist ein starkes Indiz für signifikante Degradierung des Materials in unmittelbarer Umgebung der ÄtZRänder. Gewiss ist diese Feststellung nicht unerwartet: Aufgrund der geringen Strukturabmessungen und -abstände in Ring- und Wabenstrukturen liegen die Verarmungszonen der vielen Ätzkanten nah beieinander und resultieren in einer generellen Verarmung des strukturierten Bereiches. Ungewöhnlich ist jedoch das Ausmaß dieses Effekts: So beträgt die experimentell bestimmte Breite des komplett verarmten Bereichs entlang eines jeden ÄtZRandes *bei Raumtemperatur* nach einem wenig schonenden RIE-Prozess nur ca. 10 nm [97] — bei einer typischen Linienbreite von über 100 nm sollte es daher nicht zum Überlappen

zweier gegenüberliegenden Verarmungszonen kommen. Für eine nahezu vollständige Unterbindung des elektrischen Transports *bei Kryotemperaturen* wäre eine erhebliche Verbreiterung der Verarmungszonen erforderlich. Während die genauen Gründe für die beschriebene Transportblockade unklar bleiben, reicht in der Regel bereits eine kurzzeitige Belichtung bzw. die damit verbundene Anreicherung der Ladungsträgerdichte für prinzipielle Aktivierung der Leitung in den strukturierten Bereichen aus.

Ein zweites, für den elektrischen Transport ähnlich fatales Hindernis stellen einzelne Kontakte dar, die — bedingt durch Qualitätsschwankungen im Lötprozess — keine annähernd ohmsche U-I-Charakteristik aufweisen. In einzelnen Fällen verstärkt sich die Nichtlinearität beim Abkühlen auf sehr tiefe Temperaturen so stark, dass die problematischen Kontakte für das AC-Signal praktisch undurchdringlich werden. Auch wenn in der Praxis nie mehr als 2 von 10 Kontakten pro Probe betroffen waren, ist ein Ausweichen auf alternative Kontakte in solchen Situation nicht immer möglich. In vielen Fällen konnten solche Kontakte dennoch durch Belichtung bzw. Anreicherung des Materials reanimiert werden, wobei die Prozedur in der Regel eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt: Das Probenmaterial, welches sich direkt unterhalb der Indium-Kontakte befindet — also gerade an den kritischen Stellen des Metall-Halbleiter-Übergangs —, kann selbstverständlich nicht direkt belichtet werden. Bei Belichtung der Probe kann die Anreicherung der Ladungsträgerdichte also nur in umliegenden Bereichen stattfinden. Die Dauer der letztendlich erfolgreichen Aktivierungsprozesse lässt vermuten, dass eine durch den Gradienten der Ladungsträgerdichte bedingte Diffusion der Elektronen aus den belichteten Bereichen stattfindet, wodurch eine verzögerte, indirekte Anreicherung der verdeckten Kontaktflächen erfolgt. Eine analoge Argumentation erscheint auch im Fall der Belichtung durch weitgehend intransparente Au-Topgates als plausibel.

Langanhaltender Photoeffekt und LED-Betrieb

Während LED-Belichtung für erfolgreiche Transportmessungen grundsätzlich unentbehrlich ist, hängt der erforderliche LED-Betriebsmodus entscheidend von der Effizienz des Anreicherungsprozesses sowie der Lebensdauer des angereicherten Zustands ab. Zerfällt letzterer nämlich rapide, so kann eine Anreicherung nur durch intensive Dauerbelichtung realisiert werden — ein sehr instabiler Zustand mit extremem Wärmeeintrag direkt in der Mischkammer. Eine in Hinsicht auf diesen Grenzfall kaum zu überschätzende Bedeutung hat daher der langanhaltende Photoeffekt (PPE), der

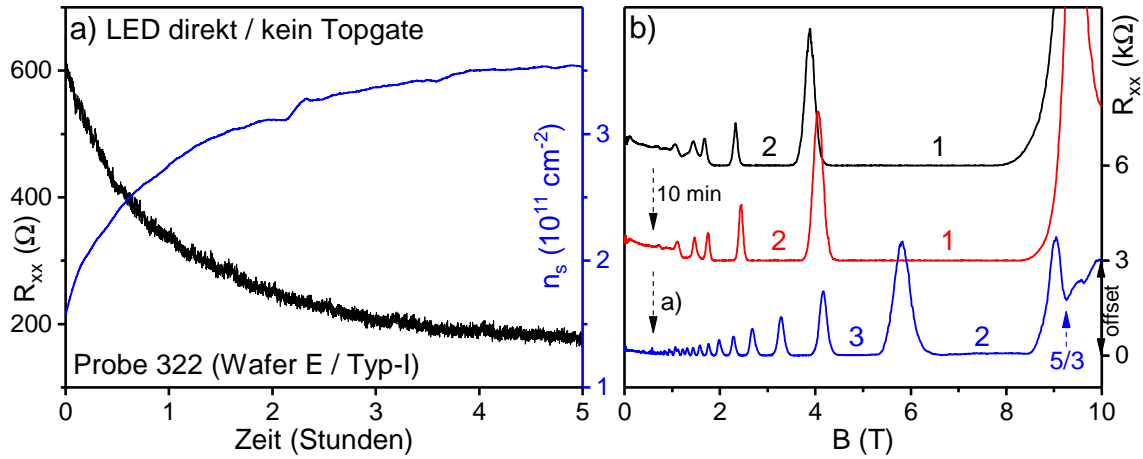


Abbildung 6.3: a) Langsame Sättigung der Ladungsträgerdichte durch LED-Belichtung mit maximaler Leistung, welche die Mischkammertemperatur nicht erhöht, sowie das dazugehörige 4P-Längssignal R_{xx} . b) Auswirkungen der kurzen (rot) und langen (blau) Belichtung aus [a] auf die Ausprägung der QHE-Features. Man beachte die FQHE-Zustände nach Sättigung der Ladungsträgerdichte.

die erhöhte Ladungsträgerdichte auch lange nach dem Abschalten der Belichtung aufrechterhalten kann. In der Praxis ist die Lebensdauer der gesättigten Ladungsträgerdichte weniger durch das verwendete CdMnTe-Material als durch die Qualität der konkreten Probe, enthaltene Strukturen sowie die Prozessgeneration gegeben — ein direkter Hinweis auf einen Zusammenhang mit der unterschiedlich starken Materialdegradation während der Strukturierung.

Ist der gesättigte Zustand trotz PPE nicht ausreichend langlebig, um auf die kontinuierliche Belichtung zu verzichten, so lässt sich die Belichtungsintensität dennoch in der Regel auf ein sehr niedriges, thermisch irrelevantes Niveau reduzieren: Ein solcher LED-Betriebsmodus bei extrem kleinen Durchlassströmen wurde in 5.3 diskutiert, wobei die Vermutung geäußert wurde, dass die Belichtung dabei sehr inhomogen erfolgt. Im Einklang mit dieser Annahme stellt man in der Praxis bei Belichtung mit $I = 0.1 \mu\text{A}$ einen extrem langsamen Anstieg der Ladungsträgerdichte fest: Nicht selten wird ein semi-stabiler (gesättigter) Zustand erst nach mehreren Stunden erreicht (vgl. Abb. 6.3a). Auch wenn die Ladungsträgerdichte bereits gesättigt ist, ist das Signal bei fortlaufender schwacher Belichtung oftmals stark verrauscht; die Leitfähigkeit weist außerdem irreguläre Sprünge auf, welche eine Auswertung erheblich erschweren. Bei Variation von weiteren Messparametern (z. B. Magnetfeld-Sweeps) wird dieser Zustand zunehmend instabil: Die Anregungsprozesse befinden sich offenbar in einem dynamischen Gleichgewicht, für eine vollständige Sättigung reicht

die Intensität aber nicht aus. Wird also der Zerfall von angeregten Zuständen durch eine Parameteränderung beschleunigt, so erfolgt die erneute Anregung aufgrund der geringen Lichtintensität mit signifikanter Verzögerung. Deshalb verändert sich die Ladungsträgerdichte zeitlich; ebenfalls ist eine inhomogene räumliche Verteilung nicht auszuschließen. Während ein LED-Pulsbetrieb als prinzipielle Kompromisslösung erscheint, werden in der Praxis jegliche Vorteile durch die sehr lange Stabilisierungszeit (bis 1 Stunde) nach Abschalten der Belichtung zunichtegemacht.

Die Situation ändert sich entscheidend, wenn die PPE-Lebensdauer Messungen *ohne* aktive LED erlaubt: Diese Variante weist keine der genannten Nachteile auf, stattdessen rückt die Frage nach der Zerfallsrate des PPE in den Vordergrund. Kritisch ist die Stabilität des PPE-gesättigten Zustandes insbesondere bei längeren Messreihen, wie gateabhängigen Untersuchungen der Quanteninterferenzen oder FQHE-Aktivierungsmessungen, die teils mehrere Wochen in Anspruch nehmen können. Für FQHE-Messreihen kann eine schleichende Verringerung der Ladungsträgerdichte besonders dramatische Folgen haben: Das damit verbundene langsame Verschwinden der FQHE-Features ist im Experiment von der erwarteten winkelabhängigen Evolution der Energielücken nur schwer zu unterscheiden. Speziell um die Möglichkeit einer solchen Degradierung auszuschließen, wurde die FQHE-Probe 322¹ eine Woche nach der ursprünglichen Belichtung (Abb. 6.3a) und nach Dutzenden von Aufwärmvorgängen auf 1 K erneut sehr intensiv belichtet. Nach dem Abschalten der LED und Abklingen der Relaxationsprozesse wurde exakt derselbe, gesättigte Ausgangszustand erreicht; die Magnetowiderstandskurven vor und nach der Belichtung verliefen exakt deckungsgleich. Dies spricht für sehr hohe Robustheit des PPE-Zustandes und gerechtfertigt die typische Annahme der konstanten Ladungsträgerdichte nach LED-Belichtung.

6.1.3. Top- und Backgate

Die ursprüngliche Motivation für die Verwendung eines Gates bestand in der Untersuchung des Einflusses des elektrischen Feldes auf das Phasenverhalten der Interferenzeffekte. Die ersten experimentellen Versuche zeigten jedoch, dass eine Anreicherung der Ladungsträgerdichte bzw. eine Erhaltung des LED-angereicherten Zustandes mittels Top- oder Backgate eine kritische Voraussetzung für die erfolgreiche Realisierung von Messungen darstellt — insbesondere für Typ-II-Materialien mit höherer Mn-Konzentration, die andernfalls bei Kryotemperaturen grundsätzlich nicht

¹Entsprechende FQHE-Messreihen finden sich in 6.7.3

leitfähig waren. Im Gegensatz zum immer vorhandenen Backgate stellt die Strukturierung eines Topgates einen signifikanten Mehraufwand dar und belastet das Material zusätzlich. Ein Nachteil für den Messbetrieb wurde bereits im Vorabschnitt erwähnt: Durch Topgates wird eine effektive Belichtung der Leitkanäle erheblich erschwert; auch semi-transparente NiCr-Topgates mit ca. 1% Transmission sind eher als Kompromiss einzustufen. Zu den weiteren, nicht von der Hand zu weisenden Risiken zählen Leckströme, Parallelleitung und Durchbrüche — wobei in der Regel nicht einzig die Gate-Funktion ausfällt, sondern die Probe grundsätzlich unbrauchbar wird. Nicht selten äußern sich potentielle Schwachstellen — bedingt durch Defekte oder Beschädigung während der Strukturierung — erst im Messbetrieb, beispielsweise in Form von herabgesetzter Durchbruchspannung. Damit lässt sich die Frage, ob ein Topgate strukturiert wird oder das integrierte Backgate ausreicht, nur anwendungs- und materialspezifisch beantworten. Im Folgenden wird ein kleiner Überblick über experimentelle Erfahrungen mit beiden Varianten gegeben.

Topgate

Es wird eine Reihe von Magnetfeldsweeps im Bereich 0.5–3.0 T betrachtet, bei denen die Topgate-Spannung von 4 V auf 8 V in 0.4 V-Schritten erhöht wurde (Abb. 6.4a); die Wahl der unteren U_{TG} -Grenze war durch einen abrupten Zusammenbruch des Transports unterhalb von 4 V bedingt. Die erste Messreihe bezieht sich auf einen bereits angereicherten (PPE) Zustand — *nach*, aber ohne aktive LED-Belichtung (blau in allen Teilabbildungen). Mit steigender Spannung werden immer mehr Oszillationen auflösbar, insbesondere bei kleinen Magnetfeldern; außerdem verschiebt sich ihre Position bis ca. 6 V sehr deutlich. Die Annahme, dass die Oszillationen dem Schubnikow-de-Haas-Effekt zuzuordnen sind, lässt sich unter Berücksichtigung der Gleichung 3.22 verifizieren: Aufgrund der $1/B$ -Abhängigkeit müssen inverse Magnetfeldwerte, bei denen die Minima auftreten, aufgetragen gegen passende ganzzahlige Indizes m eine Ursprungsgerade ergeben. In Abbildung 6.4b sieht man, dass diese Bedingung für alle im Weiteren verwendeten Datenpunkte erfüllt war. Die Bestimmung der Minima bei höheren Magnetfeldwerten — insbesondere bei Gatespannungen bis ca. 5.2 V unumgänglich (vgl. 6.4a) — erweist sich als schwierig: Sobald der Längswiderstand auf Null fällt, werden Minima zu breiten Plateaus und die Bestimmung ihrer Position wird zunehmend unpräzise. Der dadurch eingebrachte Fehler wird jedoch durch die $1/B$ -Abhängigkeit in 3.22 für große Werte von B kompensiert.

Die Abhängigkeit der aus den SdHs berechneten Ladungsträgerdichte von U_{TG} ist in Abbildung 6.4c dargestellt, wobei über möglichst viele auswertbare Paare der SdH-

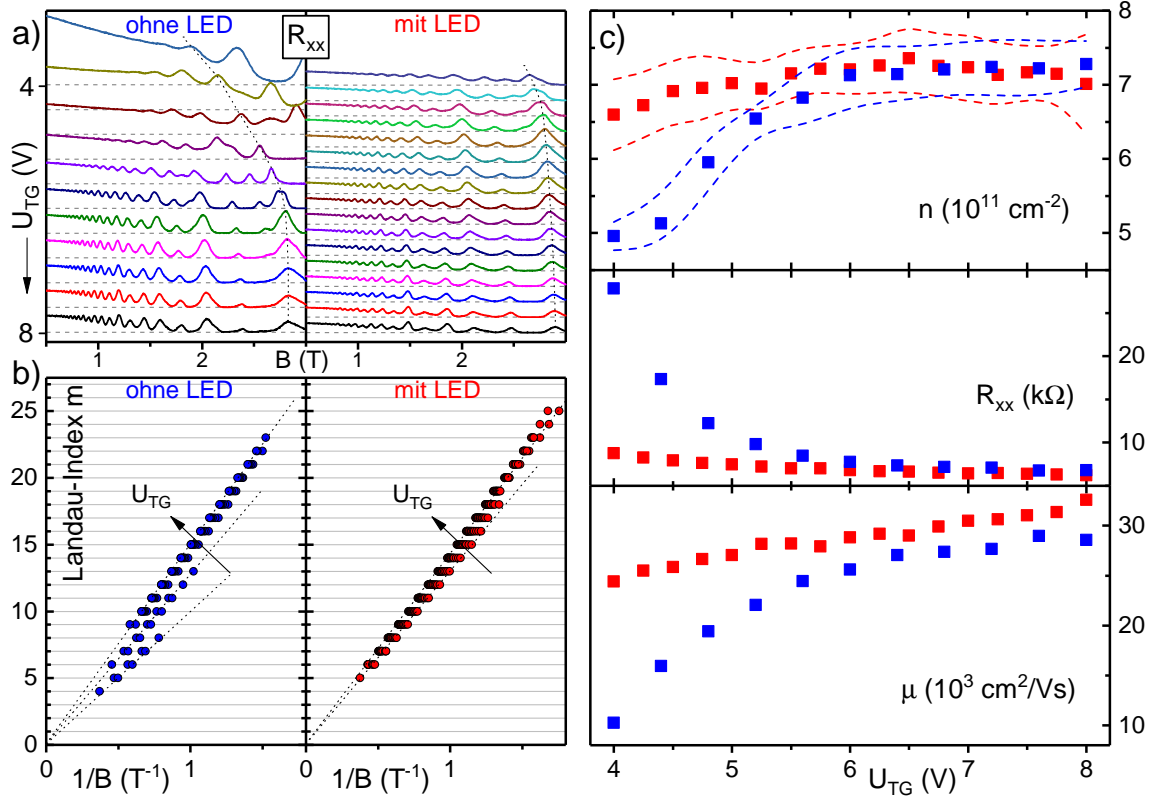


Abbildung 6.4: Charakterisierung des Topgates der Probe 219b bei 27 mK ohne (blau) und mit (rot) aktiver Belichtung. a) Gateabhängigkeit der SdHs. b) Validierung der extrahierten SdH-Positionen durch Zuordnung der Landau-Indizes. c) Ladungsträgerdichte (mit Fehlergrenzen), Längswiderstand und Beweglichkeit.

Minima gemittelt wurde. Man kann klar sehen, dass die Ladungsträgerdichte bei Erhöhung der Gatespannung zunächst deutlich ansteigt: von ca. $5.0 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bei 4 V auf $7.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bei 6 V. Bei weiterer Erhöhung der Spannung bleibt der Wert dagegen praktisch konstant — die Ladungsträgerdichte ist gesättigt. Ebenfalls eingezeichnet ist der Verlauf des Längswiderstands bei $B = 0$, der bis ca. 6 V rapide abfällt und dann annähernd konstant bleibt. Die Beweglichkeit ist bei 4 V sehr gering: nur rund $10'000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ gegenüber dem Nennwert von $70'000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ für das diskutierte Material B. Sie steigt mit der Gatespannung ebenfalls an und sättigt bei ca. $30'000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Um das Zusammenspiel der Topgate-Anreicherung mit der LED-Belichtung besser zu verstehen, wurde eine analoge Messreihe² mit aktiver, mäßiger Belichtung (10 μA) aufgenommen (rot in allen Teilabbildungen). Man stellt fest, dass diesmal alle R_{xx} -

²mit abweichender Schrittweite von 0.25 V

Kurven einen sehr ähnlichen Verlauf aufweisen: Viele Minima sind deutlich zu erkennen, ihre Positionen ändern sich dabei in wesentlich geringerem Maße als im Fall ohne Belichtung. Die Ladungsträgerdichte weist in der Tat bereits bei 4 V einen deutlich höheren Wert von $6.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ auf, sättigt jedoch ebenfalls bei einem ähnlichen Wert von ca. $7.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Bei Gatespannungen über 6 V wird ihr Verlauf etwas instabil; trotz der größeren Anzahl der für die Auswertung verfügbaren Datenpunkte (SdHs) ist der durchschnittliche Fehler mit Belichtung sogar größer. Diese Instabilität lässt darauf schließen, dass durch die doch vergleichsweise schwache LED-Belichtung, die dazu auch noch vom Topgate abgeschirmt wird, kein stabiles Gleichgewicht im Sinne der Ladungsträgerdichte zustande kommt. Der Längswiderstand weist analog bereits bei 4 V einen deutlich geringeren Wert auf und ändert sich nur unwesentlich. Eine entsprechende Aufwertung erfährt auch die Beweglichkeit.

Backgate

Das integrierte Backgate des Chipcarriers stellt eine großflächige, planare Au-Elektrode dar, die gleichzeitig als Aufklebefläche für Proben fungiert. Vom leitenden 2DEG trennen es folglich insgesamt ca. $600 \text{ } \mu\text{m}$ GaAs-Substrat, Pufferschicht und QW-Barriere — etwa der 3000-fache Abstand im Vergleich zu einem typischen Topgate, wenn auch bei höherer mittlerer Permittivität der beteiligten Schichten. Die erheblich geringere Effizienz des Backgates wird zumindest teilweise durch seine extreme Robustheit kompensiert: So handelt es sich bei der standardmäßig eingehaltenen Obergrenze für U_{BG} von +100 V um einen, im Grunde, willkürlichen Wert, der primär mit Rücksicht auf feine Zuleitungen und kompakt angeordnete Lötstellen im Probenstab gewählt wurde. Leckströme oder Durchbrüche im Bereich der Gateelektrode selbst sind dagegen aufgrund der großen Distanz zum 2DEG weniger wahrscheinlich und wurden in der Praxis bei keiner der viele untersuchten Proben festgestellt. Bei Verwendung eines $10 \text{ M}\Omega$ Schutzwiderstands überlebt ein Backgate sogar abrupte (i. A. unbeabsichtigte) Schaltvorgänge über 100 V.

Ein Direktvergleich beider Gate-Varianten bezüglich ihrer Auswirkung auf die Ladungsträgerdichte ergibt ein Verhältnis von ca. 1 : 100 zwischen Backgate und Topgate, d. h. die genannte Obergrenze für U_{BG} von +100 V entspricht einer Topgate-Spannung von rund +1 V. Für Proben also, die auch ohne Gatespannung akzeptable Transporteigenschaften aufweisen, sowie Untersuchungen, für die eine geringfügige Variation der Gatespannung genügt, stellt das Backgate durchaus eine interessante Alternative dar. Bedenklich ist einzig seine Stabilität, da die Verwendung des *in situ* RC-Gatefilters bei typischen Backgate-Spannungen ausgeschlossen ist.

6.2. Hinweise auf gemischte magnetische Phase

Im Abschnitt 2.1.3 wurde das komplexe magnetische Verhalten des verdünnt-magnetischen CdMnTe bei tiefen Temperaturen in groben Zügen geschildert. Anders als im Fall der puren paramagnetischen Phase, die auch in Anwesenheit signifikanter Modifikationen (z. B. sp-d-Austauschwechselwirkung, Rashba-SOI etc.) weitgehend verstanden ist, erlaubt eine gemischte magnetische Phase mit spinglass-ähnlichem Anteil keine quantitative Beschreibung des Energiespektrums oder Modellierung der Transporteigenschaften. Vielmehr manifestiert sich die SG-Phase in einer Reihe von phänomenologischen Erscheinungen, die den regulären Ablauf der Transportexperimente auf nicht immer naheliegende Weise beeinflussen. Während gezielte Untersuchungen der SG-Phase per se nicht im Fokus der vorliegenden Arbeit standen, kann sie gerade bei sehr tiefen Temperaturen und schwachen Magnetfeldern, die für Quanteninterferenzerscheinungen relevant sind, nicht vernachlässigt werden. Tatsächlich waren sämtliche Messungen an CdMnTe-Proben von einer Vielzahl schwerwiegender Transportanomalien dominiert, wobei jedoch eine Unterscheidung von anderen bekannten Komplikationen — z. B. dem Einfluss nicht-ohmscher Kontakte — und damit eine eindeutige Zuordnung zur SG-Phase nicht immer möglich war. Im Weiteren werden die wichtigsten experimentellen Hinweise auf die Anwesenheit von SG-Clustern vorgestellt sowie die daraus entstehenden Konsequenzen für den generellen Messbetrieb diskutiert. Auf spezifische Erscheinungsformen im Fall der konkreten untersuchten Effekte wird in entsprechenden Abschnitten eingegangen.

6.2.1. Temperaturabhängigkeit

Sehr tiefe Temperaturen im mK-Bereich sind eine Schlüsselvoraussetzung sowohl für die Beobachtung vieler quantenmechanischer Effekte als auch für die Entstehung der spin-korrelierten Bereiche. Mit sinkender Temperatur steigen sowohl die Anzahl solcher Cluster als auch ihre Größe, bis schließlich bei einem kritischen Wert T_g die „normalen“, *paramagnetischen* Bereiche nur noch isoliert vorliegen — in anderen Worten, alle Wege des elektrischen Transports führen nun zwingend über Bereiche mit nicht-trivialen magnetischen Eigenschaften. Die kritische Temperatur T_g kann bei bekanntem Mn-Gehalt mittels Gl. 2.4 abgeschätzt werden. Es sei aber betont, dass sie keinen abrupten Phasenübergang, sondern vielmehr einen theoretischen Knickpunkt in Transporteigenschaften beim Durchlaufen eines kontinuierlichen Phasenübergangs markiert — unter *idealen* Bedingungen, insbesondere bei homogener Mn-Verteilung.

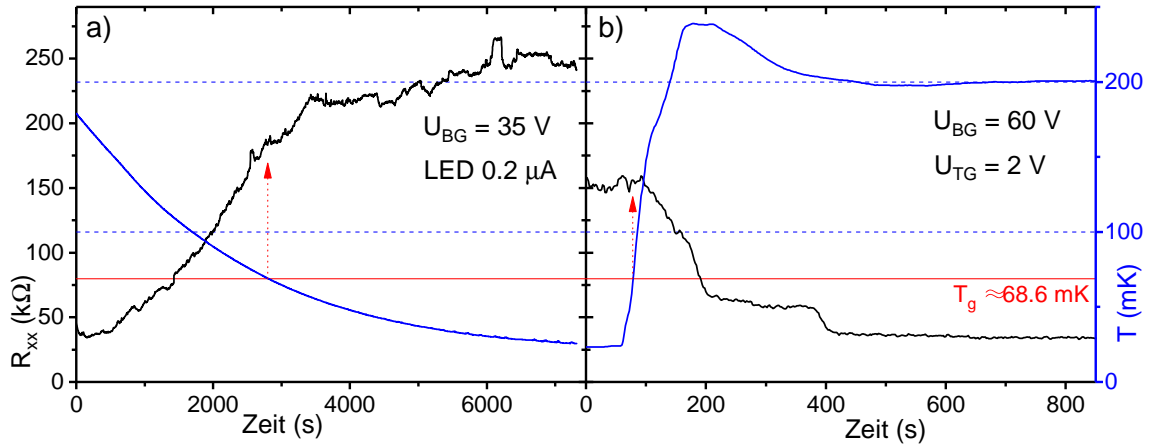


Abbildung 6.5: Temperaturabhängigkeit des Längswiderstands eines Ringarrays (Probe 101b) bei $B = 0$, a) beim langsamen Abkühlen von ca. 180 mK auf Basistemperatur, b) beim raschen Hochheizen auf 200 mK. Eingezeichnet ist die theoretische Position des Phasenübergangs T_g zu $x = 2.82\%$ (rot).

In einem realen Material müssen dagegen die zufällige Verteilung der Mn-Ionen (und damit SG-Cluster) sowie die geometrische Einschränkung der Strompfade durch Strukturierung berücksichtigt werden. In der Praxis ist deshalb mit *Unstetigkeiten* im temperaturabhängigen Transport zu rechnen: So können strukturierte Engstellen, beispielsweise schmale Ringarme der AB-Interferometer, bereits durch einige wenige SG-Cluster vollständig blockiert werden. Sicherlich abhängig vom Verhältnis zwischen Struktur- und Clustergröße, ist diese Situation auch bei $T > T_g$ nicht unwahrscheinlich und würde in einer abrupten Änderung des Transportregimes resultieren. Da Strukturränder eine natürliche Grenze für SG-Cluster darstellen und damit die Anzahl benachbarter Cluster bzw. die Länge der Domänenwände reduzieren, wäre prinzipiell eine begünstigte Clusterbildung in schmalen Strukturen denkbar. Im Gegensatz dazu wäre im Fall großer Strukturen (z. B. Hallbars) mit vielen alternativen Strompfaden für eine vollständige Isolierung der paramagnetischen Bereiche eine ebenso vollständige Blockade des leitenden Kanals mit SG-Clustern erforderlich — genau der Zustand also, der durch T_g beschrieben wird.

Bei CdMnTe-Materialien B und C mit höherem Mn-Gehalt liegt T_g über der Basistemperatur des Mischkryostaten: Damit können die Transportregimes auf beiden Seiten der kritischen Temperatur direkt miteinander verglichen werden. In Abb. 6.5 sind zwei temperaturabhängige R_{xx} -Messungen am AAS-Interferometer (Ringarray) der Probe 101b (Material C, $x = 2.82\%$) zu sehen: Ein langsamer Abkühlvorgang

auf Basistemperatur (hier ca. 28 mK) und eine rapide Erwärmung auf 200 mK bei maximaler Heizleistung. In Abb. 6.5a kann man deutlich erkennen, dass der Längswiderstand beim Abkühlen nicht nur ansteigt, sondern merklich instabil wird und Sprünge aufweist. Dieses Verhalten ist für alle untersuchten CdMnTe-Proben, insbesondere aber für feine Interferometer, bei Temperaturen unterhalb von ca. 100 mK charakteristisch. Die Messreihe in 6.5b beginnt kontextbedingt³ bei einem niedrigeren Wert von R_{xx} ; bei Erhöhung der Temperatur wird dennoch sehr schnell derselbe stabile Zustand bei ca. 35 k Ω erreicht. Bemerkenswerterweise durchläuft R_{xx} dabei eine klar erkennbare Zwischenstufe: Diese kann als ein Indiz auf einen metastabilen Zustand der Spinrelaxation beim schnellen Erwärmen interpretiert werden.

Das gewählte Beispiel verdeutlicht das typische Dilemma aller Untersuchungen der Quanteninterferenzeffekte in CdMnTe: Bei sehr tiefen, für das Zustandekommen der Interferenzen optimalen Temperaturen lassen sich die typischerweise kleinen Leitwertmodulationen aufgrund der extremen Signalinstabilität nicht erfassen. Eine Überschreitung von T_g , die bei allen Materialien bei < 70 mK liegt, reicht im Fall von Interferometern für eine ausreichende Stabilisierung der Messsignals in der Tat *nicht* aus — im Einklang mit obigen Überlegungen zur SG-Blockade bei $T > T_g$. Erst bei signifikant höheren Temperaturen, in der Größenordnung von 250–300 mK wird ein eindeutig paramagnetischer, stabiler Zustand erreicht. Bedingt durch Degradierung der thermischen Diffusionslänge konnten bei so hohen Temperaturen aber keine Interferenzerscheinungen beobachtet werden.

6.2.2. Irreversibilität und andere Anomalien

Die zufällige Verteilung der Mn-Ionen im Material resultiert beim Abkühlen auf $T \approx T_g$ in einer räumlichen Verteilung der SG-Cluster, die ebenfalls nur statistisch beschreibbar ist. Der metastabile Charakter der SG-Phase impliziert zudem, dass auch ausgehend von einer (hypothetisch) bekannten Mn-Verteilung und bei Gültigkeit des vergleichsweise „konservativen“ hierarchischen SG-Modells stets eine andere, zufällige Konstellation der Spins bzw. SG-Cluster entsteht. Schließlich verbleibt das System nicht in einem definierten „Endzustand“, sondern wechselt mit der Zeit zwischen lokalen Energieminima. Entsprechend schwer prognostizierbar ist der elektrische Transport durch die sich ständig verändernden Bereiche gemischter magnetischer Phase. In der Praxis stellt man fest, dass ein Reproduzieren früherer und gar soeben erfasster Messreihen nahezu unmöglich ist, auch wenn exakt dieselben

³Man beachte die abweichende Topgate- und Backgate-Spannung sowie Belichtung.

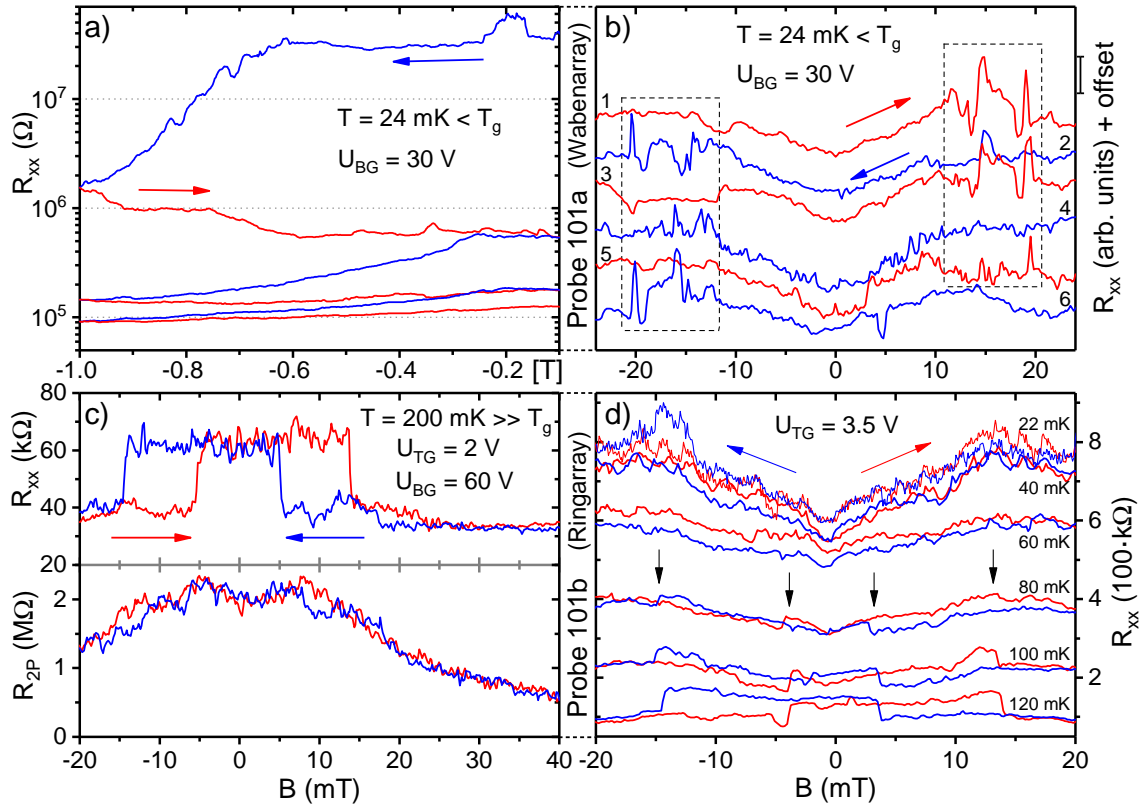


Abbildung 6.6: Transportanomalien an großflächigen Interferometer-Arrays 101a,b (Material C, $x = 2.82\%$, $T_g = 69$ mK, gen2). LED-Belichtung aktiv und gesättigt. a) Transportaktivierung unterhalb der kritischen Temperatur durch Magnetfeldsweeps. b) Nichtreproduzierbarkeit konsekutiver Up- und Down-Sweeps. Erkennbare Sprünge nach Nulldurchgang in beide Richtungen. c) Anomales R_{xx} -Plateau um $B = 0$ weit oberhalb von T_g . Oszillationen innerhalb der Plateaus sind nicht-periodisch. Zweipunkt-Signal R_{2P} weist keine Sprünge auf. d) Anomales Plateau aus [c] verschwindet bei $T < T_g$ im extremen R_{xx} -Hintergrund.

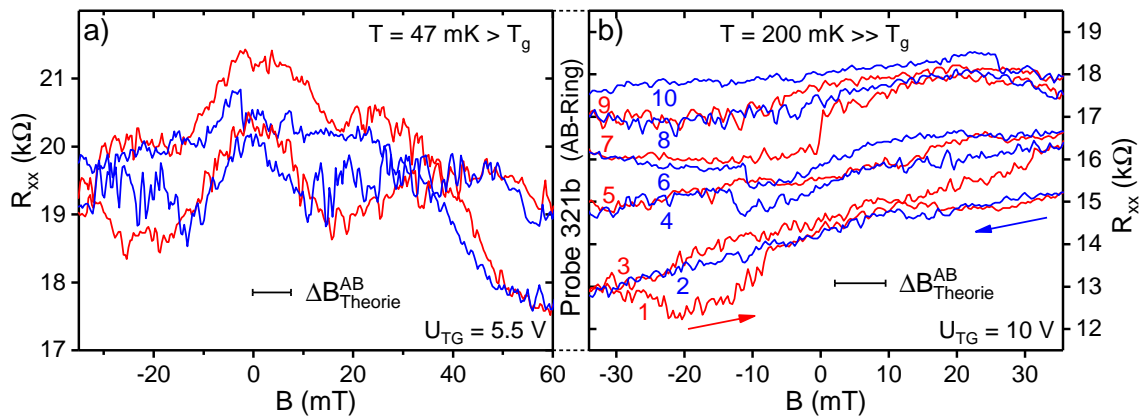


Abbildung 6.7: Transportanomalien am AB-Ring 321b (Material E, $x = 0.24\%$, $T_g = 6$ mK, gen5) in zwei Temperaturregimes. LED inaktiv, gesättigt.

Prozessparameter eingestellt werden: Der momentane Systemzustand wird nicht nur durch momentane Parameterwerte, sondern auch durch ihre zeitliche Entwicklung sowie zufällige zeitliche Evolution der SG-Phase gegeben — i. A. sind alle Zustandsänderungen *irreversibel*. Es stellt sich daher die Frage, ob und inwieweit sich sinnvolle Messungen unter diesen Bedingungen überhaupt realisieren lassen — falls also ein Ausweichen auf weniger stark betroffene Messregimes (z. B. höhere Temperaturen oder starke Magnetfelder) nicht möglich ist.

In Abb. 6.6 und 6.7 findet sich eine Auswahl typischer Niedrigfeld-Transportanomalien in verschiedenen CdMnTe-Materialien und Strukturen. Während eine systematische Klassifizierung der Effekte nicht möglich ist, lassen sich neben der generellen *Irreversibilität* sämtlicher Magnetfeldsweeps einige wiederkehrende Signalfeatures hervorheben: Erstens bewirken in Abb. 6.6a Magnetfeldänderungen eine zunehmende Aktivierung des Transports — man spricht auch von *Alterung*. Da dieses Verhalten insbesondere für sehr große Arrays typisch ist, lässt sich die extreme Länge der eingeschnürten, für SG-Blockade anfälligen Strompfade — die eine entsprechend langwierige Magnetfeld-Behandlung erfordern — als eine naheliegende Ursache vermuten. Zweitens findet man in der Umgebung von $B = 0$ und insbesondere bei Änderung der Magnetfeldrichtung oftmals abrupte Signalsprünge (Abb. 6.6b) — nicht selten stellen sie die einzigen reproduzierbaren Features dar. Das hysteretische Verhalten bezüglich des Nulldurchgangs spricht dafür, dass es sich um eine kollektive Neuausrichtung („Umklappen“) der SG-Cluster im ausreichend starken Magnetfeld handelt. Drittens ist eine wiederkehrende Besonderheit speziell der großflächigen Ringarrays die Entstehung eines hochohmigen Plateaus um $B = 0$, ohne erkennbare Korrelation mit der kritischen Temperatur (Abb. 6.6c,d, vgl. Abb. 6.11a): Dieser Effekt lässt sich daher nicht auf die gemischte magnetische Phase zurückführen; prinzipiell kann es sich auch um erhöhte AAS-Rückstreuung handeln, wobei spezifische Voraussetzungen für ihr Zustandekommen unklar bleiben.

Das Gesamtbild des Niedrigfeld-Transports wird durch einen starken Widerstandsanstieg zu $B = 0$ bzw. einen negativen Magnetowiderstand (NMR) geprägt (Abb. 6.8a). In Abwesenheit der erwähnten, anomalen Plateaus findet man in unmittelbarer Umgebung des Nullpunkts einen kleinen Bereich positiven Magnetowiderstands (Abb. 6.6b,d, 6.8). Dieser ist primär auf den signifikanten Einfluss der gigantischen Spinaufspaltung im DMS auf die Stärke der Elektron-Elektron-Wechselwirkung zurückzuführen [118]. Nicht selten treten auswertbare Interferenzmerkmale ausschließlich in diesen, stark eingeschränkten Bereichen aus dem Hintergrund hervor (Abb. 6.8b). Bemerkenswert ist die dabei regelmäßig beobachtete Spiegelsymmetrie von einzelnen

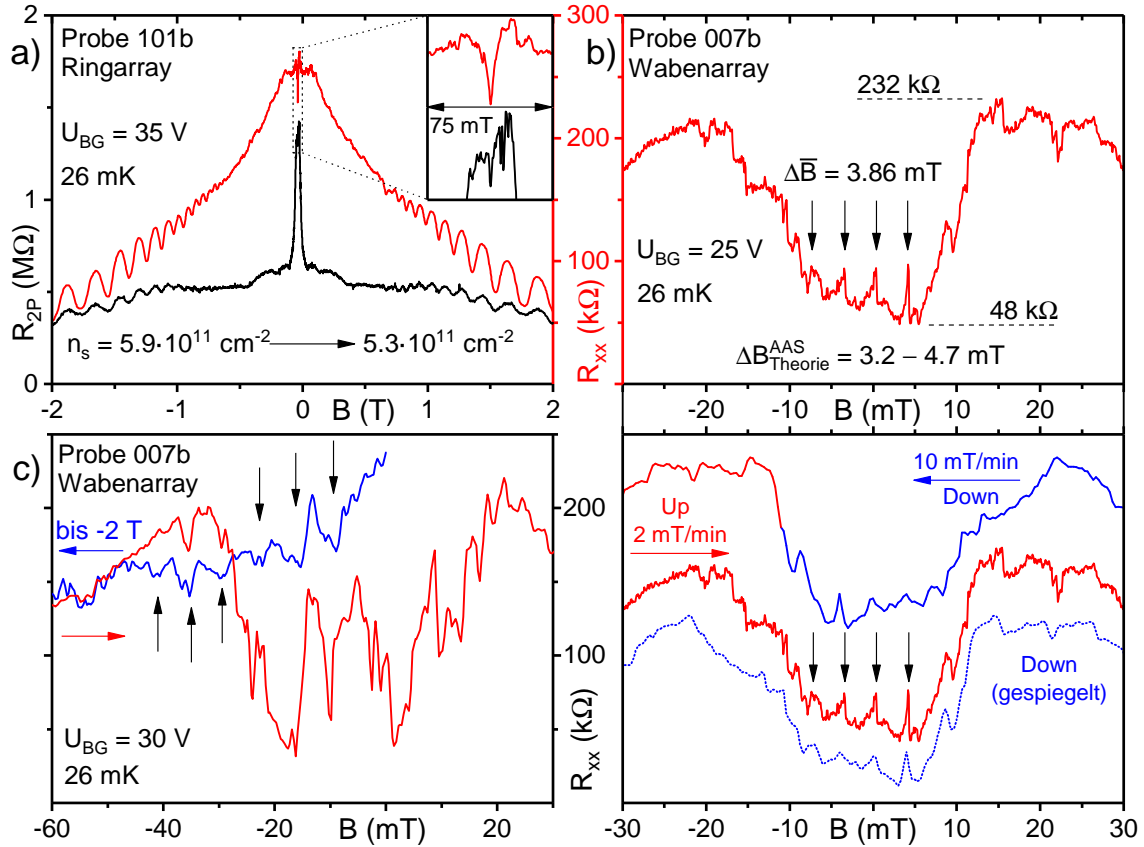


Abbildung 6.8: a) Typischer NMR im Niedrigfeld-Transport, mit signifikanten Anomalien in direkter Umgebung von $B = 0$. b) [oben] Hervortreten gesuchter Signal-features im Widerstandsminimum um $B = 0$. [unten] Signalsymmetrie bzgl. Sweep-richtung. c) Niedrigfeld-Transport vor und nach einem Sweep zu -2 T (siehe Text).

Features bezüglich magnetischer Sweeprichtung, die auf einen reversiblen, vermutlich paramagnetischen Anteil der magnetischen Phase hinweist.

Es sei schließlich auch auf eine mögliche Kontribution seitens der Indium-Kontakte hingewiesen, die unterhalb von 3.41 K und gerade bei sehr schwachen Magnetfeldern potentiell supraleitend sind — ausreichende Kontaktabmessungen und Materialhomogenität vorausgesetzt [119]. Der supraleitende Zustand wird durch ein externes Magnetfeld ab einer kritischen Magnetfeldstärke $B_c^{\text{In}} = 28.1 \text{ mT}$ unterdrückt [120]. Der Phasenübergang zwischen der normalen und der supraleitenden Phasen könnte damit ebenfalls im mess-relevanten Bereich in direkter Umgebung von $B = 0$ erfolgen. Dieser Effekt würde sich insbesondere im 2P-Signal, zu dem die Kontakte direkt beitragen, bemerkbar machen und bietet beispielsweise eine plausible Erklärung

rung für den scharfen 2P-Peak in Abb. 6.8a mit einer Breite von ± 36 mT um den Nullpunkt. Die Auswirkungen auf den 4P-Transport können dagegen nur indirekter Natur sein; in der Praxis lassen sich keine R_{xx} -Features bzw. Anomalien speziell mit B_c^{In} begründen.

Experiment: Cluster-Ausrichtung

Im Zusammenhang mit der gemischten magnetischen Phase wird also vermutet, dass das anomale Verhalten um $B = 0$ primär dadurch bedingt ist, dass SG-Cluster eine unvorhersehbare Abfolge metastabiler Zustände durchlaufen — nicht nur als Reaktion auf ein externes Magnetfeld, sondern auch stationär in Form eines Rauschens. Auch bei identisch parametrisierten Messreihen unterscheiden sich deshalb i. A. die Trajektorien im Zustandsraum — sogar im hypothetischen Fall des exakt wiederhergestellten Ausgangszustands. Letzteres Vorhaben ist in der Praxis grundsätzlich unrealistisch, da der momentane Gesamtzustand sehr stark von bisherigen Parameteränderungen (Verlaufsgeschichte) abhängt — in erster Linie von Magnetfeldsweeps. Eine gewisse Ähnlichkeit mit der gewöhnlichen magnetischen Hysterese besteht lediglich insoweit, dass in beiden Fällen ein entgegengesetzt gerichtetes Magnetfeld angelegt werden kann, um das System aus einem lokalen Energieminimum anzuheben und *in Richtung* des ursprünglichen Zustandes zu verschieben. Im Fall der SG-Cluster ist aber die anschließende kollektive Evolution erheblich komplexer als ein einfaches Umklappen der Spins; die Wahrscheinlichkeit, exakt die ursprüngliche Spin-Konstellation in allen Clustern zu erreichen, ist vernachlässigbar gering.

Ein recht naheliegender, wenn auch spekulativer Kompromiss besteht in Verwendung eines Ausgangszustands, welcher möglichst *nicht* im „See“ der unzähligen metastabilen Zustände vergleichbarer Energie um $B = 0$ liegt und damit eine Vorzugsrichtung für die Evolution im Zustandsraum aufweisen sollte. Neben der Herstellung eines stark vordefinierten Zustandes wird dabei eine Verringerung der Variabilität möglicher Entwicklungsszenarien erhofft, während das System vorwiegend in Richtung des Equilibriums propagiert. Eine experimentelle Umsetzung kann beispielsweise darin bestehen, dass SG-Cluster vor jeder Messung durch Anlegen eines starken Magnetfeldes „ausgerichtet“ werden — im Sinne der Netto-Ausrichtung innerlich ungeordneter Domänen. Erfolgt die Datenerfassung ausgehend von diesem quasi-reproduzierbaren Anfangszustand ohne Änderung der Sweep-Richtung und Umpolung des Magnetfeldes, so wäre denkbar, dass die Evolution der SG-Cluster dadurch eine etwas höhere Reproduzierbarkeit aufweist, da die Spinkonstellationen nur im abschwächenden Magnetfeld relaxieren und nicht zur vollständigen Neuausrichtung gezwungen werden.

Die tatsächlichen Auswirkungen dieses Ansatzes, in Abb. 6.8c anhand einer Interferometer-Probe illustriert, sind kontrovers. Als Motivation diene in diesem Beispiel ein recht interessanter Verlauf des Messsignals $R_{xx}(B)$ im Magnetfeldbereich ± 100 mT (blau), der auf die Existenz der gesuchten Aharonov-Bohm-Oszillationen hindeutete, jedoch in konsekutiven Messreihen nicht reproduziert werden konnte. Nach einem Magnetfeldsweep von -100 mT auf -2 T und zurück veränderte sich das Signal um $B = 0$ bis zur Unkenntlichkeit (rot): Die Amplitude der Features hat sich ca. verzehnfacht; während eine Zuordnung zu bisherigen Features unmöglich ist, kann auch hier eine Periodizität vermutet werden. Jedoch kann auch dieser Verlauf bei Wiederholung der Prozedur nicht reproduziert werden. Damit bleibt unklar, ob tatsächlich ein „besserer“, aber instabiler Zustand vorliegt, oder aber die Anomalien verstärkt auftreten — beispielsweise dadurch bedingt, dass ein (zu) starkes Magnetfeld die Korrelation zwischen Spins in SG-Domänen aufhebt und beim Rücksweep ein gänzlich anderer Zustand vorliegt.

6.2.3. Erkenntnisse aus erfolgreichen Messungen

Im Abschnitt 6.3 werden einzelne, trotz der beschriebenen Komplikationen erfolgreiche Messreihen an verschiedenen Nano-Interferometern vorgestellt. Es sei gesondert darauf hingewiesen, dass diese Messreihen am vergleichsweise Mn-reichhaltigen Material B ($x = 2.29\%$) und bei einer sehr niedrigen Temperatur von 28 mK erfasst werden konnten: Bei $T < T_g$ war mit einem gemischten magnetischen Zustand und damit einer Reihe unerwünschter Nebeneffekte zu rechnen, die insbesondere für sensible Interferenzmessungen hätten fatal sein können. Tatsächlich handelt es sich beispielsweise bei den Messungen an Probe 314a (6.3.1) um die *einzigste* auswertbare Manifestation des Aharonov-Bohm-Effekts unter allen untersuchten CdMnTe-Proben. Dies wirft die Frage nach konkreten Faktoren auf, die für die Beobachtung der Interferenzeffekte bzw. Abwesenheit typischer Anomalien um $B = 0$ ausschlaggebend waren. Sicherlich eine wichtige Rolle hat die Konvergenz der langjährigen Entwicklung von Strukturierungs- sowie Messverfahren gespielt: Die Probe 314a wurde als eine der letzten im mittlerweile sehr ausgereiften, schonenden gen5-Prozess hergestellt. Die Verwendung eines semi-transparenten NiCr-Topgates ermöglichte effiziente Belichtung und damit Aktivierung des Transport in allen Probenbereichen. Das Topgate erwies sich außerdem als robust, rauscharm und ungewöhnlich stabil auch ohne *in situ* RC-Filter. Schließlich war die Verwendung des kombinierten AC/DC-Messaufbaus kritisch, wobei jedoch unklar bleibt, ob dadurch lediglich der negative Einfluss nichtlinearer Kontakte eliminiert wurde oder tatsächlich günstigere Bedingungen für das

Zustandekommen der Quanteninterferenzen in Anwesenheit einer gemischten magnetischen Phase geschaffen wurden.

Dass es sich bei allen genannten Faktoren zwar um notwendige, jedoch nicht hinreichende Bedingungen handelt, zeigten analoge Messversuche am AB-Ring der Probe 321b, die identischen Strukturierungsschritten unterzogen war: Im Wesentlichen sollten die erfolgreichen Aharonov-Cacher-Messreihen reproduziert werden, jedoch diesmal im Material E mit geringster zur Verfügung stehenden Mn-Konzentration. Erhofft wurde dabei ein signifikant schwächerer Einfluss magnetischer Ionen auf den Magnetotransport und damit sowohl ein unkomplizierteres Erreichen eines geeigneten Messzustandes als auch generell höhere Signalqualität. Ein auf den ersten Blick unwesentlicher, doch vermutlich entscheidender weiterer Unterschied zwischen beiden Proben bestand in deutlich geringerer Linienbreite der Ringarme im Fall der Probe 321b (50 nm vs. 175 nm) — bedingt durch Schwankungen der Ätzrate im nasschemischen Ätzprozess. Trotz der extremen Einschnürung der Strompfade wies die Ringstruktur eine ausgezeichnete elektrische Leitfähigkeit auf, d. h. eine nennenswerte Verarmung des leitenden Kanals durch nah nebeneinander liegende, nasschemisch(!) geätzte Ränder findet auch bei einer Linienbreite von nur 50 nm *nicht* statt. Bei umfangreichen Untersuchungen in unterschiedlichen Regimes konnten jedoch keinerlei Anzeichen einer Amplitudenmodulation festgestellt werden — stattdessen war der Transport in einem besonders gravierenden Maße von Irreversibilität und Anomalien geprägt (vgl. Abb. 6.7). Während die diskutierte Probe aufgrund des zugleich niederohmigen *und* instabilen Transports ein Paradebeispiel dargestellt, kann eine Korrelation zwischen der Linienbreite und Stärke der Anomalien tatsächlich proben- und materialübergreifend festgestellt werden. Dies bestätigt die naheliegende Annahme, dass sehr schmale Strompfade allein aus geometrischen Gründen besonders anfällig für eine Blockade durch SG-Cluster sind. Bei Strukturierung von Einschnürungen ist es daher ratsam, diesen Effekt durch überdimensionierte Linienbreite zu kontern.

6.2.4. $1/f$ -Rauschen

Eine wichtige Möglichkeit, die Korrelationseffekte der spinglass-ähnlichen Phase *quantitativ* zu untersuchen, bietet die Analyse des sog. $1/f$ -Rauschens. Es handelt es sich hierbei um zeitabhängige Leitwertfluktuationen — stationäres Rauschen —, deren Fourier-Leistungsdichte $S(f)$ mit $1/f^\gamma$ abnimmt, wobei typischerweise $\gamma \approx 1$ gilt. Von Feng *et al.* wurde ein Zusammenhang zwischen $S(f)$ und der Fourier-Transformierten der Spin-Spin-Autokorrelationsfunktion $C(f)$ vorgeschlagen [121]. Als Ursache des

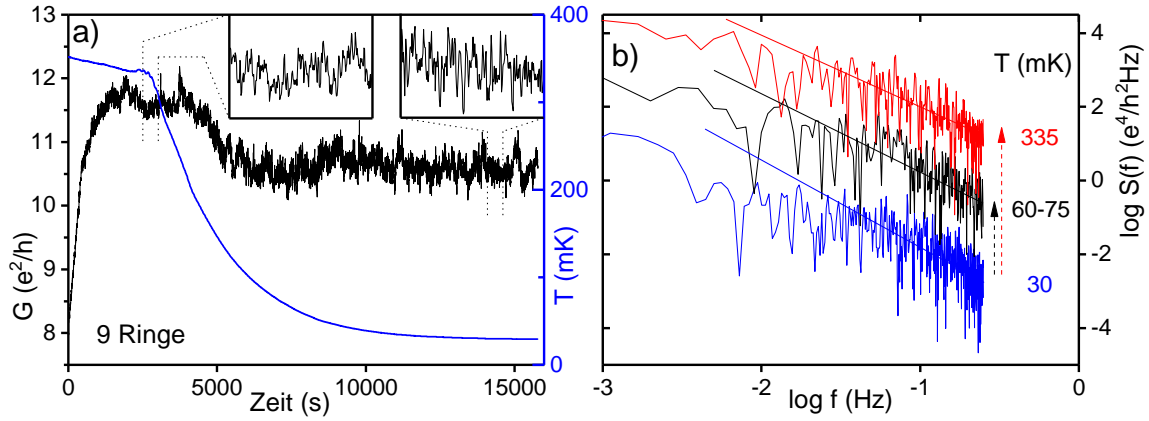


Abbildung 6.9: a) Abkühlkurve des Interferometers 314a veranschaulicht die Temperaturabhängigkeit des Rauschpegels. b) FFT-Leistungsspektrum für ausgewählte Temperaturbereiche.

Rauschens wird die Zeitabhängigkeit der universellen Leitwertfluktuationen (UCFs) vermutet [122]. Damit lässt das Auftreten eines *temperaturabhängigen* $1/f$ -Rauschens in der Umgebung von T_g Rückschlüsse auf Existenz spin-korrelierter Bereiche schließen. Eine genauere Analyse des sog. zweiten Spektrums $S_2(f)$ erlaubt außerdem eine Eingrenzung der möglichen Mechanismen spinglass-dynamischer Prozesse [123]. Der beschriebene Zusammenhang sowie die magnetische Ursache des $1/f$ -Rauschens bei Temperaturen nahe T_g konnten tatsächlich in einigen magnetischen Materialien, u. a. $\text{Cu}_{1-x}\text{Mn}_x$ [123] und AuFe [122], nachgewiesen werden. Ausführliche Untersuchungen speziell am verdünnt-magnetischen Halbleiter CdMnTe wurden von Jaroszyński *et al.* durchgeführt [33]. Interessant sind insbesondere Hinweise auf Inkonsistenzen mit dem hierarchischen Modell der Spinglassdynamik und mögliche Gültigkeit des Tröpfchenmodells (s. 2.1.3).

Für gezielte Untersuchungen des Rauschens bietet sich die Herstellung spezieller Proben an — beispielsweise in Fünf-Punkt-Geometrie, welche, in Kombination mit einem geeigneten Messaufbau, eine deutlich höhere Rauschempfindlichkeit bzw. -Auflösung aufweist und zudem eine Unterscheidung zwischen Anteilen der Probe und der Kontakte erlaubt [124]. Ebenso wichtig ist u. a. die Verwendung von Frequenzfiltern, die auf konkrete vorliegende Signalbesonderheiten abgestimmt sind, sowie einer Mess-technik mit ausreichend hoher Datenerfassungsrate. In Hinsicht auf diese Anforderungen sind die im Rahmen der vorliegenden Arbeit hergestellten Vier-Punkt-Proben sowie die verwendeten Messaufbauten sicherlich nicht optimal. Zudem waren Untersuchungen des *stationären* Signals in der Regel nicht systematisch, sondern vielmehr

ein Nebenprodukt der Temperaturstabilisierung im Rahmen anderer Transportexperimente. Schließlich kann aufgrund der recht langsamen Samplingrate von 2 s — bedingt durch Verwendung einiger „langsamer“ Geräte — das Spektrum oberhalb von 0.25 Hz nicht evaluiert werden.

In Abb. 6.9a ist der Abkühlvorgang der Probe 314a ($x = 2.29\%$, $T_g \approx 56$ mK) von 350 mK auf die Basistemperatur von 30 mK in Leitwertdarstellung zu sehen. Der gezeigte Verlauf ist insoweit für die meisten Messungen an CdMnTe repräsentativ, dass die Leitfähigkeit beim Unterschreiten einer gewissen Temperatur, typischerweise $T > T_g$, auf ein merklich niedrigeres Niveau sinkt und verstärktes Rauschen sowie generelle Instabilität aufweist (vgl. Abb. 6.5a). In der nebenstehenden Abb. 6.9b ist für drei ausgewählte Temperaturbereiche das FFT-Leistungsspektrum in doppelt-logarithmischer Darstellung zu sehen: Zwar weisen alle drei Kurven einen eindeutigen, in dieser Darstellung linearen $1/f^\gamma$ -Verlauf bei höheren Frequenzen sowie das charakteristische Abflachen bei tieferen Frequenzen auf, jedoch kann keine Korrelation zwischen der Steigung γ und der Temperatur festgestellt werden. Auf die gleiche Weise wurden sämtliche stationäre Messreihen aller jemals vermessenen Proben ausgewertet: Unabhängig vom konkreten Material, Strukturierung, Messmodus sowie Temperaturbereich (bis 900 mK) wurde in *allen* Fällen eine analoge $1/f^\gamma$ -Abhängigkeit festgestellt.

Angesichts der fehlenden Korrelation zwischen dem Exponenten γ und der Temperatur können die dargestellten Messreihen nicht als Evidenz für das Vorliegen einer gemischten magnetischen Phase herangezogen werden. Zwar finden sich experimentelle Hinweise auf diese, in Form von Transportanomalien, auch oberhalb der kritischen Temperatur T_g , ab ca. 300–400 mK (materialabhängig) verschwinden sie aber praktisch vollständig. Prinzipiell ist wiederum nicht ausgeschlossen, dass das charakteristische Rauschen in einem gewissen Temperaturbereich $T > T_g$ noch bestehen bleibt, während die makroskopischen Anomalien bereits durch thermische Relaxation unterdrückt werden. Dieser Vorstellung widersprechen jedoch Messungen von Jaroszyński *et al.*, bei denen CdMnTe mit einem wesentlich höheren Mn-Gehalt von 7% bereits bei 400 mK nur noch weißes Rauschen aufwies [33]. Zu den naheliegenden Erklärungen für das beobachtete temperaturunabhängige $1/f$ -Rauschen zählen nicht-lineare oder hochohmige Kontakte sowie ein extern eingebrachtes Rauschen des Messaufbaus.

6.3. Quanteninterferenzeffekte

Nachdem im Vorabschnitt die zahlreichen magnetischen Anomalien des Niedrigfeld-Magnetotransports vorgestellt wurden, sollten ihre besonders gravierenden Auswirkungen auf die ohnehin flüchtigen Quanteninterferenzerscheinungen wenig überraschend sein: Die schmalen elektrischen Pfade der Interferometer, sehr tiefe Temperaturen sowie, speziell im Fall des AAS-Effekts, Einschränkung auf einen sehr kleinen Magnetfeldbereich um $B = 0$ verschärfen die Problematik zusätzlich gegenüber anderen, in diesem Kapitel diskutierten Transportphänomenen. Als Folge waren die vereinzelt erfolgreichen Interferenzmessungen, die im Folgenden vorgestellt werden, stets auf einen momentan vorliegenden, „zufällig günstigen“ Systemzustand zurückzuführen. Der metastabile Charakter solcher Zustände, insbesondere ihre starke Abhängigkeit von der Vorgeschichte der Parameteränderungen, erlaubte jedoch in der Regel weder systematische Untersuchungen noch ein Reproduzieren der Messreihen. Insbesondere konnten die jeweiligen Messbereiche der Gatespannung nicht nach Belieben festgelegt oder erweitert werden, um andere, potentiell interessante Messregimes abzudecken.

Auch ungeachtet der Anomalien ist für die Beobachtung von Interferenzerscheinungen in Nanostrukturen eine ausreichende Phasenkohärenzlänge unerlässlich. Da mit Mn-Ionen zusätzliche Streuzentren ins Material eingebracht werden, sind die neueren Typ-B CdMnTe-Wafer mit ihrem vergleichsweise hohen Mn-Anteil für Interferenzmessungen sicherlich nicht optimal geeignet. Gerade an dieser Materialfamilie gelang jedoch als erstes die Entwicklung eines zuverlässigen Ankontaktierverfahrens — die Typ-B-Waferfamilie wurde von Wojtowicz *et al.* speziell mit Hinblick auf Verbesserung der Kontaktqualität konzipiert. Deshalb wurde der Großteil der untersuchten Interferometer in diesen Materialien realisiert, wobei eine gewisse Degradierung der Phasenkohärenzlänge in Kauf genommen wurde.

6.3.1. Aharonov-Bohm-Effekt

In Abb. 6.10 sind drei Aharonov-Bohm-Messungen des Magnetowiderstands $R_{xx}(B)$ in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung am Ringinterferometer der Probe 314a zusammengefasst. Obwohl ein Topgate in der Regel erst in Kombination mit dem *in situ* RC-Gatefilter (5.4) ausreichend stabil wird, wurde bei Probe 314a auf letzteren absichtlich verzichtet, um potentielle Vorteile des Messaufbaus mit DC-Offset für Interferenzmessungen zu untersuchen. In der Tat wurde speziell im Fall der diskutierten Struktur durch Verwendung des AC/DC-Aufbaus eine der signifikantesten

Verbesserungen der Signalqualität unter aller vermessenen Proben erzielt (s. 6.1.1), die letztendlich für die erfolgreiche Beobachtung der Quanteninterferenzen entscheidend war. Um die Abwesenheit des *in situ* Filters zumindest teilweise zu kompensieren, war besondere Sorgfalt beim Topgate-Betrieb geboten: So erfolgte die Variation der Topgate-Spannung im Rahmen der drei Messreihen extrem langsam und stets unidirektional zu höheren U_{TG} -Werten, um Verschiebungen durch Hysterese auszuschließen und das Risiko von Gatesprüngen zu minimieren.

Während die Erzeugung eines elektrischen Feldes durch die Ringstruktur für die Untersuchung des Aharonov-Casher-Effekts notwendig ist, wird durch die Variation von U_{TG} auch die Ladungsträgerdichte der Probe verändert. Dies resultiert in einer Verschiebung des generellen R_{xx} -Pegels und erschwert damit den Vergleich einzelner Gatekurven. Um auf eine einheitliche Vergleichsbasis zu kommen, wurden daher Oszillationen aus dem Messsignal extrahiert, indem von jeder $R_{xx}(B)$ -Kurve ein stark geglätteter Hintergrund abgezogen wurde. Die Erhaltung der Positionen der Extrema wurde durch Verwendung des Savitzky-Golay-Glättfilters [125] sichergestellt, d. h. die Periodizität der Oszillationen kann immer noch unverfälscht bestimmt werden. Geringfügige Abweichungen der relativen Amplituden sind dagegen nicht ausgeschlossen, werden aber in Kauf genommen. Zwecks besserer Übersichtlichkeit wurden aus dem Signal außerdem hochfrequente, von B unabhängige Rauschanteile eliminiert.

Das Messsignal weist im gesamten vermessenen U_{TG} -Bereich ein komplexes Oszillationsverhalten mit nicht-trivialer, variabler Periodizität auf. Für den mittleren Ringradius $\bar{r} = 435$ nm und eine Linienbreite von 175 nm des vorliegenden Interferometers wird eine Oszillationsperiode ΔB im Intervall 4.8–10.9 mT erwartet (Gl. 3.61). Im nebenstehendem FFT-Spektrum kann bei allen Gatespannungen eine dominante Periode erkannt werden, die zwar merklich, jedoch nicht beliebig stark variiert: Das Intensitätsmaximum liegt stets im Bereich 20–30 mT und entspricht damit einem AB-Ringradius von rund 210–260 nm — merklich kleiner als der Innenradius $r_i = 347$ nm der tatsächlichen Geometrie. Einen prinzipiellen Erklärungsansatz bietet das abgerundete Kantenprofil des nasschemischen Ätzprozesses, welches in der Tiefe des 2DEGs eine größere effektive Linienbreite aufweist. Bei typischer, mindestens 1.5-facher Ätztiefe beträgt aber diese Diskrepanz höchstens 40 nm⁴, so dass die festgestellte Abweichung im Ringradius in der Größenordnung von 100 nm damit nicht gerechtfertigt werden kann.

Obwohl es in der Tat schwierig ist, die beobachteten Oszillationen *quantitativ* dem Aharonov-Bohm-Effekt zuzuordnen, sprechen für letzteren viele qualitative Signal-

⁴Vgl. Gl. 4.1 mit $d = 107$ nm und $d/d' = 1.5$ bzw. Lage des 2DEGs in Abb. 4.11

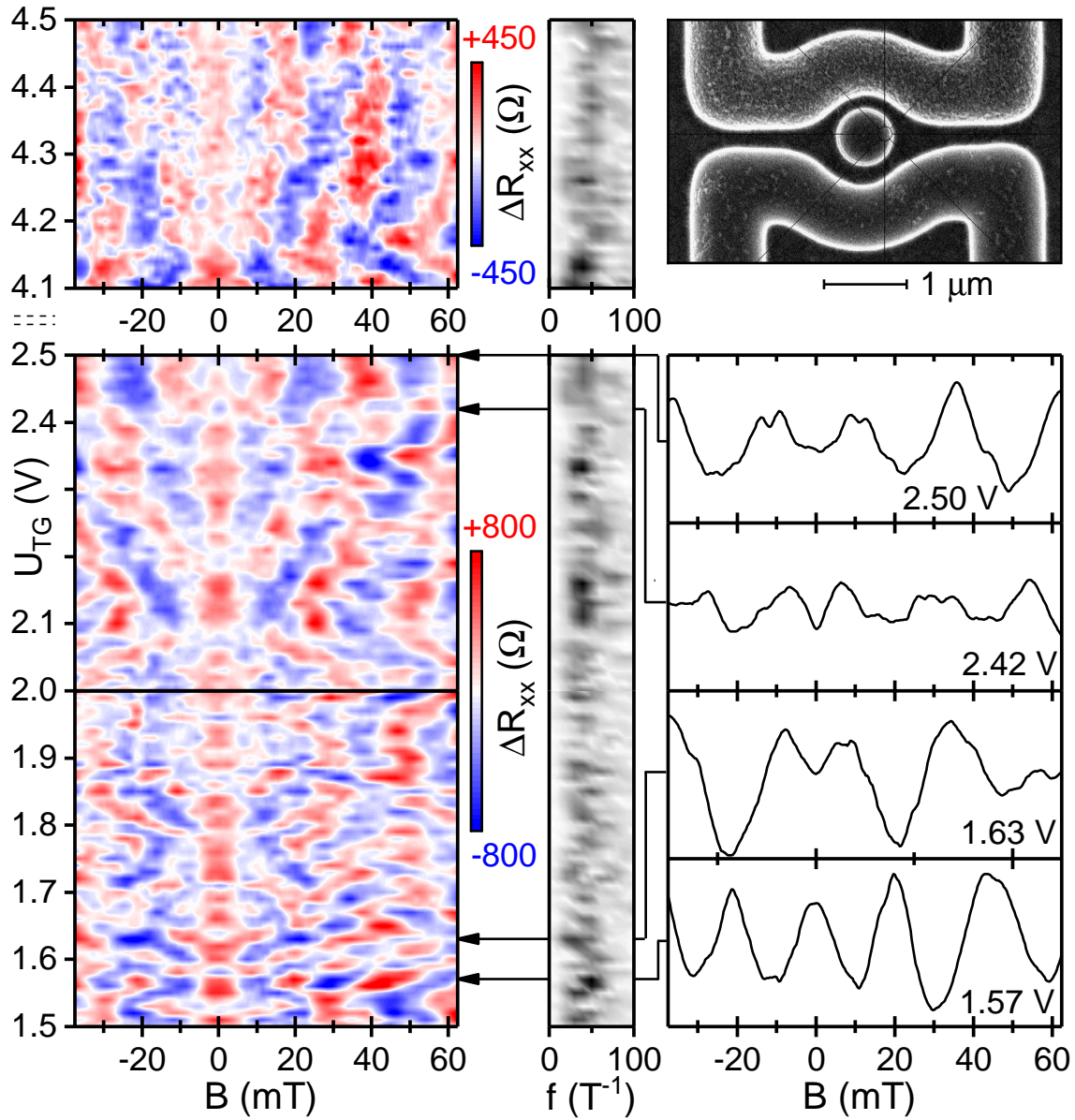


Abbildung 6.10: [links] Aharonov-Bohm-Oszillationen am einzelnen Ring ($\bar{r} = 435 \text{ nm}$, $\bar{w} = 175 \text{ nm}$) der Probe 314a in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung. Vermessen im AC/DC-Mischmodus ($100 \pm 20 \text{ mV}$) bei 28 mK . Signal gefiltert und zusammengesetzt aus drei Messreihen: Man beachte die abweichende R_{xx} -Skala bei $4.1\text{--}4.5 \text{ V}$. [mittig] Relevanter Ausschnitt der FFT. [rechts] Ausgewählte $R_{xx}(B)$ -Profile illustrieren komplexe Periodizität.

merkmale: Starke Ausprägung der Oszillationen bei guter Übereinstimmung multipler Up- und Down-Sweeps, kontinuierliche Topgate-Abhängigkeit und die eindeutige Symmetrie bezüglich $B = 0$ weisen darauf hin, dass es sich um gesuchte Interferenzerscheinungen und nicht etwa universelle Leitwertfluktuationen (UCFs) handelt. Unter dieser Annahme könnte die signifikant abweichende Periodizität als Hinweis auf Nichtanwendbarkeit des normalen, strikt periodischen AB-Modells bei starkem elektrischen Feld, d. h. bei dominierender Kontribution des Aharonov-Cacher-Effekts zur Phase, interpretiert werden: Mithilfe des FFT-Spektrums lassen sich tatsächlich nur vereinzelt „klassische“ AB-Oszillationen mit annähernd konstanter Periode identifizieren. Im Kontext benachbarter Messkurven handelt es sich aber vielmehr um Momentaufnahmen einer komplexen Phasenevolution, die nicht mit einem regulären AB-Zustand gleichzusetzen ist. Ferner ist unklar, inwieweit die Periodizität außerhalb des vermessenen Magnetfeldbereichs bestehen bleibt — so kann man am Beispiel der 1.57 V Kurve klar erkennen, dass benachbarte Extrema nicht dieselbe Ausdehnung in B aufweisen.

Schließlich bildet keine dieser Kurven eine Symmetrieachse bezüglich U_{TG} , die auf vollständig kompensierte Rashba-Aufspaltung schließen ließe: Verfolgt man die Entwicklung des Musters im dargestellten U_{TG} -Bereich, so lässt sich ein solcher „purer“ AB-Zustand nur weit unterhalb von 1.5 V vermuten. Damit erscheinen sowohl die Extraktion einer konstanten AB-Periode so weit vom Rashba-Neutralitätspunkt entfernt als auch eine Annahme über universelle Gültigkeit dieser Periode im gesamten dargestellten U_{TG} -Bereich sehr spekulativ. Angesichts der festgestellten Diskrepanzen wird außerdem die analoge AB-Messreihe am nahezu identischen HgTe-Interferometer (s. 7.2.1) besonders interessant: Die nahe $U_{TG} = 0$ — und vermutlich des Rashba-Neutralitätspunkts — durchgeführten Messungen ergeben ein durchaus vergleichbares Oszillationsmuster, weisen aber auch die korrekte AB-Periodizität gemäß der verwendeten Geometrie auf.

Bei genauerer Betrachtung der Farbplots in Abb. 6.10 kann man erkennen, dass das komplexe Muster insbesondere in der Nähe von $B = 0$ von zusammenhängenden Abschnitten, gegeben durch Extrema beider Arten, dominiert wird, welche die $R_{xx}(U_{TG}, B)$ -Landschaft *geradlinig* durchqueren. Gerade die Existenz solcher Linien verdeutlicht, dass das elektrische Feld und der magnetische Fluss eine vergleichbare Wirkung auf die Phase der interferierenden Teilwellen ausüben. Eine solche *Dualität* stellt das Schlüsselmerkmal des gesuchten Aharonov-Cacher-Effekts: Bewegt man sich ausgehend von einem Extremum entlang der U_{TG} -Achse, so durchläuft das Messsignal ebenfalls eine Reihe von Minima und Maxima, weist also Oszillationen auf —

zumindest in einem begrenzten Intervall: Verfolgt man nämlich die Evolution der linearen Abschnitte zu höheren Spannungswerten, so stellt man eine kontinuierliche Zunahme der mittleren Steigung $\partial U_{TG}/\partial B$ fest. Oberhalb von ca. 4.3 V verlaufen die Features schließlich annähernd parallel zur B -Symmetrieachse, d. h. die Wirkung des Topgates ist gesättigt und bewirkt keine zusätzliche Phasenverschiebung. In diesem Bereich ähneln die Oszillationen prinzipiell einem gewöhnlichen AB-Signal (bei ebenfalls abweichender Periode), wobei die deutlich gedämpfte Amplitude bzw. niedriges Signal-zu-Rausch-Verhältnis auf sehr instabilen Charakter des vorliegenden Transportzustandes schließen lassen.

6.3.2. Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt

Wenig überraschend in Anbetracht der festgestellten Schwierigkeiten bei den Untersuchungen des Aharonov-Bohm-Effekts, stellt die Beobachtung der Quanteninterferenzen auf *zeitumgekehrten* Pfaden eine noch größere Herausforderung dar: Neben generell geringerer Wahrscheinlichkeit solcher Interferenzereignisse — und damit kleinerer Oszillationsamplitude — schränkt die rasche Dephasierung bei Ensemble-Mittelung über viele Strukturen den Beobachtungsbereich des AAS-Effekts auf ein sehr schmales Magnetfeldfenster von wenigen 10 mT ein: in anderen Worten, genau auf den Bereich stärkster magnetischer Anomalien. Besonders vielversprechend erschien deshalb die *simultan* mit der AB-Messreihe aus dem Vorabschnitt durchgeführte AAS-Messung am Ringarray derselben Probe 314a, bestehend aus 9 analogen, parallel geschalteten Ringen (Abb. 6.11e): Die erfolgreiche Beobachtung des AB-Effekts im Rahmen des gleichen Messprozesses lässt auf das momentane Vorliegen eines optimalen Messzustands schließen — zumindest im Bezug auf extern steuerbare Systemparameter wie Temperatur, Magnetfeld-Vorgeschichte etc.

Die entsprechende, ebenfalls aus drei einzelnen Messungen kombinierte AAS-Messreihe ist in Abb. 6.11a–c zu sehen: Im U_{TG} -Bereich 1.5–2.5 V lässt sich nun, anders als beim einzelnen AB-Ring, nur mit viel Mühe ein zusammenhängendes Muster erkennen — man beachte die *maximale* Amplitude (abzüglich Hintergrund) von nur $\pm 100 \Omega$. So findet man beispielsweise eine sehr subtile Symmetrie bzgl. $B = 0$ sowie vereinzelte lineare Abschnitte der Extrema-Evolution. Letztere verlaufen größtenteils parallel zur $B = 0$ Achse und lassen auf eine starke Sättigung der Phasenkontribution des elektrischen Feldes schließen. Tatsächlich kann über eine gewisse Ähnlichkeit zwischen dem ab ca. 1.7 V vorliegenden Muster und der AB-Messreihe ab 4.1 V (Abb. 6.10) spekuliert werden — man bedenke zudem, dass durch zeitumgekehrte

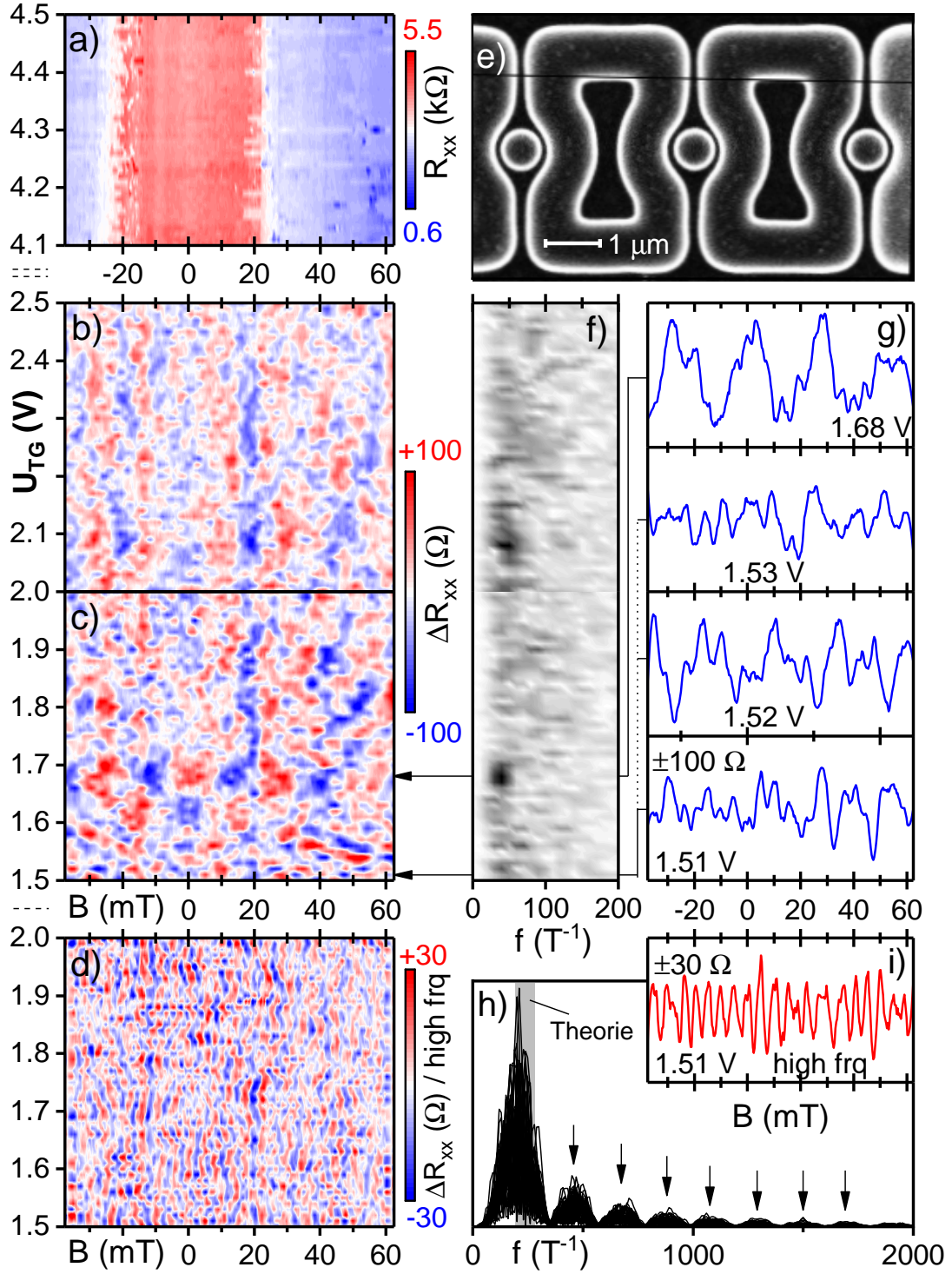


Abbildung 6.11: *a–d)* Längswiderstand des AAS-Ringarrays (9 Ringe, $\bar{r} = 425$ nm, $\bar{w} = 130$ nm) der Probe 314a in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung. Simultane Messung mit AB-Ring aus Abb. 6.10. *e)* REM-Ausschnitt des Arrays (Linie ist Teil des Programm-Overlays). *f)* FFT zu Teilplots [b,c]. *g)* Ausgewählte Gatekurven verdeutlichen rasche Veränderung des Oszillationsbildes. *h)* FFT aller Gatekurven in [d]. *i)* Hochfrequenter R_{xx} -Anteil der 1.51 V Kurve in [g]. Details im Text.

Pfade das doppelte elektrische Feld eingeschlossen wird. Das nebenstehende FFT-Spektrum (Abb. 6.11f) offenbart jedoch für die diskutierten Features eine mittlere Periode in der Größenordnung von ca. 27 mT, also deutlich oberhalb des erwarteten Intervalls 3.6–5.1 mT. Der viel zu große Wert von ΔB entspricht einer sehr kleinen eingeschlossenen Fläche bzw. einem Ring mit $r \approx 156$ nm, und kann damit im Fall des vorliegenden Ringarrays weder auf Harmonische noch auf alternative Interferenzpfade zurückgeführt werden. Dagegen kann es sich prinzipiell um eine Einhüllende handeln, die aus Überlagerung feinerer Oszillationen resultiert. Wie man im oberen Farbplot (Abb. 6.11a) sehen kann, bricht der niederohmige Transport zwischen 2.5 V und 4.1 V zusammen: Der Verlauf von R_{xx} weist ab 4.1 V unabhängig von U_{TG} nur noch das typische hochohmige Plateau um $B = 0$ auf. Was die generell schlechtere Signalqualität der AAS-Messung betrifft, sei schließlich auf die deutlich bessere Leitfähigkeit breiter Arrays gegenüber einzelnen AB-Ringen hingewiesen: Dadurch nähert sich die Amplitude der schwachen Oszillationen zunehmend dem Rauschpegel des Messaufbaus.

Um das Zustandekommen des recht unübersichtlichen $R_{xx}(U_{TG}, B)$ -Musters besser zu verstehen, lohnt sich ein genauerer Blick auf die einzelnen $R_{xx}(B)$ -Kurven — in Abb. 6.11g repräsentativ durch 3 aufeinanderfolgende Messungen 1.51–1.53 V sowie die 1.68 V Kurve mit deutlichster makroskopischer Periodizität illustriert. Interessant sind insbesondere folgende zwei Feststellungen: Erstens unterscheiden sich sogar konsekutive Gatekurven so stark, dass die Evolution keines der Extrema verfolgt werden kann. Dies lässt unmittelbar auf eine ungenügende U_{TG} -Auflösung schließen: Es wäre vorstellbar, dass AAS-Strukturen sehr viel sensibler auf Variation von U_{TG} reagieren — schließlich wird durch zeitumgekehrte Pfade auch das doppelte *elektrische* Feld eingeschlossen. Bei den hier als abrupt erscheinenden Übergängen zwischen aufeinanderfolgenden Gatekurven könnte es sich also durchaus um kontinuierliche Phasenverschiebung, ähnlich der AB-Messung, jedoch auf einer signifikant kleineren U_{TG} -Skala handeln. So war beispielsweise bei AB-Messungen an HgTe (s. 7.2.1) für die Erfassung eines zusammenhängenden Musters 1/10–1/20 der hierbei verwendeten U_{TG} -Schrittweite erforderlich.

Zweitens weist das Messsignal neben den diskutierten Oszillationen eine schwächere ($\pm 30 \Omega$), aber stets vorhandene zusätzliche Komponente mit höherer Frequenz auf. In Abb. 6.11d ist dieser hochfrequente Anteil für den U_{TG} -Bereich 1.5–2.0 V dargestellt: Im gateabhängigen Muster können zwar vereinzelte zusammenhängende Bereiche, aber keine diskutablen Gesetzmäßigkeiten erkannt werden — nicht einmal eine Symmetrieachse. Auf eine Darstellung des U_{TG} -Bereichs ab 2.0 V wird verzich-

tet, da das Signal dort analog aussieht. Gleichzeitig weisen die einzelnen Gatekurven, trotz der geringen Signalamplitude, sehr deutliche Oszillationen auf, wie die 1.51 V Kurve in Abb. 6.11i illustriert (vgl. Abb. 6.11g). Im gesamten dargestellten Messbereich offenbart die FFT (Abb. 6.11h) eine nahezu konstante Periode ΔB um 4.8 mT, in guter Übereinstimmung mit dem für AAS-Oszillationen erwarteten Intervall 3.6–5.1 mT. Die abrupten Phasensprünge zwischen den Gatekurven, welche erneut auf ungenügende U_{TG} -Auflösung hindeuten, erlauben keine eindeutigen Rückschlüsse auf die Abhängigkeit der Phasen vom elektrischen Feld. Bemerkenswert ist schließlich die Existenz mehrerer Harmonischen, die plausibel vielfachen Ringumläufen zugeordnet werden können: Angesichts des Ringumfangs in der Größenordnung von $2.7 \mu\text{m}$ wäre für das Zustandekommen solcher Interferenzen eine beachtliche Phasenkohärenzlänge notwendig.

Großflächige Arrays

Bei anfänglichen AAS-Versuchen wurde eine Vielzahl von großflächigen Ring- und Wabenarrays hergestellt und untersucht. Die zweidimensionale Anordnung von Interferometern erlaubt die Unterbringung einer sehr hohen Anzahl solcher Strukturen auf einem eingeschränkten REM-Schreibfeld. Letzteres ist wiederum durch hohe Anforderungen an die Schreibauflösung im Falle der Nanostrukturen bedingt. Topologisch stellt aber ein solcher 2D-Array eine komplexe Mischung aus parallel und seriell geschalteten Interferometern dar. Während parallele Schaltung gerade in angestrebter Ensemble-Mittelung resultiert und damit AB-Anteile eliminiert, entspricht serielle Anordnung einer multiplikativen Leitwertmodulation. Solange also das Interferenzsignal der beteiligten Strukturen annähernd in Phase bleibt, kann durch serielle Schaltung eine erhebliche Verstärkung des AAS-Effekts erzielt werden. Jedoch laufen die Phasen auch mesoskopisch „identischer“ Interferometer, ausgehend von stets konstruktiver Interferenz auf zeitumgekehrten Pfaden bei $B = 0$, mit steigendem Magnetfeld zunehmend auseinander. Derselbe Mechanismus also, der für Ensemble-Mittelung verantwortlich ist, resultiert auch bei serieller Schaltung effektiv in einer Signalunterdrückung — anstelle von Mittelung nun durch Verbreiterung des Spektrums und damit verbundene Abflachung der Oszillationsamplitude. Aus experimenteller Sicht verkleinert sich also die ohnehin geringe Größe des Magnetfeldbereichs, in dem AAS-Oszillationen beobachtet werden können, zusätzlich. Dieser Effekt macht sich natürlich umso eher bemerkbar, je stärker die Abmessungen der parallel geschalteten Interferometer variieren — in dieser Hinsicht sind die neusten, nasschemische geätzten gen5-Proben der präzisen und stark anisotropen nEBL/RIE-Kombination

(gen2) deutlich unterlegen.

Im Vergleich zu herkömmlichen Ringarrays, bieten Wabenarrays eine interessante Kombination aus besonders hoher Strukturdichte und nicht-trivialer Topologie: Hier entfallen Zuleitungen und Brücken zwischen einzelnen Strukturen komplett, d. h. alle Strompfade und alle eingeschlossenen Flächen tragen zum Interferenzsignal bei. Tatsächlich wird jede Kante im Arrayinneren stets von zwei benachbarten Waben geteilt, während jeder Knoten drei Waben verknüpft. Diese komplexe Geometrie macht eine topologische Zergliederung in einzelne, parallel oder seriell geschaltete Interferometer unmöglich und wirft außerdem die Frage auf, wie sich die gemeinsamen Strompfade auf die Leitfähigkeit bzw. Interferenzverhalten auswirken. Die Inkohärenz der aus unterschiedlichen Quellen (z. B. von benachbarten Waben) stammenden Partialwellen schließt nämlich gewöhnliche Amplitudenmodulationen nicht aus. Zusätzlich muss bei der Strukturierung der Wabenarrays ihre Ausrichtung in Bezug auf spätere Stromrichtung beachtet werden: Der wichtigste Spezialfall ist die sog. „zigzag“-Richtung, die den kürzesten Weg durch das Wabenarray darstellt und damit den elektrischen Widerstand minimiert (vgl. Abb. 6.12a). Im Gegenzug tragen die senkrecht zur Stromrichtung liegenden Kanten nicht zum klassischen Transport bei, wodurch Interferenz zum nicht-lokalen, schwächer ausgeprägten Effekt degradiert [126][127]. Als weiterer Nebeneffekt der Geometrie existieren in Wabenarrays zahlreiche Strompfade, die *exakt* ein ganzzahlig vielfaches n der Fläche einer Einheitswabe einschließen, deren Länge aber sublinear mit n skaliert.⁵ Bei ausreichender Phasenkohärenzlänge können folglich zusätzliche Oszillationsmodi mit n -facher Frequenz entstehen.

Sämtliche Messungen an großflächigen Arrays beider Arten waren im ganz besonderen Maße von bereits diskutierten magnetischen Anomalien geprägt — die zu dem Zeitpunkt noch nicht als Folgen gemischter magnetischer Phase eingestuft wurden. Erschwerend kam die generelle Problematik der Proben früherer Generationen hinzu: nicht-ohmsche Kontakte, stark degradierte Ladungsträgerbeweglichkeit etc. Regelmäßig waren in vereinzelter $R_{xx}(B)$ -Kurven tatsächlich Hinweise auf oszillierendes Verhalten zu finden, jedoch war eine Wiederholung dieser Messungen aufgrund der magnetischen Irreversibilität in der Regel unmöglich — von zusammenhängenden gate-abhängigen Messreihen ganz zu schweigen. Die wichtigste Ausnahme, bei der dennoch interessante Manifestationen des AAS-Effekts erfasst werden konnten, wird nun kurz diskutiert.

⁵So ist es beispielsweise möglich, bei Verdopplung der Pfadlänge die dreifache Fläche einzuschließen.

Probe 007b: Wabenarray

In Abb. 6.12 ist eine kombinierte Messreihe am Wabenarray der Probe 007b in Abhängigkeit von der *Backgate*-Spannung zu sehen. Interessant ist neben den beobachteten Effekten auch die Tatsache, dass in drei konsekutiven Messreihen exakt gleiches Effektbild reproduziert werden konnte. Die Probe 007b wurde im gen2-Prozess gefertigt, d. h. die Nanostruktur ist mittels nEBL und RIE definiert. Zu den wichtigsten Vorteilen dieses Verfahrens gehört vor allem die geometrische Stabilität, die erst großflächige Strukturarrays möglich macht — in guter Näherung weisen alle ca. 33×29 Waben des Arrays identische Abmessungen auf (Abb. 6.12a). Als Stromrichtung wurde bewusst die für AAS-Messungen ungünstige „zigzag“-Richtung gewählt, um den elektrischen Widerstand des Arrays zu minimieren. Mit einer Kantenlänge der Waben von 410–500 nm⁶ liegt die erwartete Periode der AAS-Oszillationen im Intervall 3.2–4.7 mT. Die Backgate-Spannung wurde von 75 V auf 19 V in 1 V Schritten, von 19 V auf –4 V in 0.5 V Schritten gesenkt; bei jedem Wert von U_{BG} wurde jeweils eine hochaufgelöste ($\Delta B \leq 0.07$ mT) $R_{xx}(B)$ -Messung in Bereich ± 30 mT um $B = 0$ aufgenommen, stets in gleiche B -Richtung.

Man betrachte als Erstes den typischen $R_{xx}(B)$ -Verlauf am Beispiel der 25 V Kurve in Abb. 6.12e: Das auffälligste (und einmalige unter allen AAS-Messungen) Merkmal sind die sehr stark ausgeprägten, hochfrequenten Oszillationen im kleinen ± 10 mT Fenster um $B = 0$. Beim genaueren Hinsehen erkennt man eine weitere, überlagerte Oszillationskomponente mit deutlich längerer Periode — Markierungen verdeutlichen, dass es sich *nicht* um eine Amplitudenmodulation (Einhüllende) des hochfrequenten Signals handelt. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die zwei oszillierenden Anteile separat in Abb. 6.12b und 6.12c in Abhängigkeit von U_{BG} dargestellt.

Die hochfrequenten Oszillationen (Abb. 6.12b) bleiben in einem sehr großen U_{BG} -Bereich praktisch unverändert bestehen. Unterhalb von ca. 18 V wird ihre Amplitude erst stark unterdrückt, unterhalb von 5 V verschwinden sie schließlich im sehr hochohmigen Längssignal. Ihre sehr stabile Periode von $\Delta B = 0.77$ mT liegt weit unterhalb des erwarteten Intervalls und kann deshalb nicht dem AAS-Effekt *einer einzigen* Wabe zugeordnet werden: Einen Wert in dieser Größenordnung würde man bei ca. 6-fachem eingeschlossenen magnetischen Fluss erwarten. Bemerkenswerterweise weist das nebenstehende FFT-Spektrum mehrere deutlich erkennbare Harmonischen auf: Ihre Existenz sowie die sehr scharfen Extrema der Oszillationen sprechen ebenfalls für vielfache Umläufe des magnetischen Flusses bzw. mehrere eingeschlossene

⁶je nach tatsächlich eingeschlossener Fläche, s. Abb. 6.12a

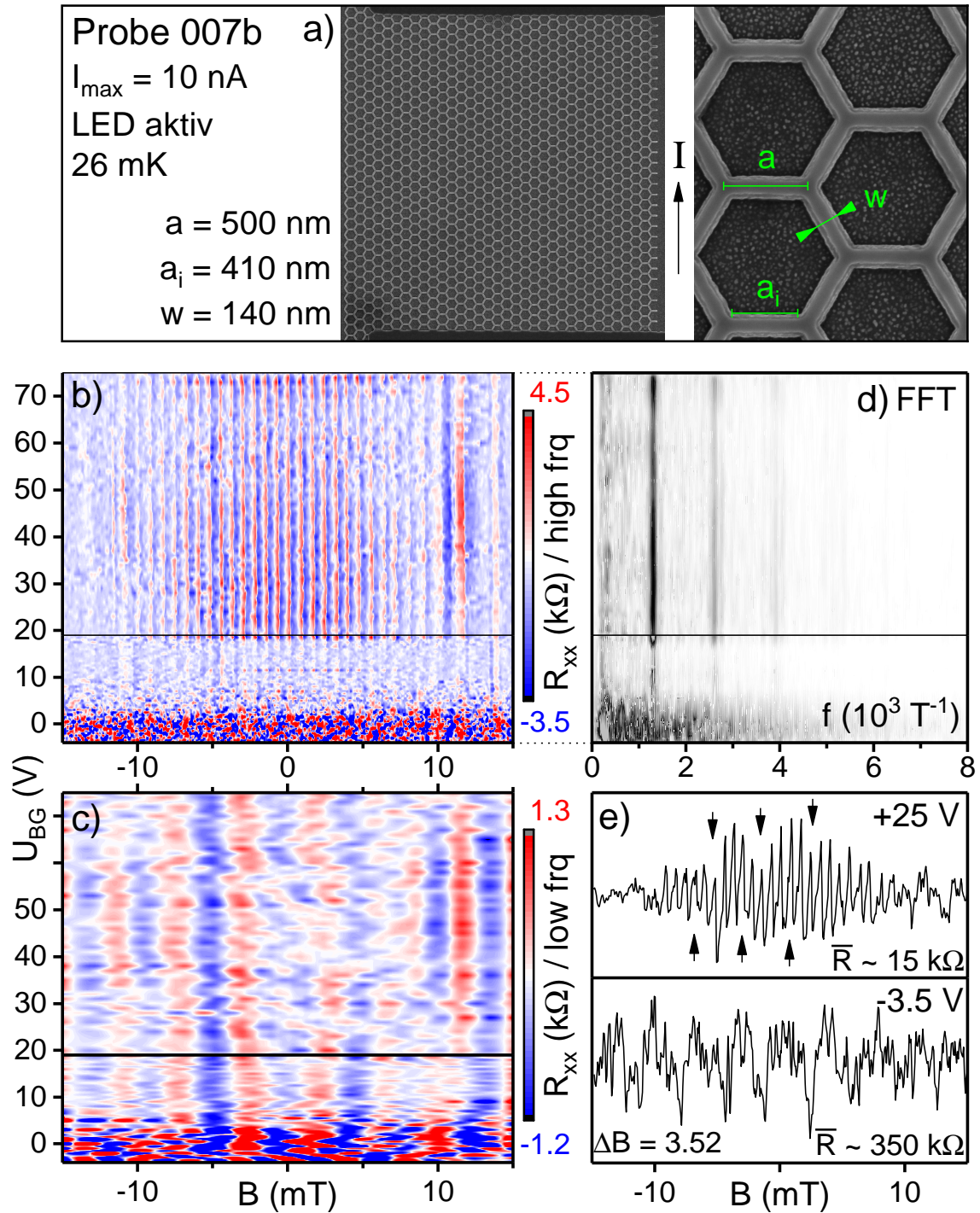


Abbildung 6.12: AAS-Untersuchungen am Wabenarray der Probe 007b. a) REM-Aufnahmen der kompletten Struktur sowie der Wabengeometrie. b) Hoch- und c) niederfrequenter $R_{xx}(B)$ -Anteil in Abhängigkeit von der Backgate-Spannung U_{BG} . d) FFT-Spektrum der hochfrequenten Oszillationen. e) Gesamtsignal (ohne Hintergrund) am Beispiel zweier typischer Gatekurven. Pfeile markieren Extrema der niederfrequenten Oszillationen.

Einheitswaben [126].

Der niederfrequente Anteil (Abb. 6.12c) bleibt im gesamten Messbereich deutlich erkennbar und skaliert außerdem mit dem Probenwiderstand — dadurch wird er unterhalb von 5 V, während das hochfrequente Signal verschwindet, sogar zunehmend stärker ausgeprägt. Oberhalb von 5 V weist das Signal eine annähernd konstante Periode von 3.5 mT auf, in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der erwarteten AAS-Periodizität. Unterhalb von 5 V geht aber das stabile Verhalten in ein komplexes Muster über, welches bei steigender Amplitude signifikante Phasenverschiebungen und -sprünge aufweist. Repräsentativ für den Signalverlauf bzw. Qualität der Oszillationen in diesem Bereich ist die in Abb. 6.12e dargestellte -3.5 V Gatekurve. Insgesamt ähnelt dieses Verhalten den bereits vorgestellten AAS- sowie AB-Messungen an Probe 314a: In beiden Fällen war ein paralleler Verlauf der Extrema bei höheren Gatespannungen erkennbar, welcher auf Sättigung der Gatewirkung schließen ließ. Im vorliegenden Fall wäre dieser Zustand folglich bei einem ungewöhnlich kleinen elektrischen Feld erreicht — eine Backgate-Spannung von 5 V entspricht in etwa einem Topgate bei 50 mV.

Resümierend spricht vieles dafür, dass es sich beim niederfrequenten Signal um die gesuchten AAS-Oszillationen handelt. Gleichzeitig lässt der hochfrequente Anteil eine ganze Reihe von Fragen offen: Die höhere Frequenz stellt speziell in Kombination mit deutlich erkennbaren Harmonischen eine starke Evidenz dafür dar, dass ein ganzzahlig vielfaches des magnetischen Flusses einer einzelnen Wabe eingeschlossen wird. Unklar bleibt dagegen, warum sich gerade die 6-fachen (12-fachen, 18-fachen etc.) Umläufe bemerkbar machen, während wesentlich kürzere und damit wahrscheinlichere Interferenzpfade existieren. Ebenfalls interessant ist die Tatsache, dass das hochfrequente Signal erst im Sättigungsbereich der gewöhnlichen AC/AAS-Effekts entsteht. Bedenkt man, dass ein starkes elektrisches Feld neben der Phasenverschiebung zu einer signifikanten Anreicherung der Ladungsträgerdichte führt, so wäre denkbar, dass ein anfangs nicht auflösbarer Interferenzmodus erst durch Erhöhung der Anzahl teilnehmender Elektronenwellen aus dem Hintergrundrauschen hervortritt.

Bestärkende Evidenz für das Zustandekommen des AAS-Effekts im Wabenarray der Probe 007b lieferte die in Abb. 6.13 dargestellte Messreihe aus einem späteren Abkühlvorgang. Wie man sieht, liegt nun ein gänzlich anderer magnetoresistiver Zustand vor: Die wenigen auflösbaren Oszillationen gehen fast vollständig im stark ausgeprägten NMR unter und treten lediglich in einem sehr kleinen Bereich des Widerstandsminimums um $B = 0$ aus dem Hintergrundsignal hervor. Tatsächlich wurde die 25 V Kurve bereits in 6.2.2 (bzw. Abb. 6.8) als Beispiel für einen grenzwertigen

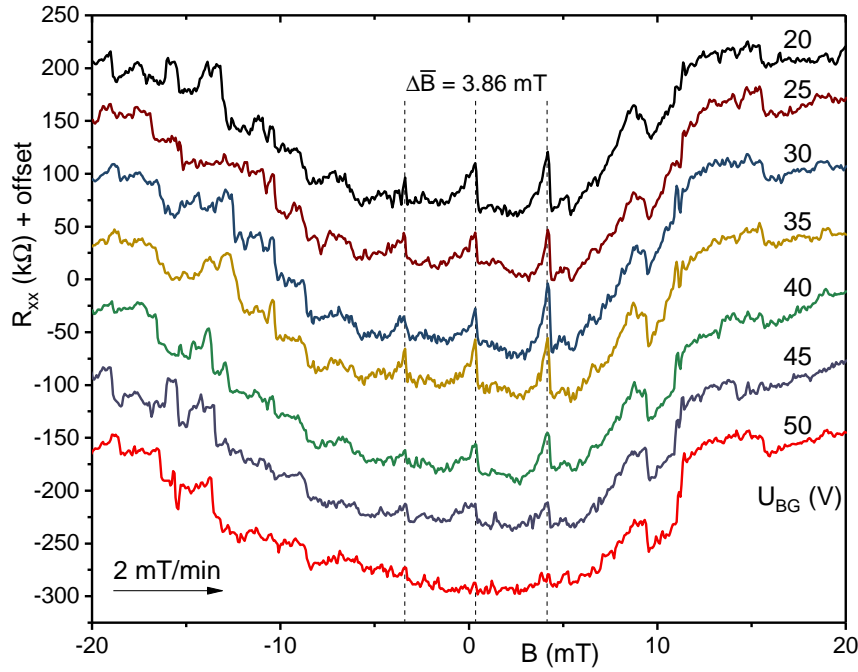


Abbildung 6.13: Weitere Manifestation des AAS-Effekts am Wabenarray der Probe 007b (anderer Abkühlvorgang als Abb. 6.12) mit erheblich stärkerem NMR-Hintergrund (60–215 kΩ vs. 15–20 kΩ). Kurven zwecks besserer Übersichtlichkeit vertikal verschoben (Referenz: 20 V).

Systemzustand herangezogen, der eine Auswertung gerade noch zulässt. Nichtsdestotrotz zeigen die drei deutlich erkennbaren Peaks um $B = 0$ bei kleinen U_{BG} mit $\Delta B = 3.86$ mT eine sehr gute Übereinstimmung sowohl mit der erwarteten Periode (3.2–4.7 mT) als auch mit dem niederfrequenten Anteil aus Abb. 6.12c.

Diskussion / Zusammenfassung

Die Beobachtung der Quanteninterferenzen in CdMnTe hat sich angesichts der zahlreichen Transportphänomene als äußerst problematisch erwiesen. Trotz der großen Anzahl intensiv untersuchter Interferometer und der daraus gewonnenen beachtlichen Datenmengen, konnte in der Praxis ein geeigneter und ausreichend stabiler Zustand nicht gezielt hergestellt werden. Vielmehr kam ein solcher stets spontan bei Variation von Systemparametern (z. B. Ladungsträgerdichte, Magnetfeld, Gate-Spannung, Temperatur etc.) zustande. Während durch kontinuierliche Weiterentwicklung der Herstellungsverfahren die erfolgreiche Beobachtung anderer Transporteigenschaften entscheidend vereinfacht wurde, konnte speziell im Fall der fragilen Interferenzerscheinungen praktisch keine Korrelation zwischen Probeneigenschaften und Existenz aus-

wertbarer Oszillationen festgestellt werden. Tatsächlich schließen Aharonov-Bohm-Messungen an analogen HgTe-Proben (7.2.1) die unzureichende Probenqualität bzw. Degradierung des Materials während der Probenherstellung als mögliche Ursache der Problematik eindeutig aus.

Unter Berücksichtigung der sehr tiefen Messtemperaturen in der Größenordnung von T_g kann deshalb davon ausgegangen werden, dass sich auf diese Weise die spinglass-ähnliche Phase bemerkbar macht: Magnetische Anomalien und irreversible Prozesse dominieren den Magnetotransport und verschlingen die feinen Interferenzerscheinungen, insbesondere nahe $B = 0$. Auch direkte Unterdrückung der Interferenz durch Dephasierung bei Streuung an SG-Clustern bzw. ihren Domänenwänden kann in der nicht-trivialen gemischten Phase nicht ausgeschlossen werden. Ungünstig für die Beobachtung der Interferenzerscheinungen ist auch die Tatsache, dass der Übergang in die paramagnetische Phase keineswegs abrupt bei T_g erfolgt: Residuen der genannten Effekte lassen sich auch bei deutlich höheren mK-Temperaturen feststellen, während Interferenzerscheinungen thermisch abgeschwächt werden. Ein ausreichend stabiler, rein paramagnetischer Zustand ohne Transportanomalien kann mit dem verwendeten Kryostatsystem ($T^{max} = 1$ K) zwar erreicht werden, jedoch werden bei entsprechenden Temperaturen auch die Quanteninterferenzen vollständig unterdrückt — auch bei Verwendung des Materials E mit sehr geringem Mn-Anteil von 0.24%. Das größte experimentelle Hindernis stellen also die sich gegenseitig widersprechenden Temperaturanforderungen, nicht etwa prinzipielle Abwesenheit der Interferenzen oder persistentes SG-Verhalten.

Ein ähnliches Dilemma stellt die Wahl der optimalen Strukturabmessungen, insbesondere der Linienbreite, dar: Geringe Strukturbreite sowie generell sinnvolles Aspektverhältnis sind für eindeutige Festlegung des Interferenzmodus essentiell. Außerdem ist eine möglichst kompakte Strukturierung wegen der limitierten Phasenkohärenzlänge wünschenswert. Gleichzeitig sind aber schmale Strompfade sehr anfällig für eine vollständige Blockade durch SG-Cluster: Typisch für Strukturen mit einer Linienbreite unterhalb von 100 nm sind extrem ausgeprägte Transportanomalien, ungeachtet einwandfreier elektrischer Eigenschaften⁷. Für die Klärung des tatsächlichen Sachverhalts — Anzahl und Größe der SG-Cluster in feinen Strompfaden in Abhängigkeit von der Temperatur — wären sicherlich gezielte magnetkraftmikroskopische (MFM) Untersuchungen interessant, in Analogie zu Tanaka *et al.* [128].

Trotz der beschriebenen Komplikationen konnten AB- und AAS-Effekt sowie der duale AC-Effekt in vereinzelt Messreihen erfolgreich nachgewiesen werden. Bereits

⁷d. h. der effektive leitfähige Kanal ist nicht komplett eingeschnürt oder stark verarmt

im Fall von vergleichsweise simplen, einzelnen AB-Ringen ist aber das Phasenverhalten so komplex, dass kaum von Oszillationen im gewöhnlichen Sinne gesprochen werden kann: Einzelne Messreihen weisen schwer zu interpretierende Periodizität auf; Gesetzmäßigkeiten und Hinweise auf phasenkohärente Effekte können erst im Gesamtbild der Leitwertevolution abhängig von der Gatespannung erkannt werden. Im Fall von mehreren Interferometern sowie Interferenz auf zeitumgekehrten Pfaden (AAS) nimmt die Komplexität nochmals zu und das resultierende Muster wird nahezu vollständig aperiodisch. Die Ensemble-Mittelung über mehrere Ringe bzw. Waben ist auch deshalb besonders problematisch, da die Amplitude der AAS-Oszillationen dadurch in einem sehr kleinen Magnetfeldbereich um $B = 0$ abklingt — gerade in diesem weist jedoch das Messsignal die stärksten Fluktuationen und Sprünge auf. Speziell bei großflächigen Arrays erscheint zudem die extreme Gesamtweglänge problematisch, die Elektronen durch schmale Nanostrukturen zurücklegen müssen: Die Wahrscheinlichkeit, auf vollständig durch SG-Cluster blockierte Pfade zu stoßen, steigt entsprechend erheblich an.

6.4. Beating-Pattern und Mn-Gehalt

Bei Messungen an allen Hallbars, die eine ausreichende Signalqualität aufwiesen, wurde eine Amplitudenmodulation der SdH-Oszillationen im Bereich kleiner Magnetfelder (0.5–1.5 T) festgestellt — das Beating-Pattern (vgl. 3.3.3). Das Auftreten dieses auf sp-d Austauschwechselwirkung zurückzuführenden Effekts⁸ ist ein direkter Hinweis auf die Anwesenheit von magnetischen Mn-Ionen im Bereich des Quantentrops. Anhand der Positionen der BP-Knoten $B_{\tilde{n}+1/2}$ lässt sich der Mangengehalt x bzw. x_{eff} des Materials bestimmen bzw. verifizieren. Für das Material E mit der geringsten Mn-Konzentration lieferte die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise $x = 0.24\%$ und $x_{eff} \approx 0.23\%$, in guter Übereinstimmung mit Messungen von C. Betthausen [115]. Im Hinblick auf den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit sind jedoch die Typ-II-Materialien mit höherem Mn-Gehalt von besonderem Interesse: Bei sehr tiefen Temperaturen, nahe des Phasenübergangs $T_g(x)$, ist mit der Entstehung einer gemischten magnetischen Phase zu rechnen — ein Teil der magnetischen Ionen schließt sich zu korrelierten, spinglas-ähnlichen Clustern zusammen, während der Rest des Materials paramagnetisch bleibt (s. 2.1.3). Es stellt sich folglich die Frage nach der Anwendbarkeit der in 3 vorgestellten theoretischen Modelle — die stets von einer rein paramagnetischen Phase ausgehen — in einem solchen, gemischten

⁸Beitrag der Rashba-SOI kann beim Backgate-Betrieb vernachlässigt werden, s. Abb. 6.14d

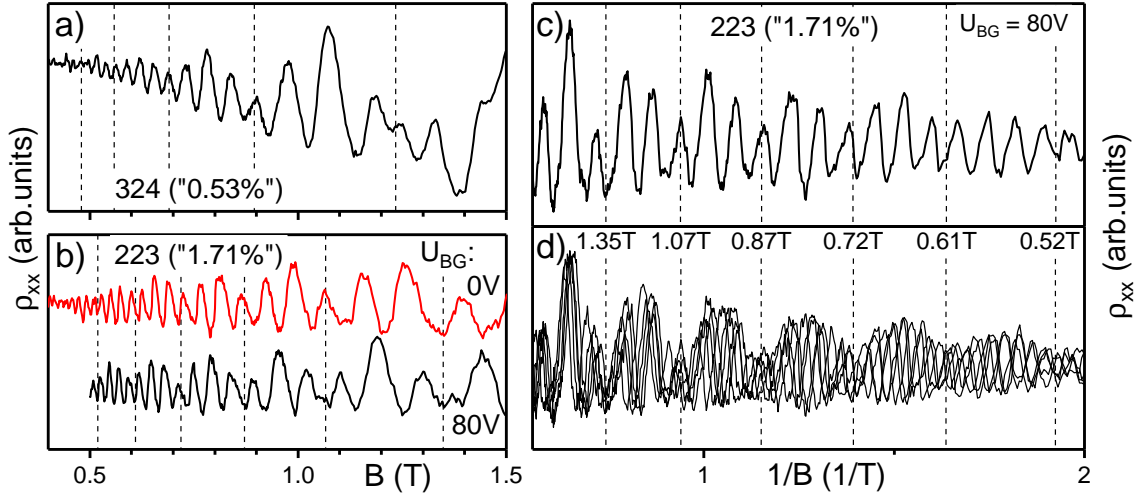


Abbildung 6.14: *Beating-Pattern: Modulation der SdH-Amplitude bei schwachen Magnetfeldern. BP-Knoten sind mit gestrichelten Linien markiert. a) Probe 324 mit $x = 0.53\%$. b-d) Probe 223 mit $x = 1.71\%$. Am Beispiel der Messkurve bei $U_{BG} = 80$ V ist die $1/B$ -Periodizität der SdHs veranschaulicht; BP-Knoten sind dagegen nicht äquidistant. Übereinander gelegte $1/B$ -Messkurven für verschiedene Backgate-Spannungen verdeutlichen fixierte Positionen der BP-Knoten — trotz der variablen Ladungsträgerdichte und damit verbundener Verschiebung der SdHs. Ein Einfluss der Rashba-SOI ($1/B$ -Periodizität der Knoten, s. 3.4) kann nicht festgestellt werden.*

Zustand. Eine detaillierte Auswertung des Beating-Patterns wird deshalb am Beispiel der Proben 324 ($x = 0.53\%$) sowie 223 und 323 ($x = 1.71\%$) durchgeführt. Es wird zunächst von Herstellerangaben zum Mn-Gehalt x ausgegangen, die mittels Photolumineszenz-Spektroskopie bestimmt wurden.

Das ρ_{xx} -Signal der Probe 324 im Niedrigfeldbereich ist in Abb. 6.14a dargestellt: Es zeigt sowohl deutliche SdHs als auch eine ausgeprägte Amplitudenmodulation. In Abb. 6.14b ist eine vergleichbare Messung an der Mn-reicheren Probe 223 für zwei ausgewählte Backgate-Spannungen zu sehen: Trotz der geringeren Signalqualität sind BP-Knoten auch hier prinzipiell zu erkennen. Eine genaue Bestimmung ihrer Positionen anhand einer einzelnen $\rho_{xx}(B)$ -Kurve erweist sich jedoch als schwierig: Zum einen ist die Amplitudenmodulation nur schwach ausgeprägt — ein Zeichen für signifikante LL-Verbreiterung, welche auf einen hohen Mn-Anteil zurückzuführen ist. Zum anderen ist die Periode der SdHs aufgrund der hohen Ladungsträgerdichte ($6.7\text{--}7.2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) sehr lang, so dass nur wenige Minima zwischen zwei benachbarten BP-Knoten liegen — eine Interpolation der SdH-Amplitude wird dadurch

sehr ungenau (vgl. Abb. 6.14c). Eine Lösung bietet die geringfügige Variation der Ladungsträgerdichte mittels Backgate: Während sich die SdHs mit variablem n verschieben, sind die Positionen der BP-Knoten davon unabhängig in B fixiert. Werden die ρ_{xx} -Kurven zu unterschiedlichen n übereinander gelegt, so wird die einheitliche Amplitudenmodulation sehr deutlich sichtbar (Abb. 6.14d). Die trotz des variablen elektrischen Feldes in sehr guter Näherung konstanten Positionen der BP-Knoten bestätigen außerdem die Annahme, dass die Rashba-SOI gegenüber der gigantischen Spinaufspaltung aufgrund der sp-d-Austauschwechselwirkung vernachlässigt werden kann.

Die Knoten des Beating-Patterns entsprechen bildlich den Schnittpunkten der Zyklotrongeraden mit verschiedenen Indizes $\tilde{n} + 1/2$ mit dem Zeeman-Term:

$$\left(\tilde{n} + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c = g^* \mu_B B + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{eff}} \right). \quad (6.1)$$

Da T_{eff} über Gl. 2.10 an x gebunden ist, sind x und x_{eff} die einzigen freien Fit-Parameter. Der Zusammenhang $x_{eff}(x)$ wird durch Gleichungen 2.11–2.13 nicht exakt vorgegeben, sondern lediglich in Form von Ober- und Untergrenzen genähert. Da sich eine simultane Bestimmung von zwei Parametern ohne Kenntnis über Knoten-Indizes \tilde{n} oftmals als schwierig erweist, bietet sich als Ausgangspunkt eine Approximation an, die nur einen Parameter enthält.

6.4.1. Approximation: Sättigung von E_Z

Die Abhängigkeit der Zeeman-Aufspaltung vom Magnetfeld B ist primär durch den Austauschterm bedingt: Die darin enthaltene Brillouin-Funktion B_S verzeichnet einen steilen Anstieg im Niedrigfeldbereich und sättigt bei hohen Magnetfeldern. In diesem Bereich weist E_Z eine gegenüber der Größe des Austauschterms vernachlässigbare Steigung $g^* \mu_B$ auf und kann deshalb als näherungsweise konstant betrachtet werden. Der Verlauf des Austauschterms skaliert aber auch mit reziproker Temperatur $1/T_{eff}$, d. h. bei sehr tiefen Temperaturen setzt die Sättigung bei deutlich kleineren Magnetfeldern ein. Liegen einige BP-Knoten im Bereich mit $E_Z \approx \text{const.}$, so gilt für diese die Approximation:

$$E_Z = \left(\tilde{n} + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c = \alpha N_0 x_{eff} S =: \Delta_{exch} = \text{const.} \quad (6.2)$$

Dieser Ausdruck entspricht bildlich den Schnittpunkten der halbzahligen Zyklotrongeraden mit dem konstanten Austauschterm. Aus der vereinfachten Form der Knotenbedingung lässt sich nun folgender Zusammenhang zwischen Positionen benachbarter

Knoten mit Indizes \tilde{n} und $\tilde{m} = \tilde{n} + 1$ ableiten:

$$\frac{B_{\tilde{n}+1/2}}{B_{\tilde{m}+1/2}} = \frac{\tilde{m} + 1/2}{\tilde{n} + 1/2} = \frac{2\tilde{n} + 3}{2\tilde{n} + 1}. \quad (6.3)$$

Durch den Vergleich der gemessenen Knotenpositionen mit der obigen Reihenbedingung können Knoten nun bestimmten Indizes \tilde{n} zugeordnet werden. Für bekannte $B_{\tilde{n}+1/2}$ können schließlich Δ_{exch} und x_{eff} bestimmt werden:

$$x_{eff} = \frac{\Delta_{exch}}{\alpha N_0 S}, \quad \Delta_{exch} = \left(\tilde{n} + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar e B_{\tilde{n}+1/2}}{m^*}. \quad (6.4)$$

Dieser Ausdruck ermöglicht die Abschätzung des effektiven Mn-Gehalts x_{eff} und Zuordnung der Knotenindizes $\tilde{n} + 1/2$ ohne Modellierung der Energieterme und ohne Kenntnis der tatsächlichen Mn-Konzentration x . Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass gerade x — über $T_{eff}(x)$ — wiederum den Gültigkeitsbereich der Approximation $E_Z \approx const.$ bestimmt. Insbesondere sättigt B_S für große x erst bei deutlich höheren Magnetfeldern: Ist also der tatsächliche Mn-Gehalt deutlich höher als erwartet, so können die einbezogenen BP-Knoten außerhalb des Sättigungsbereichs von B_S und damit des Gültigkeitsbereichs der Approximation liegen. In diesem Fall ist i. A. von verfälschter Knotenzuordnung auszugehen.

Bei Probe 324 ist die Sättigungsbedingung aufgrund des geringeren Mn-Anteils bereits ab ca. 0.5 T erfüllt. In diesem Bereich liegen folgende vier Knoten(paare):

$$\begin{aligned} 1.23 \text{ T} &\rightarrow 1.23/0.89 \approx 1.38 \Leftrightarrow B_{5/2}/B_{7/2} = 7/5 = 1.40 & [\tilde{n} = 2] \\ 0.89 \text{ T} &\rightarrow 0.89/0.69 \approx 1.29 \Leftrightarrow B_{7/2}/B_{9/2} = 9/7 \approx 1.29 & [\tilde{n} = 3] \\ 0.69 \text{ T} &\rightarrow 0.69/0.56 \approx 1.23 \Leftrightarrow B_{9/2}/B_{11/2} = 11/9 \approx 1.22 & [\tilde{n} = 4] \\ 0.56 \text{ T} &\rightarrow 0.56/0.48 \approx 1.17 \Leftrightarrow B_{11/2}/B_{13/2} = 13/11 \approx 1.18 & [\tilde{n} = 5] \end{aligned}$$

Die Zuordnung der Knoten erfolgt dabei mithilfe der Gl. 6.3. Die vier identifizierten Knoten $B_{5/2} = 1.23 \text{ T}$ bis $B_{11/2} = 0.56 \text{ T}$ liefern mit Gl. 6.4 $\bar{\Delta}_{exch} = 3.58 \text{ meV}$ und $\bar{x}_{eff} = 0.651\%$. Der geschätzte Mn-Gehalt berechnet sich nach Gl. 2.12 zu 0.707% — merklich über der Herstellerangabe von 0.530% .

Bei Probe 223 mit höherem Mn-Gehalt setzt die Sättigung von E_Z erst ab etwa 1 T ein, deshalb können höchstens folgende zwei Knotenpaare für die Auswertung herangezogen werden:

$$\begin{aligned} 1.35 \text{ T} &\rightarrow 1.35/1.07 \approx 1.27 \Leftrightarrow B_{7/2}/B_{9/2} = 9/7 \approx 1.29 & [\tilde{n} = 3] \\ 1.07 \text{ T} &\rightarrow 1.07/0.87 \approx 1.22 \Leftrightarrow B_{9/2}/B_{11/2} = 11/9 \approx 1.22 & [\tilde{n} = 4] \end{aligned}$$

Trotz der recht guten Übereinstimmung der Werte gemäß Gl. 6.3 ist die Zuordnung der Knotenindizes anhand von nur zwei Knotenpaaren fraglich. Außerdem liegt der auf Basis dieser Zuordnung berechnete Mn-Gehalt mit $\bar{x}_{eff} = 1.00\%$ bzw. $x = 1.14\%$ unerwartet weit unter dem Nennwert $x = 1.71\%$. Im Folgenden wird gezeigt, dass die Approximation in diesem Fall — bei hoher Mn-Konzentration und sehr tiefer Temperatur — tatsächlich ihre Gültigkeit verliert.

6.4.2. Gekoppelte und entkoppelte Fitparameter

Mit der Kenntnis über Knotenindizes $\tilde{n} + 1/2$ sowie Schätzwerte für x und x_{eff} kann das vollständige Modell gemäß Gl. 6.1 angewendet werden. Für x_{eff} kann zunächst ein formeller Zusammenhang mit x nach Gl. 2.12 angenommen werden, wodurch nun x zum einzigen Fitparameter wird. Der Verlauf des Zeeman-Terms E_Z für verschiedene Werte von x (und damit x_{eff}) ist für Proben 324 und 223 in beiden Teilabbildungen von 6.15 als gestricheltes Hilfsgitter dargestellt — die vertikale Verschiebung der Kurven ist dabei primär durch x_{eff} gegeben. Ebenfalls eingezeichnet sind die halbzahligen Zyklotron-Geraden für relevante \tilde{n} und die experimentell bestimmten Positionen der BP-Knoten. Die Schnittpunkte dieser letzten beiden (von x unabhängigen) Geradenscharen bilden die Menge der möglichen Lösungen zu Gl. 6.1. Dies erlaubt eine anschauliche Validierung der im letzten Unterabschnitt vorgenommenen Zuordnung der Knotenindizes: Für eine richtig gewählte Folge nacheinander liegender Indizes \tilde{n} zu Knotenpositionen $B_{\tilde{n}+1/2}$ sollten die entsprechenden Schnittpunkte, gegeben durch $(\tilde{n} + 1/2)\hbar\omega_c(B_{\tilde{n}+1/2})$, die charakteristische Form einer Zeeman-Kurve aufweisen.

Bei Probe 324 (Abb. 6.15a) ist die einzige sinnvolle Konstellation unverkennbar (blaue Kreise) und bestätigt die zuvor getroffene Zuordnung der Knotenindizes ausgehend von $B_{5/2} = 1.24$ T. Der gefittete Verlauf von E_Z entspricht $x = 0.738\%$ bzw. $x_{eff} = 0.678\%$ (blau). Die Approximation $x = 0.707\%$ aus dem Vorabschnitt (blau gestrichelt) verfehlt die Schnittpunkte nur knapp, die Abweichung in x beträgt ca. 4%. Der vom Waferhersteller mittels PL-Spektroskopie bestimmte Mn-Gehalt von 0.53% (violett) liegt weit unterhalb der beiden obigen Lösungen und kann die beobachteten BP-Knoten nicht modellieren. Die alternative Indexierung, ausgehend von $B_{3/2}$ (rote Kreise), kann mit beliebigen — auch entkoppelten — Werten von x und x_{eff} nicht gefittet werden, da die negative Steigung dabei den Sättigungswert $g^*\mu_B$ deutlich übersteigt.

Bei Probe 223 (Abb. 6.15b) ist die Situation komplexer: Zunächst existiert für BP-

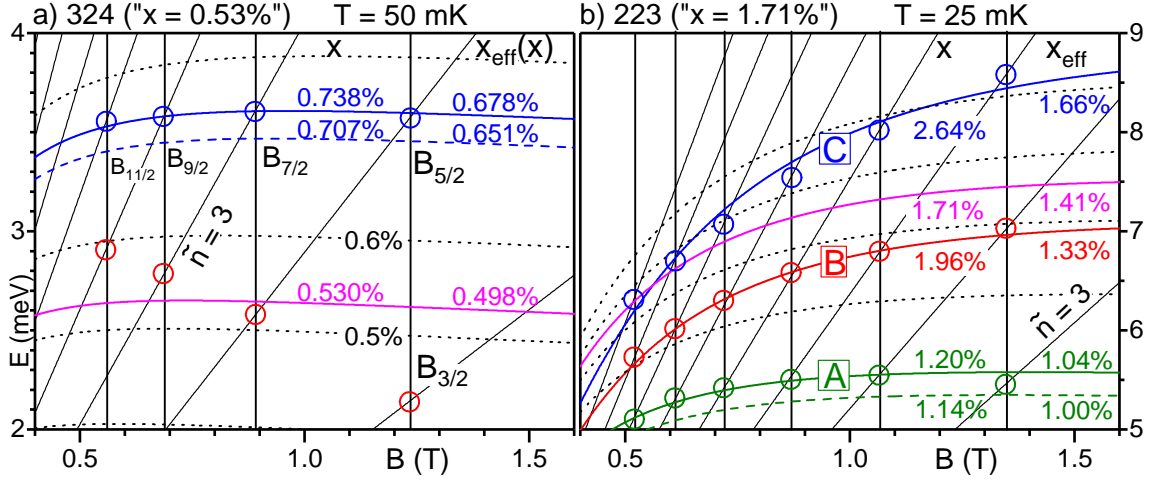


Abbildung 6.15: *Beating-Pattern: Modellierung der BP-Knoten mit Gl. 6.1 mit variabler Indexierung $\tilde{n} + 1/2$. Positionen der Knoten (vertikale Linien) entsprechen Schnittpunkten der Zyklotrongeraden (schiefe Linien) mit geeigneten Zeeman-Kurven. Hilfgitter (punktiert) visualisiert den erwarteten Zusammenhang zwischen x_{eff} und x gemäß Gl. 2.12. Einzelheiten im Text.*

Knoten mit Indizes, die anhand der Approximation bestimmt wurden (grüne Kreise), auch bei dieser Probe eine sinnvolle Lösung („A“) mit gekoppelten Parametern $x = 1.20\%$ und $x_{\text{eff}} = 1.04\%$. Die Approximation selbst (grün gestrichelt) liegt erneut knapp unterhalb der Fitkurve. Unklar bleiben die Gründe für die große Abweichung vom optisch ermittelten Wert von 1.71% , wobei in der Umgebung der entsprechenden Zeeman-Kurve (violett) tatsächlich keine fittbaren Schnittpunkte liegen. Besonders auffallend ist jedoch die Existenz von mindestens zwei weiteren Sätzen von Schnittpunkten bei höheren Mn-Konzentrationen, welche nur mit *entkoppelten* x und x_{eff} gefittet werden können: Freies Fitten unter Verwendung der nächsthöheren Indexierung „B“ (rote Kreise) ergibt $x = 1.96\%$ und $x_{\text{eff}} = 1.33\%$ — mit der Herstellerangabe prinzipiell vergleichbare Werte sowie eine merkliche Abweichung vom theoretischen E_Z -Verlauf (punktiert). Der noch höher liegende Satz „C“ (blaue Kreise) impliziert schließlich nicht nur eine unerwartet hohe Mn-Konzentration von $x = 2.69\%$, sondern auch ein vom dazugehörigen Erwartungswert $x_{\text{eff}}(2.69\%) = 2.00\%$ signifikant abweichendes $x_{\text{eff}} = 1.66\%$.

Die Notwendigkeit, auch die Sätze „B“ und „C“ unter Inkaufnahme der Diskrepanzen als potentiell richtige Indexwahl zu betrachten, begründet sich durch die höhere Mn-Konzentration der Probe 223 sowie die sehr niedrige Messtemperatur von 25 mK : Dadurch gilt $T < T_g$, d. h. es ist von einer gemischten magnetische Phase auszugehen.

Dabei ist gerade ein *zu kleiner* Wert von x_{eff} bei sehr tiefen Temperaturen mit der Modellvorstellung eines kontinuierlichen Phasenübergangs vom paramagnetischen zum spinglas-ähnlichen Zustand durchaus kompatibel [129]: Sobald sich spin-korrelierte Cluster bilden, können die darin enthaltenen Spins nicht mehr ohne weiteres dem Magnetfeld folgen und tragen damit nur noch indirekt zur Magnetisierung bei — über viel geringere Netto-Magnetisierung der ungeordneten Cluster. Ganz analog zur generellen Argumentation zu $x_{eff} < x$ (vgl. 2.1.3 bzw. Gl. 2.9) würde dies eine weitere, temperaturabhängige Verringerung von x_{eff} bedeuten.

In Anwesenheit von SG-Clustern wäre als komplementärer Mechanismus auch eine Skalierung von x_{eff} mit der Stärke des äußeren Magnetfeldes denkbar: Im starken Magnetfeld lässt sich die Spin-Korrelation teilweise überwinden, d. h. x_{eff} sollte mit B ansteigen, bis der theoretische Wert erreicht ist. Im schwachen Magnetfeld nimmt dagegen der Einfluss auf Cluster-Magnetisierung entsprechend ab, womit eine Verringerung von x_{eff} für $B \rightarrow 0$ verknüpft wäre. Ein solche Abhängigkeit $x_{eff}(B)$ wäre mit dem beobachteten Verlauf der Sätze „B“ und „C“ verträglich.

6.4.3. Temperaturabhängigkeit

Weder eine Unterscheidung zwischen möglichen beteiligten Mechanismen noch eine generelle Überprüfung der Plausibilität der beschriebenen vereinfachten Vorstellung von SG-Clustern sind anhand einer einzigen Messreihe bei 25 mK möglich, da die tatsächliche Zusammensetzung der vorliegenden magnetischen Phase in der Nähe des Phasenübergangs T_g nicht bekannt ist. Bei ausreichend hohen Temperaturen, $T \gg T_g$, kann dagegen von einem rein paramagnetischen Zustand sowie der Gültigkeit des Zusammenhangs zwischen x_{eff} und x gemäß Gl. 2.11–2.13 ausgegangen werden. Als eine solche „paramagnetische Referenz“ wurden deshalb Magnetowiderstandskurven herangezogen, die vom Waferhersteller im Rahmen der Materialcharakterisierung bei 1.4 K erfasst wurden und mehrere auswertbare BP-Knoten aufweisen. Im Fall des Materials B (Probe 223) kann ihre Konstellation einzig durch die Indexierung „C“ mit hoher Genauigkeit modelliert werden (Abb. 6.16a, blau), mit erwartungsgemäß gekoppelten $x = 2.67\%$ und $x_{eff} = 1.99\%$. Die beiden anderen Varianten ergeben dagegen keinen gültigen E_Z -Verlauf.

In derselben Abbildung ist die erwartete Verschiebung der Knotenpositionen entlang der Zyklotrongeraden bei Verringerung der Temperatur von 1.4 K auf 25 mK und oben angegebenen Werten von x und x_{eff} skizziert. Die BP-Knoten aus der bereits vorgestellten Messreihe an Probe 223 bei 25 mK weichen jedoch deutlich von

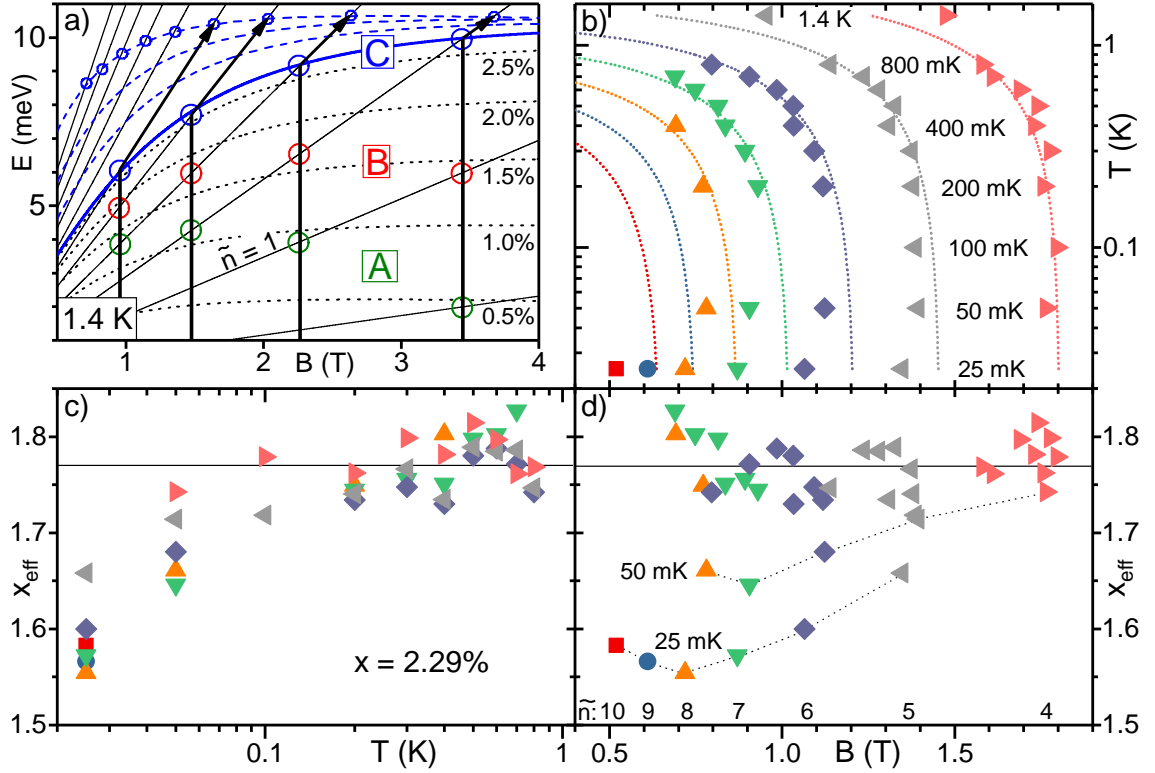


Abbildung 6.16: *Beating-Pattern* im Material B: a) Modellierung der BP-Positionen (schwarze vertikale Linien) aus Messreihen bei 1.4 K von Wojtowicz et al. ist nur unter Verwendung der Indexierung „C“ (blau) möglich. Vorgehensweise identisch mit Abb. 6.15b. Pfeile markieren die theoretische Verschiebung der Knoten beim Abkühlen auf 25 mK. b) Temperaturabhängigkeit der BP-Knotenpositionen: Proben 223 (25 mK), 323 (50–800 mK) sowie Wafer B (1.4 K). Punktierte Linien markieren den theoretischen Verlauf auf Basis des 800 mK-Datensatzes. c) Effektiver Mn-Gehalt x_{eff} für jeden Punkt in [b], extrahiert durch Fitten mit Gl. 6.1 bei fixiertem $x = 2.29\%$, in Abhängigkeit von der Temperatur und c) der Magnetfeld-Position.

den theoretischen Positionen ab — worauf letztendlich auch der deutliche niedrigere Wert von $x_{\text{eff}} = 1.66\%$ zurückzuführen ist. Um den Übergang zwischen diesen unterschiedlichen magnetischen Zuständen genauer zu untersuchen, wurden BP-Messungen an einer weiteren Probe 323 aus dem gleichen Material im Temperaturbereich 50–800 mK durchgeführt. Die Temperaturabhängigkeit der Knotenpositionen aus allen drei Messreihen (232, 323, Wafer) ist in Abb. 6.16b dargestellt. Im Bereich 100–800 mK folgen die Knoten mit großer Genauigkeit dem theoretischen Verlauf für feste und gekoppelte Werte $x = 2.29\%$ und $x_{\text{eff}} = 1.77\%$. Da Temperaturen über 800 mK experimentell nicht zugänglich waren, bleibt die Ursache für die Abweichung

von der 1.4K-Messreihe unklar.

Bei sehr tiefen Temperaturen, 25–50 mK, stellt man eine anomale Verschiebung der Knoten zu kleineren B -Werten fest. Da dies ein veränderliches x_{eff} impliziert, wird letzteres bei festem $x = 2.29\%$ für jeden Knoten *einzel*n bestimmt (Abb. 6.16c) — dies ist insbesondere in Hinsicht auf eventuelle $x_{eff}(B)$ -Abhängigkeit sinnvoll. Im Bereich $T \geq 100$ mK liegen alle extrahierten Werte im Intervall $1.77 \pm 0.05\%$. Bei kleineren Temperaturen verringert sich x_{eff} dagegen deutlich, auf ca. $1.60 \pm 0.05\%$ bei 25 mK. Trägt man schließlich dieselben Datenpunkte gegen die dazugehörigen Knotenpositionen auf (Abb. 6.16d), so kommt die vermutete Magnetfeldabhängigkeit von x_{eff} deutlich zum Vorschein: Die maximale Abweichung vom theoretischen x_{eff} nimmt für kleine B signifikant zu.

Für das Material A (Probe 324) liefert eine analoge Vorgehensweise $x = 0.797\%$ (vs. 0.53% aus PL-Spektroskopie) und $x_{eff} = 0.726\%$ bei 1.4 K. Beim Abkühlen verringert sich x_{eff} ebenfalls, jedoch im deutlich geringeren Maße — bei der bereits im Vorabschnitt vorgestellten 50 mK-Messreihe gilt für alle Knoten einheitlich $x_{eff} = 0.679\%$. Eine Diskussion und Bewertung dieser Ergebnisse wird im nachfolgenden Abschnitt weitergeführt.

6.5. Quantenhalferromagnet (QHF)

Bei Hall-Messungen an Proben 223 und 323 — beide aus Mn-reichhaltigen Material B — wurden signifikante und reproduzierbare Einbrüche im Hall-Widerstand ρ_{xy} in der Nähe des $\nu = 2$ Hall-Plateaus festgestellt (Abb. 6.17). Bei näherer Betrachtung können weitere analoge Features bei kleineren Magnetfeldwerten identifiziert werden, wobei ρ_{xy} in einigen Fällen anstelle von Minima kleine Peaks aufweist. An gleichen Magnetfeldpositionen findet man im Längswiderstand ρ_{xx} Maxima, die nicht den gewöhnlichen SdHs zugeordnet werden können. Beide Merkmale sind typisch für QHF-Zustände — eine weitere Manifestation der starken sp-d-Austauschwechselwirkung (s. 3.3.2). Das Zustandekommen der spontanen Spinordnung impliziert einen gemeinsamen Schnittpunkt zweier LLs entgegengesetzter Spinpolarisation mit der Fermi-Energie. Dabei wird typischerweise nur das in B höchstgelegene Maximum als einziger „echter“ QHF-Zustand diskutiert (hier: Q1). Dieser Einschränkung widersprechen beispielsweise Messungen von De Poortere *et al.* an AlAs, bei denen eine Reihe von ρ_{xx} -Peaks konsistent als QHF-Phasenübergänge identifiziert wurden [67], sowie die Ergebnisse der selbst-konsistenten LL-Modellierung (s. 6.5.5). Im Folgenden wird

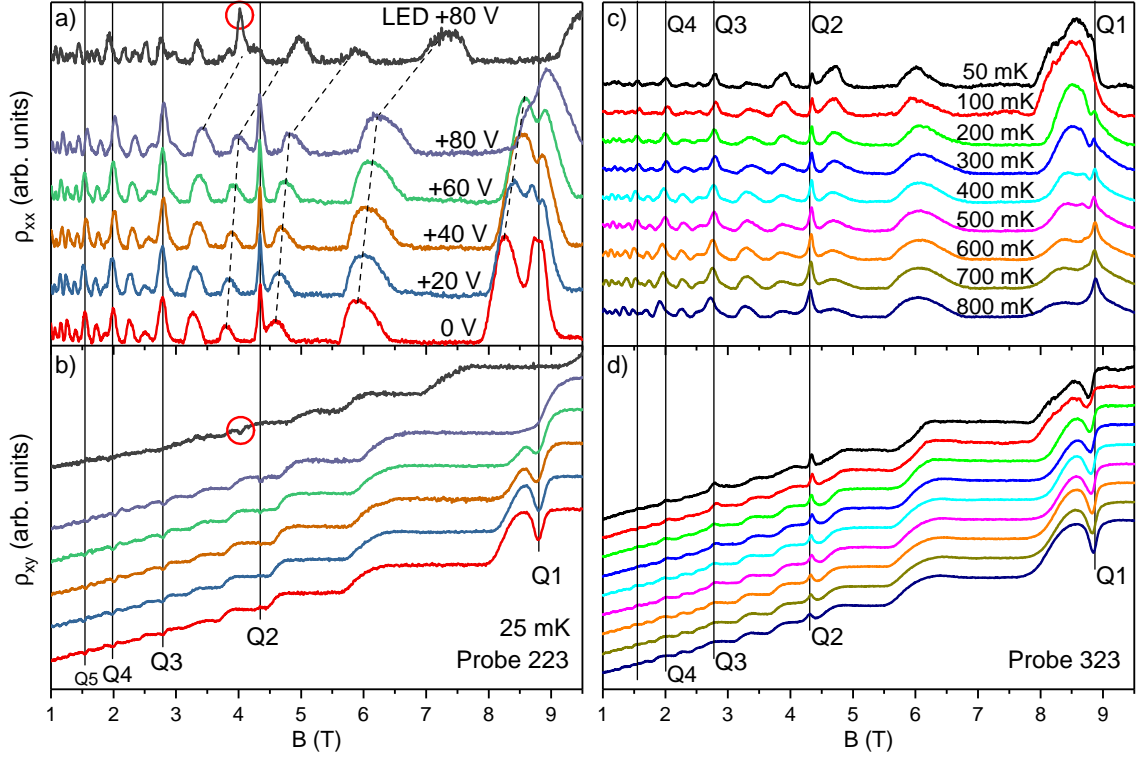


Abbildung 6.17: QHF-Zustände im ρ_{xx} und ρ_{xy} zweier Proben aus Material B ($x = 2.29\%$, gemäß 6.4.3). a,b) Probe 223: Fixierte Position der QHF-Features bei Änderung der Backgate-Spannung bzw. Ladungsträgerdichte. Kurve mit LED-Belichtung wird gesondert diskutiert. c,d) Probe 323: Annähernd fixierte Position der QHFs im Temperaturbereich 50–800 mK; genaue Extraktion in Abb. 6.18. Man beachte die unterschiedliche Form der Features in ρ_{xy} .

deshalb ein besonderes Augenmerk auf die Unterschiede zwischen den beobachteten Features gerichtet, wobei alle der Einfachheit halber als QHFs referiert werden.

Die Positionen der LL-Schnittpunkte hängen nicht von der Ladungsträgerdichte ab und skalieren folglich bei Änderung der letzteren nicht zusammen mit üblichen QHE-Features. Insbesondere stimmen die Positionen der QHF-Zustände für beide Proben (Abb. 6.17a,b bzw. 6.17c,d) sehr gut überein — obgleich unterschiedlicher Messbedingungen und Ladungsträgerdichten. Diese wichtige Eigenschaft der QHFs wird in Abb. 6.17a,b zusätzlich anhand von ρ_{xx} - und ρ_{xy} -Kurven für verschiedene Backgate-Spannungen im Bereich von 0–80 V demonstriert: Während sich die SdHs um ca. 5% verschieben⁹, bleiben die Positionen der QHFs exakt gleich — im Fall des Spikes

⁹der generell geringe Einfluss des Backgates wird durch den stark gesättigten PPE zusätzlich eingeschränkt

Q1 wird dies durch die Position des ρ_{xy} -Minimums belegt. Einen bemerkenswerten Spezialfall stellt die Messreihe mit aktiver LED-Belichtung in Abb. 6.17a: Die Position des Spikes Q2 verschiebt sich deutlich zu kleineren Magnetfeldern, während der Spike Q1 komplett verschwindet. Diese Anomalie wird in 6.5.3 diskutiert.

Der vermutlich für das Zustandekommen der QHF-Spikes in ρ_{xx} verantwortliche Mechanismus, und zwar die Streuung von Ladungsträgern über Domänenwände, kann nur in Bereichen ganzzahliger Füllfaktoren bzw. Quantenhall-Plateaus in ρ_{xy} für einen Widerstandsanstieg sorgen. Liegt nämlich ein LL-Schnittpunkt im Übergangsbereich zwischen zwei Plateaus, so ist die Streuung über das Probeninnere bereits maximal. Exemplarisch für dieses Verhalten ist die Evolution des QHF-Spikes Q1 in Abb. 6.17a,b: Bei Erhöhung der Gatespannung entfernt sich das Quantenhall-Plateau $\nu = 2$ immer weiter von Q1; dabei verschwinden sowohl der Spike in ρ_{xx} als auch der Einbruch in ρ_{xy} . Es bleibt unklar, ob das kleine Minimum in ρ_{xx} für $U_{BG} = 20\text{--}60\text{ V}$ als eine *Verringerung* der (maximalen) Streuung, bedingt durch Anwesenheit von spin-korrelierten Domänen, interpretiert werden kann.

Analog zum Beating-Pattern (6.4) lässt sich aus den Positionen der QHF-Spikes der Mn-Gehalt des Materials bestimmen. Neben der Verifizierung der aus dem Beating-Pattern extrahierten Werte x und x_{eff} wurden QHF-Messungen für Untersuchungen der zwei bereits beschriebenen Anomalien herangezogen: Temperaturabhängigkeit von x_{eff} sowie Stauchung von QHE-Features bei großen Kippwinkeln. Die beobachteten QHFs wiesen tatsächlich einige bemerkenswerten Diskrepanzen vom typisch beschriebenen Verhalten auf, die im Folgenden genauer diskutiert werden. Die Rolle der Füllfaktoren, die an Positionen der QHF-Übergänge vorliegen, sowie die Form der ρ_{xy} -Features werden im Unterabschnitt 6.5.4 behandelt. Eine Diskussion der winkelabhängigen Phänomene findet gesondert in 6.6.2 statt.

6.5.1. Temperaturabhängigkeit und Hysterese

Die Temperaturabhängigkeit der Form der Landau-Niveaus und damit der Position ihrer Schnittpunkte beruht auf der sp-d-Austauschwechselwirkung bzw. der darin enthaltenen Brillouin-Funktion. Letztere sättigt bei Erhöhung der Temperatur langsamer in B , d. h. der Verlauf des Zeeman-Terms flacht ab und Schnittpunkte zweier LLs mit entgegengesetzter Spinpolarisation verschieben sich zu kleineren Magnetfeldern. Bei sehr tiefen Temperaturen ist das Ausmaß dieses Effekts gering, da die relevanten LL-Schnittpunkte bei ausreichend hohen Magnetfeldern und damit im Bereich der Sättigung des Austauschterms liegen. Dies spiegelt sich im *nahezu* iden-

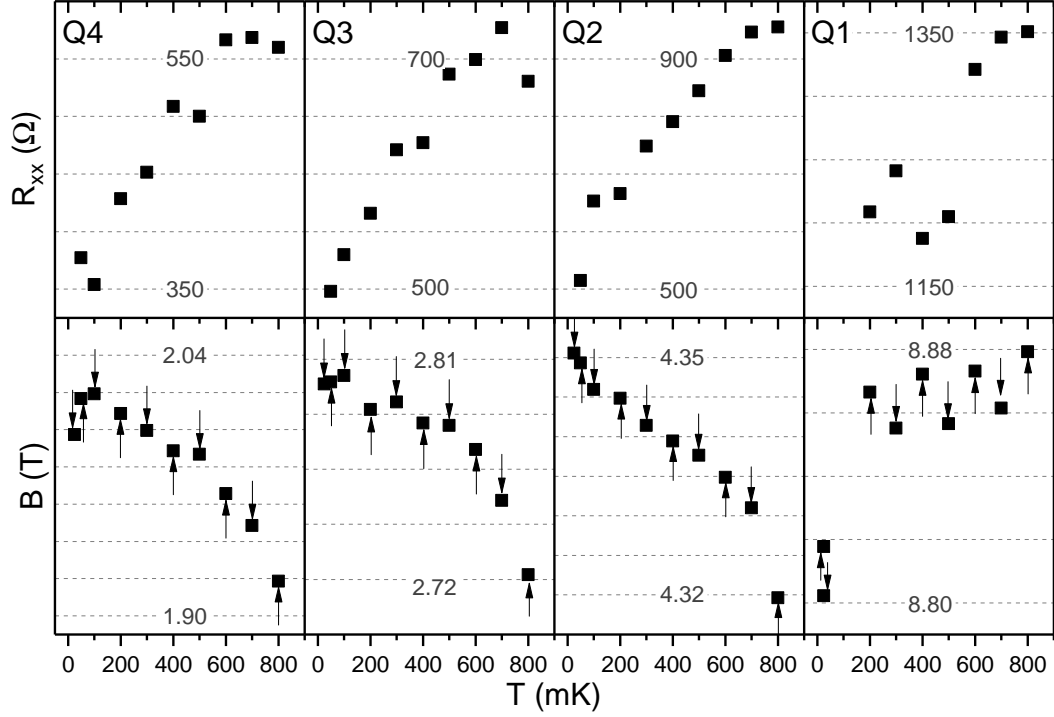


Abbildung 6.18: Temperaturabhängigkeit der Amplituden $R_{xx}(T)$ und Positionen $B_c(T)$ der QHF-Spikes Q1–Q4 (vgl. Abb. 6.17c). Pfeile markieren die jeweilige Magnetfeld-Sweeprichtung.

tischen Verlauf des Längssignals der Probe 323 für Temperaturen von 50–800 mK wider (Abb. 6.17c). Eine signifikante Verschiebung erfahren lediglich die Spikes bei kleinen Magnetfeldern (QHF-Spikes Q3, Q4), im nicht-gesättigten Bereich von E_Z . Während Q1 bei 50–100 mK mit dem SdH-Maximum verschmilzt und deshalb nicht auswertbar wird, belegt das ρ_{xy} -Signal dessen Existenz. Das erwartete Verschwinden der SdH-Maxima in der Nähe der QHF-Spikes — ein Indiz auf den Phasenübergang in den Ising-QHF-Grundzustand, in dem eines der beiden sich schneidenden LLs vollständig entleert wird — zeigt eine bemerkenswerte Temperaturabhängigkeit: Die abgeschwächte Ausprägung des QHF bei sehr tiefen Temperaturen, insbesondere in der Nähe des vermuteten magnetischen Phasenübergangs T_g , kann als ein Konflikt der beiden spin-korrelierten Effekte interpretiert werden.

In Abb. 6.18 sind die aus $\rho_{xx}(T)$ -Kurven extrahierten Amplituden und Magnetfeldpositionen der ersten vier QHF-Spikes Q1 bis Q4 dargestellt. Die Höhe aller Spikes skaliert zunächst mit der Temperatur, in Übereinstimmung mit Beobachtungen von Jaroszyński *et al.*[65]. Bei einer Temperatur T_C , die als Curie-Temperatur des QHF interpretiert wird, wird ein Maximum der Amplitude erwartet. Im Bereich

700–800 mK deutet sich bei allen vier Spikes tatsächlich eine Abflachung an, die jedoch aufgrund der geringer Anzahl von Messpunkten nicht eindeutig interpretierbar ist. Publierte Werte für T_C liegen für CdMnTe zwischen 1.3 K und 3 K, bei AlAs wurde $T_C \approx 500$ mK beobachtet [67]; außerdem wurde von Jaroszyński *et al.* auch eine reziproke Skalierung von T_C mit der Ladungsträgerdichte festgestellt [65]. Daher erscheint bei der PPE-gesättigten Probe mit $n_s \approx 5.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ auch ein Wert unterhalb von 1 K nicht unrealistisch.

Zusätzlich zur „normalen“ temperaturabhängigen Verschiebung der QHF-Spikes aufgrund der LL-Verformung wird unterhalb von T_C eine Hysterese in $\rho_{xx}(B)$ erwartet. Die alternierende Sweep-Richtung, in Abb. 6.18 mit Pfeilen markiert, erlaubt eine gleichzeitige Evaluierung beider Effekte. Die Positionen der QHF-Spikes Q2–Q4 verschieben sich bei Erhöhung der Temperatur erwartungsgemäß zu kleineren Magnetfeldern, jedoch kann keine Hysterese festgestellt werden. Diese Feststellung könnte prinzipiell auf einen abweichenden Charakter dieser QHF-Phasenübergänge hindeuten. Im Kontrast dazu sowie im Widerspruch zur Theorie steht die anomale Verschiebung des Spikes Q1 zu höheren Magnetfeldern. Gleichzeitig kann eine schwache Hysterese von ca. $\Delta B_C \approx 16$ mT festgestellt werden, vergleichbar mit den Ergebnissen von Jaroszyński *et al.* (ca. 20 mT bei 170 mK) [65]. Angesichts der Messauflösung von ca. 6 mT in diesem Magnetfeldbereich ist dieses Ergebnis aber eher qualitativ anzusehen.

6.5.2. Modellierung: Unabhängige Elektronen

In einem vereinfachten Modell wird die Wechselwirkung zwischen Elektronen aus unterschiedlichen Energieniveaus zunächst vernachlässigt. Damit können QHF-Übergänge nur genau in Schnittpunkten zweier Landau-Spin-Subbänder mit entgegengesetzter Spinausrichtung stattfinden:

$$E_{n,\downarrow}(B) - E_{n',\uparrow}(B) = 0, \quad (6.5)$$

wobei die Energie $E_{n,\uparrow\downarrow}$ der Subbänder durch Gleichung 3.44 gegeben ist. Damit lässt sich die obige Bedingung schreiben als:

$$(n - n') \hbar \omega_c = g^* \mu_B B + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{eff}} \right), \quad (n \geq n'). \quad (6.6)$$

Im Weiteren werden die Lösungen der obigen Gleichungen — nämlich die Schnittpunkte der Subbänder $n \downarrow$ und $n' \uparrow$ — mit (n, n') gekennzeichnet¹⁰. Da sämtliche

¹⁰Nicht zu verwechseln mit der gebräuchlichen alternativen Notation (ν, l) , bei der ν den Füllfaktor und l die Anzahl der unterhalb des Schnittpunktes liegenden polarisierten Subbänder notieren.

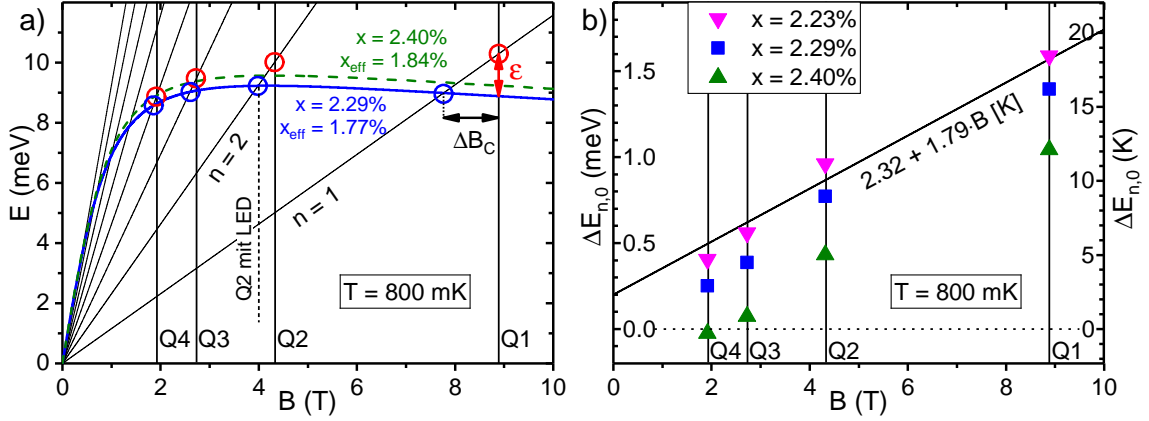


Abbildung 6.19: a) Im Rahmen der Approximation 6.5 modellierte Schnittpunkte $(n, 0)$ bei $T = 800$ mK mit $x = 2.29\%$ und $x_{\text{eff}} = 1.77\%$ (blau). Abweichende beobachtete Positionen Q1–Q4 (rot) der Phasenübergänge implizieren zusätzlichen Energiebeitrag ε . b) Energielücke zwischen $E_{n,\downarrow}$ und $E_{0,\uparrow}$ an Positionen Q1–Q4. Mn-Gehalt x beeinflusst fast ausschließlich die vertikale Verschiebung der Punkte. Eingezeichnet ist der empirische Korrekturterm für ALAs.

LL-Schnittpunkte $(n+a, 0+a)$ für $a \in \mathbb{N}$ im Energieschema $E(B)$ exakt übereinander liegen, reicht für die Diskussion ihrer *Positionen* im Magnetfeld die Betrachtung des untersten Up-Subbands bzw. der Schnittpunkte $(n, 0)$ ¹¹. Mit ganzzahligen LL-Indizes n entspricht dabei die obige Gleichung 6.6 der Bedingung für Amplitudenmaxima des bereits diskutierten Beating-Patterns (vgl. Gl. 6.1), wobei es sich bei QHF-Spikes um *tatsächliche* ρ_{xx} -Maxima handelt. Aufgrund der Unterdrückung der SdH-Amplitude in der Nähe der QHF-Spikes ist eine Unterscheidung zwischen den beiden Effekten in der Regel unproblematisch. In Analogie zum Beating-Pattern erlaubt Gl. 6.6 eine alternative Modellierung der QHF-Positionen als Schnittpunkte der *fixierten*, ganzzahligen Zyklotron-Geraden $n \cdot \hbar\omega_c$ mit geeigneten Zeeman-Kurven $E_Z(x, x_{\text{eff}})$.

Ein solches Modell ist in Abb. 6.19a für QHF-Spikes bei $T = 800$ mK sowie die zuvor aus dem Beating-Pattern ermittelten Parameter $x = 2.29\%$ und $x_{\text{eff}} = 1.77\%$ (vgl. 6.4.3) dargestellt. Durch die Wahl der Messreihe mit der höchsten Temperatur kann eine gemischte magnetische Phase bzw. ein abweichendes x_{eff} ausgeschlossen werden. Der Verlauf von E_Z (blau) folgt der prinzipiellen Anordnung der $(n, 0)$ -Schnittpunkte; er trifft die experimentellen QHF-Positionen (rote Kreise) zwar nicht exakt, bestätigt aber die Korrektheit der Argumentation bei der Diskussion des Beating-Patterns.

¹¹Die tatsächlichen Indizes (n, n') lassen sich mithilfe des Füllfaktor an der Position des jeweiligen QHF-Übergangs bestimmen (s. 6.5.4).

Die Abweichungen — sowohl in der Position (ΔB_c) als auch in der Energie (ε) — skalieren dabei merklich mit B . Tatsächlich kann man deutlich erkennen, dass die theoretischen (exakten) Schnittpunkte mit einer Zeeman-Kurve grundsätzlich nicht gefittet werden können (vgl. $x = 2.40\%$ durch Q4, grün). Stattdessen handelt es sich bei ε um einen zusätzlichen, für den Phasenübergang notwendigen Energiebeitrag, der im Rahmen der Approximation vernachlässigt wurde. Ohne Kenntnis der genauen Größe dieser Korrektur für jedes einzelne B ist eine genauere Bestimmung der tatsächlichen Position der LL-Schnittpunkte — und damit des Mn-Gehalts — nicht möglich.

In diesem Zusammenhang erscheint die beobachtete anomale Verschiebung des Q2-Spikes zu kleineren Magnetfeldern bei aktiver Belichtung interessant (Abb. 6.17a): Auffällig ist die sehr gute Übereinstimmung seiner Position mit dem tatsächlichen $(2,0)$ -Schnittpunkt (Abb. 6.19a). Dies deutet darauf hin, dass die für den Phasenübergang benötigte Energie nun von Photonen (1.92 eV) zur Verfügung gestellt wird, so dass sich der QHF-Zustand exakt im Schnittpunkt der LL-Subbänder ausbilden kann. Die Gültigkeit dieser Annahme hätte eine signifikante Bedeutung für die experimentelle Bestimmung des Mn-Gehalts, da letztere damit von der Problematik der unbekannten Energiekorrektur vollständig entkoppelt wäre. Speziell im vorliegenden Fall wäre der aus den BP-Messungen bestimmte Wert von $x = 2.29\%$ bestätigt. Während bei Spikes Q2–Q5 eine analoge Verschiebung ansatzweise erkennbar ist, bleibt die Ursache für das Fehlen des Spikes Q1 an der erwarteten Position $B \approx 7.8$ T unklar.

6.5.3. Modellierung: Korrekturterm

Die Elektron-Elektron-Austauschwechselwirkung mit dem besetzten $E_{0,\downarrow}$ -Landau-Niveau kann durch Einführung eines magnetfeldabhängigen Korrekturterms $\varepsilon(B)$ berücksichtigt werden:

$$E_{n,\downarrow}(B) - E_{0,\uparrow}(B) = \varepsilon(B), \quad n > 0. \quad (6.7)$$

Mit $\varepsilon > 0$ verschieben sich folglich die QHF-Übergänge, ausgehend vom jeweiligen LL-Schnittpunkt $(n, 0)$ ¹², zu höheren Magnetfeldwerten. Während die exakte Form der Korrektur bislang nicht bekannt ist, kann als erster Ansatzpunkt der für AlAs empirisch bestimmte Ausdruck dienen (in [K]) [67]:

$$\varepsilon(B) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cdot B_{\perp}, \quad (6.8)$$

¹²Man bedenke, dass auch die Energiedifferenz $E_{n+a,\downarrow}(B) - E_{0+a,\uparrow}(B)$ nicht von der Wahl der Indizierung $a \in \mathbb{N}$ abhängt.

mit $\varepsilon_1 = 2.32$ K und $\varepsilon_2 = 1.79$ K/T. Die lineare Abhängigkeit von B_\perp erscheint aus theoretischer Sicht plausibel [130], außerdem konnte mit Gl. 6.8 bei einigen Untersuchungen an CdMnTe die Position des (1,0)-Spikes gut modelliert werden [65][115]. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass bei Verwendung der Mn-Konzentration x als freien Fitparameter ein einzelner QHF-Spike trivialerweise immer gefittet werden kann.

Neben der Magnetfeldabhängigkeit der Korrektur stellten De Poortere *et al.* bei der Auswertung von mehreren QHF-Spikes eine nahezu lineare Skalierung von ε mit n fest [67]. Naheliegender Zusammenhang mit der Anzahl der unterhalb des jeweiligen Schnittpunkts liegenden spinpolarisierten Landau-Niveaus. Im Falle einer solchen Skalierung nimmt Gl. 6.7 folgende alternative Form an:

$$E_{n,\downarrow}(B) - E_{0,\uparrow}(B) = n \cdot \varepsilon(B), \quad n > 0. \quad (6.9)$$

Die Frage nach dem, für die untersuchten Proben, gültigen Ansatz kann mithilfe der Abb. 6.19 direkt beantwortet werden: Die Energielücken $\Delta E = E_{n,\downarrow}(B) - E_{0,\uparrow}(B)$ an den experimentell bestimmten Positionen der Spikes Q1–Q4 (roter Pfeil aus Abb. 6.19a) sind in Abb. 6.19b zusammen mit dem empirischen Verlauf von $\varepsilon(B)$ abgebildet. Die lineare Skalierung von ΔE mit B für alle n schließt einen Zusammenhang gemäß Gl. 6.9 aus. Auffällig ist zudem die gute Übereinstimmung der Steigung mit dem verwendeten Wert von ε_2 — auch für abweichende Werte von x . Dagegen reagiert die vertikale Verschiebung sehr sensibel auf jede Änderung von x , weshalb sich die verwendete Konstante ε_1 nicht eindeutig bewerten lässt. Nicht sinnvoll erscheint jedenfalls $\varepsilon_1 < 0$, d. h. eine negative Korrektur im Niedrigfeldbereich, wodurch höhere Werte für x ausgeschlossen werden können (vgl. $x = 2.40\%$ in beiden Teilabbildungen). Im Folgenden wird in Anlehnung an BP-Messungen $x = 2.29\%$ angenommen.

Man betrachte nun die zu Abb. 6.19b äquivalente Darstellung der Energielücken $\Delta E(B)$ bei verschiedenen Temperaturen im Intervall 25–800 mK (Abb. 6.20a): Erwartungsgemäß verschieben sich die Hochfeldspikes Q1 und Q2 nur unwesentlich und ergeben daher annähernd konstante ΔE -Werte. Dagegen weisen Spikes Q3 und Q4 bei Verringerung der Temperatur eine zunehmend signifikante Abweichung zu kleineren ΔE auf. Im Rückblick auf die Befunde bei BP-Messungen besteht eine naheliegende Erklärung wiederum in einer Verringerung von x_{eff} bei tiefen Temperaturen. Im Umkehrschluss lässt sich der identische Verlauf im Bereich der Spikes Q1 und Q2 mit einer rein paramagnetischen Phase identifizieren und als Referenz verwenden: Hier werden für alle T sowohl ein fixierter Wert $x_{eff} = 1.77\%$ (zu $x = 2.29\%$) als

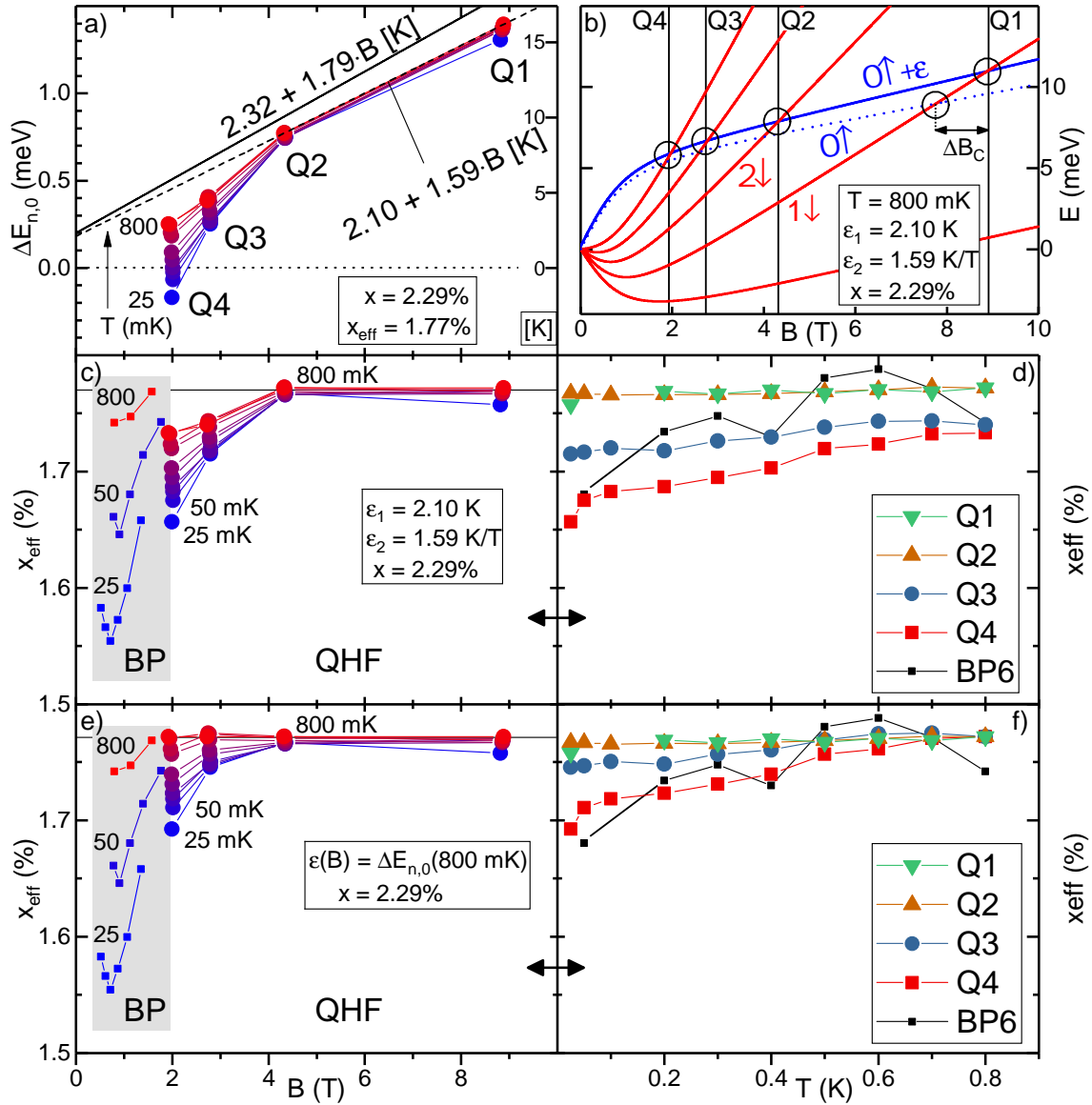


Abbildung 6.20: a) Energiedifferenz ΔE zwischen relevanten Landau-Niveaus mit $x = 2.29\%$ (und dem regulären $x_{\text{eff}} = 1.77\%$ gemäß Gl. 2.12) an den experimentell bestimmten Positionen der QHF-Spikes in Abhängigkeit von der Temperatur (vgl. Abb. 6.19). Eingezeichnet sind zwei Varianten der linearen Energiekorrektur gemäß Gl. 6.8. b) Modifizierter Landaufächer: Korrektur $\varepsilon(B)$ ist im Verlauf des $0 \uparrow$ -Niveaus berücksichtigt. Positionen der Spikes werden mit angegebenen Parameterwerten sehr genau modelliert. c) Effektiver Mn-Gehalt x_{eff} für jeden Datenpunkt aus [a] in Abhängigkeit von der jeweiligen Magnetfeld-Position der Spikes. Extraktion mittels Gl. 6.7. Vergleichsdaten: Ausgewählte Ergebnisse der BP-Auswertung (aus Abb. 6.16d). d) Temperaturabhängige Darstellung der Daten aus [c] sowie der Evolution des BP-Knotens zu $\tilde{n} = 6$ (aus Abb. 6.16c). e,f) Alternativer Ansatz: Verwendung des Verlaufs von ΔE bei 800 mK aus [a] als paramagnetische Referenz mit $x_{\text{eff}} = 1.77\%$.

auch eine strikte Einhaltung der Gl. 6.7 angenommen. Letztere Bedingung erfordert eine Anpassung der Korrekturparameter zu $\varepsilon_1 = 2.10$ K und $\varepsilon_2 = 1.59$ K/T (gestrichelte Linie in Abb. 6.20a). Die Auswirkung der Korrektur ε auf die Modellierung der QHF-Positionen kann mithilfe der umgeformten Gl. 6.7 visualisiert werden, indem $\varepsilon(B)$ zum $E_{0,\uparrow}(B)$ -Subband addiert wird. In Abb. 6.20b ist ein entsprechend modifizierter Landaufächer für den obigen Parametersatz und $T = 800$ mK dargestellt. Die $(n, 0)$ -Schnittpunkte weisen nun eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Spike-Positionen auf. Es sei erneut darauf hingewiesen, dass die bewusste Einschränkung der Modellierung auf die Schnittpunkte mit dem Subband $0 \uparrow$ einzig der Übersichtlichkeit dient; die tatsächliche Indexierung wird nachfolgend diskutiert.

Ausgehend von diesem Referenzzustand kann nun argumentiert werden, dass jede Abweichung der Korrektur ΔE vom linearen Verlauf einzig auf einen verringerten effektiven Mn-Gehalt $x_{\text{eff}} < 1.77\%$ zurückzuführen ist. Demzufolge wird Gl. 6.7 für jeden Datenpunkt aus Abb. 6.20a mit $x = 2.29\%$ und einem davon entkoppelten x_{eff} als freien Parameter gelöst. Die extrahierten Werte $x_{\text{eff}}(B)$ sind in Abb. 6.20c dargestellt und behalten erwartungsgemäß die prinzipielle Konstellation relativ zu $\varepsilon(B)$ (vgl. Abb. 6.20a). Insbesondere bleibt in diesem Bild auch der Knick bei Q2 erhalten: Obwohl dieser ein Einsetzen der gemischten magnetischen Phase suggeriert, ist seine Magnetfeldposition mit über 4 T mit den bereits vorgestellten BP-Messungen inkonsistent (vgl. Abb. 6.16d). Der entscheidende Widerspruch in Abb. 6.20c besteht aber darin, dass die postulierte Reduktion des effektiven Mn-Gehalts durch Bindung der Spins in SG-Clustern auch bei 800 mK festgestellt wird — weit oberhalb der kritischen Temperatur T_g . Während also die qualitative Skalierung von x_{eff} mit B und T außer Frage steht, erfordert eine quantitative Extraktion von x_{eff} die Klärung der Ursache für den Knick in Q2.

Angesichts des für alle Temperaturen *gemeinsamen* Knickpunkts besteht eine naheliegende Erklärung darin, dass die lineare Form der Korrektur $\varepsilon(B)$ eine zu starke Vereinfachung darstellt und die komplexe Wechselwirkung mehrerer LLs unzureichend genau beschreibt. Ein alternativer Ansatz, der keine Kenntnis des tatsächlichen Ausdrucks für $\varepsilon(B)$ voraussetzt, beruht auf der bereits geäußerten, berechtigten Annahme, dass bei 800 mK für alle Datenpunkte $x_{\text{eff}} = 1.77\%$ (zu $x = 2.29\%$) gilt, d. h. eine rein paramagnetische Phase vorliegt. Im Grunde wird also der 800-mK-Datensatz anstelle von $\varepsilon(B)$ als x_{eff} -Referenz verwendet; alle Abweichungen in ΔE werden nun relativ zu dieser ausgewertet. Die mithilfe dieses Ansatzes extrahierten x_{eff} -Werte sind in Abb. 6.20e dargestellt. Tatsächlich weist der kombinierte Verlauf aus BP- und QHF-Messungen nun eine höhere Konsistenz im Übergangsbereich auf.

Es sei darauf hingewiesen, dass eine vergleichbare Übereinstimmung auch durch eine vertikale Verschiebung aller QHF-Datenpunkte in Abb. 6.20c um ca. +0.04% erzielt werden kann. Dies gleicht einer Reduktion des Korrekturparameters ε_1 auf nahezu 0 (vgl. Verlauf von ε in Abb. 6.20a) und einer Erhöhung des verwendeten Referenzwerts x_{eff} von 1.77% auf 1.81%. Tatsächlich kann ein höherer Sättigungswert von x_{eff} bei starken Magnetfeldern als in Niedrigfeld-BP-Messungen ($B < 2$ T) nicht ausgeschlossen werden. Es sei außerdem an den BP-Datensatz bei 1.4 K erinnert, der einen noch höheren Wert von $x_{eff} = 1.99\%$ ergab (s. 6.4.3).

Schließlich wäre denkbar, dass die Diskrepanz zwischen BP- und QHF-Daten kein Skalierungsfehler ist, sondern auf unterschiedliche Entstehungsmechanismen beider Effekte zurückgeht: Sie beruhen beide auf dem komplexen Aufbau des Energieschemas mit vielen Schnittpunkten der spin-polarisierten LLs und skalieren deshalb mit x_{eff} . Während es sich beim Beating-Pattern jedoch um ein ausschließlich energetisches Phänomen handelt — Lage der Fermienergie im spinaufgespalteten $D(E)$ -Spektrum —, dient das Energieschema im Fall der QHF-Zustände als Grundlage für einen tatsächlichen Phasenübergang. Man bedenke, dass sowohl der Ising-QHF-Grundzustand als auch die vermutete spinglas-ähnliche Phase mit spin-korrelierten Domänen assoziiert werden. Ein Wechselspiel zwischen diesen könnte die für den QHF-Phasenübergang notwendige Energie herabsetzen — bei obiger Auswertung wäre dies von einer Verringerung von x_{eff} ununterscheidbar.

6.5.4. Füllfaktoren und ρ_{xy} -Features

Die bisherige Diskussion beschränkte sich bewusst nur auf QHF-Spikes im Längswiderstand ρ_{xx} , hauptsächlich um die bereits recht komplexen Landaufächer-Modelle nicht noch unübersichtlicher zu machen: Für die LL-Modellierung mittels Gl. 3.44 reicht nämlich die Kenntnis über Magnetfeldpositionen der Spikes aus, da alle jeweils in Frage kommenden LL-Schnittpunkte stets exakt übereinander in $E(B)$ liegen. Für diese ist auch die Anzahl der darunter liegenden *einzelnen*, spinpolarisierten Subbänder jeweils konstant, weshalb auch eventuelle Skalierungseffekte der Energiekorrektur aufgrund der Elektron-Elektron-Wechselwirkung ausgeschlossen sind — letztere konnten zudem auch experimentell grundsätzlich nicht festgestellt werden (vgl. 6.5.3). Repräsentativ für alle äquivalenten Möglichkeiten wurden deshalb die untersten Schnittpunkte zu Indizes $(n, 0)$ diskutiert. Unbeachtet blieben dabei die an Positionen der beobachteten QHF-Spikes vorliegenden Füllfaktoren. Diese geben die Anzahl der vollständig besetzten Landau-Subbänder an und erlauben damit eine

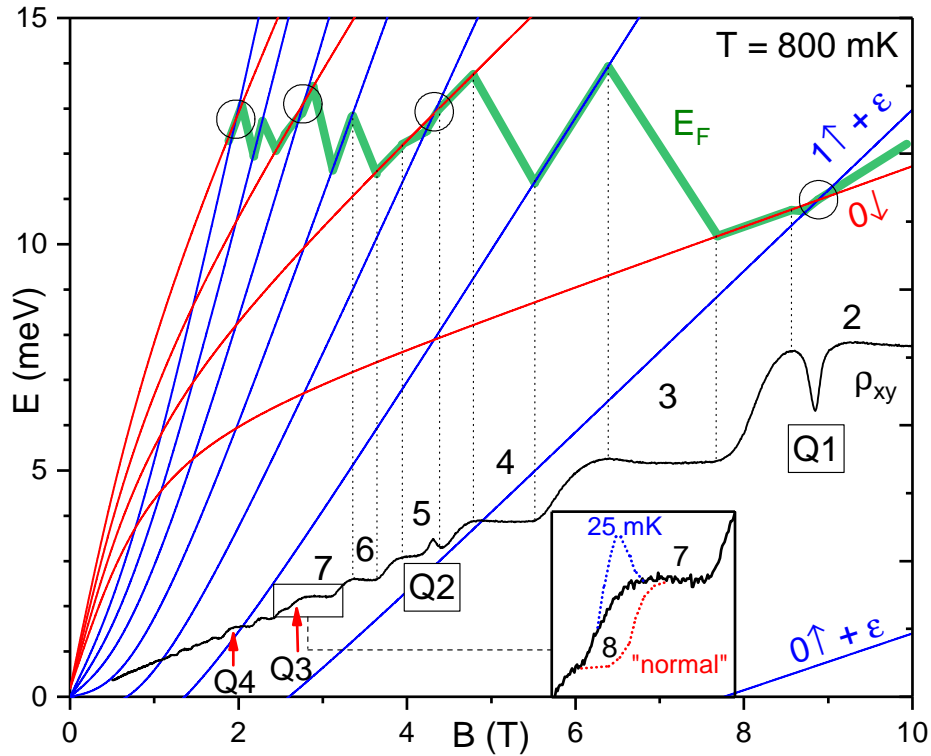
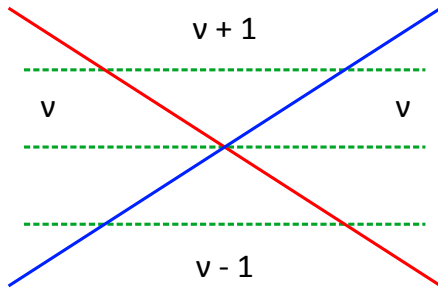


Abbildung 6.21: Landaufächer der Probe 323 ($x = 2.29\%$) bei 800 mK unter Berücksichtigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung. Aus den Positionen der Füllfaktoren im gemessenen Hall-Signals (schwarz) lässt sich der prinzipielle Verlauf der Fermi-Energie (grün) ableiten. Der Inset zeigt den komplexen ρ_{xy} -Verlauf in der Umgebung des QHF-Übergangs Q3.

Identifizierung der tatsächlichen LL-Schnittpunkte, Rückschlüsse auf den Verlauf der Fermi-Energie und, darauf aufbauend, eine Analyse der beobachteten ρ_{xy} -Features.

In Abb. 6.21 ist der Landaufächer aus Abb. 6.20b dargestellt, ergänzt um weitere relevante Spin-Up-Bänder, deren angepasster Verlauf die Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt. Ebenfalls eingezeichnet ist das dazugehörige gemessene Quanten-hall-Signal ρ_{xy} bei 800 mK samt jeweiliger Füllfaktoren. Für jeden Wert von B kann nun die Lage der Fermi-Energie (grün) sehr grob durch Abzählen der Subbänder abgeschätzt werden. So muss beispielsweise dem ausgedehnten Quanten-hall-plateau zu $\nu = 3$ eine Überquerung der Energielücke zwischen dem dritten (vollständig besetzten) und dem vierten (leeren) LL-Subband im gleichen Magnetfeldbereich entsprechen. Zunächst unberücksichtigt bleibt hierbei die Verbreiterung der Subbänder, deren Existenz aus den ausgedehnten Übergängen zwischen QH-Plateaus ersichtlich ist — entsprechende Korrekturen werden nachfolgend diskutiert.

Nichtsdestotrotz erlaubt auch das dargestellte, stark vereinfachte Modell der Fermi-Energie eine qualitative Beschreibung der QHF-Features in ρ_{xy} : Wie aus in Abb. 6.21 ersichtlich wird, kommen QHF-Übergänge stets dann zustande, wenn E_F einen Schnittpunkt zweier Subbänder (mit entgegengesetztem Spin) überquert. Am Beispiel von Q1 kann man außerdem erkennen, dass der Füllfaktor *vor und nach* dem Einbruch in ρ_{xy} genau 2 beträgt — in Einklang mit der Voraussetzung, dass QHF-Zustände nur im Bereich ganzzahliger ν entstehen können. Dies bedeutet, dass die Fermi-Energie auf beiden Seiten des LL-Schnittpunkts *zwischen* den zwei Niveaus liegt — und kreuzt diese nicht zwingend *exakt* in einem gemeinsamen Schnittpunkt.



Dabei können, abhängig von der Ladungsträgerdichte, die drei in der nebenstehenden Abbildung skizzierten prinzipiellen Konstellationen vorliegen: Verläuft die Fermi-Energie *oberhalb* des LL-Schnittpunkts, so durchquert sie einen kleinen Magnetfeldbereich mit um eins erhöhtem Füllfaktor — diesem folgend verbiegt sich das Hall-

Signal nach unten, in Richtung des nächst-unteren QH-Plateaus (vgl. Q1). Aufgrund der LL-Verbreiterung ist dieser Übergang ebenfalls nicht abrupt, vielmehr hängt die Ausprägung des Effekts von der genauen Lage von E_F in den überlagerten Zustandsdichten der beiden Subbänder ab. Analog impliziert ein Verlauf von E_F *unterhalb* des Schnittpunkts die Überquerung eines Bereichs mit um eins kleinerem ν und damit einen ρ_{xy} -Peak in Richtung des nächst-höheren Plateaus (vgl. Q2). Schließlich stellt ein *gemeinsamer Schnittpunkt* mit beiden Subbändern den Spezialfall mit konstantem ν und folglich ohne sichtbare ρ_{xy} -Features dar. Der beschriebene Zusammenhang zwischen Amplitude sowie Richtung der ρ_{xy} -Verbiegung und der Ladungsträgerdichte wurde von Z. Adamus gezielt durch stufenweise Anreicherung mittels LED-Belichtung untersucht und erfolgreich nachgewiesen [131]. Ein analoges Verhalten kann ansatzweise in der Evolution des ρ_{xy} -Features zu Q2 in Abb. 6.17b erkannt werden, wobei die Ladungsträgerdichte im gesättigten PPE-Regime durch ein Backgate nur um wenige Prozent verändert werden konnte.

Eine grundlegende Abweichung von der beschriebenen Erscheinungsform des Effekts findet man bei den QHF-Übergängen Q3 und Q4 (vgl. 6.21): Diese scheinen sich auf den ersten Blick bei Füllfaktoren 7 und 10 zu befinden. Jedoch kann man sich durch Abzählen der Subbänder leicht davon überzeugen, dass diese Konstellation nicht möglich ist: Seien mit „Qn“ die Positionen der Gruppen von LL-Schnittpunkten $(n + a, 0 + a)$, $a \in \mathbb{N}$ bezeichnet. Dann liegen unterhalb des untersten Schnittpunkts

$(n, 0)$ stets n einzelne Spin-Up-Bänder; die Schnittpunkte ohne QHF-Übergänge tragen trivialerweise jeweils 2 weitere Niveaus bei; schließlich ist im QHF-relevanten Schnittpunkt effektiv nur eins der spinpolarisierten Subbänder besetzt. Daraus folgt, dass an Positionen „Qn“ mit ungeradem n nur bei einem *geraden* Füllfaktor QHF-Zustände vorliegen können — und umgekehrt. Diese Bedingung ist für Q1 ($\nu = 2$) und Q2 ($\nu = 5$) erfüllt, aber nicht für Q3 zu $\nu = 7$ und Q4 zu $\nu = 10$.

Bei genauerer Analyse des ρ_{xy} -Signals fallen die anomalen Breiten der umliegenden Quantenhall-Plateaus auf: So ist das 7. Plateau breiter als das 6. Plateau, während das 8. Plateau kaum zu erkennen ist. Der „normale“, erwartete Verlauf ist für Q3 im Inset der Abb. 6.21 skizziert, wurde aber grundsätzlich in keiner Messreihe beobachtet. Eine Interpolation der Positionen der Füllfaktoren ergibt tatsächlich $\nu = 8$ und $\nu = 11$ für Q3 bzw. Q4 — damit stellt der beobachtete anomale Verlauf eine QHF-Verbiegung zu $\nu - 1$ dar. Noch stärker wird dieser Effekt bei sehr tiefen Temperaturen: Die Verbiegung setzt sich in Richtung des *übernächsten* Plateaus zu $\nu - 2$ fort (vgl. 25 mK-Kurve im Inset). Ein dazu erforderlicher Verlauf der Fermi-Energie ist sowohl kontraintuitiv als auch durch das vorliegende LL-Modell nicht plausibel zu begründen.

6.5.5. Selbst-konsistente LL-Modellierung

Im Rückblick auf die Diskussion im Vorabschnitt 6.5.3 ist festzustellen, dass die prinzipielle Schwierigkeit bei der *quantitativen* Modellierung der QHF-Zustände in der Notwendigkeit besteht, die Elektron-Elektron-Wechselwirkung zwischen verschiedenen Subbändern erst *nachträglich* in das bestehende LL-Modell in Form einer empirisch ermittelten Energiekorrektur zu implementieren. Naheliegend ist daher die Annahme, dass eine adäquate Beschreibung der beobachteten, komplexen QHF-Übergänge im Rahmen des resultierenden Modells grundsätzlich nicht möglich ist. In dieser Hinsicht erscheint der von Kunc *et al.* vorgeschlagene Ansatz vielversprechend [132]. Demnach kann die Spinaufspaltung Δ_s wie folgt formuliert werden:

$$\Delta_s = \Delta_Z + \Delta_{sd} + \Delta_{AF} + \alpha\Delta_s. \quad (6.10)$$

Die ersten beiden Terme — die normale Zeeman-Aufspaltung Δ_Z und die gigantische Zeeman-Aufspaltung aufgrund der s-d-Austauschwechselwirkung Δ_{sd} — entsprechen im Wesentlichen der bislang verwendeten Gl. 3.44. Darüber hinaus wird durch Δ_{AF} der Einfluss der antiferromagnetischen, paarweisen Kopplung zwischen benachbarten Mn-Ionen auf die durchschnittliche Spinpolarisation berücksichtigt [133]. Schließlich

implementiert der letzte Term die Elektron-Elektron-Wechselwirkung in Form einer *selbst-konsistenten* Kopplung. Ihre Stärke α ist reziprok proportional zur Fermi-Energie [134]:

$$\alpha \cong \frac{\Delta_0}{2E_F}, \text{ mit } \Delta_0 = 2.1 \text{ meV.} \quad (6.11)$$

Die Lage der letzteren ergibt sich aber wiederum aus der vorliegenden Konfiguration der Subbänder. Aufgrund dieser gegenseitigen Abhängigkeit zwischen Δ_s und E_F kann das Energieschema nicht direkt evaluiert werden, sondern muss iterativ durch abwechselnde Anpassung beider Größen berechnet werden, bis ein stabiler, *selbst-konsistenter* Zustand vorliegt.

Die technische Umsetzung des selbst-konsistenten Algorithmus ist deutlich komplexer als im Falle eines direkt auswertbaren, analytischen Ausdrucks für $E_{n,\uparrow\downarrow}$. Ein geeignetes Simulationsprogramm wurde von Wojtowicz *et al.* freundlicherweise zur Verfügung gestellt [135]. Neben einer Reihe von für CdMnTe wohl bekannten Größen enthält die Simulation drei probenspezifische Fitparameter, die sich in ihrem Einfluss auf das Energieschema erheblich unterscheiden und daher durch eine systematische Anpassung des letzteren an die experimentellen Daten ermittelt werden können: Der *Mn-Gehalt* x definiert (zusammen mit dem dazugehörigen x_{eff}) die Stärke der gigantischen Zeeman-Aufspaltung und damit die Form der Subbänder sowie die Magnetfeldpositionen ihrer Schnittpunkte. Da die Elektron-Elektron-Wechselwirkung im diskutierten Modell bereits berücksichtigt ist, liegen QHF-Zustände nun *exakt* in gemeinsamen Schnittpunkten zweier LLs mit E_F und ermöglichen deshalb eine sehr genaue Bestimmung von x . Die *Ladungsträgerdichte* n_s des 2DEGs gibt den Füllfaktor bei jedem B und damit die Lage der Fermi-Energie vor. Ausgehend von einem aus der ρ_{xy} -Steigung extrahierten Anfangswert kann n_s durch Angleichung von E_F an die ρ_{xx} -Plateaus verfeinert werden. Schließlich bestimmt die *Verbreiterung der Zustandsdichte* Γ in erster Linie die Form der E_F -Kurve und erlaubt eine Modellierung der ausgedehnten Übergänge zwischen ganzzahligen ρ_{xx} -Plateaus.

Der resultierende Landau-Fächer für Probe 323 bei 800 mK ist in Abb. 6.22 dargestellt. Es ist zu Abb. 6.21 äquivalent und bestätigt die bisherigen Erkenntnisse sowie die Korrektheit des skizzierten Verlaufs der Fermi-Energie. Die ermittelte LL-Verbreiterung von $\Gamma = 0.3 \text{ meV}$ ($\gg k_B T$) ist zur Veranschaulichung der Größenverhältnisse eingezeichnet, stellt aber in Wirklichkeit natürlich keine abrupte Grenze der Zustandsdichte dar. Der höhere Mn-Gehalt von $x = 2.61\%$ (vs. 2.29%) ist größtenteils auf die Verwendung einer alternativen Beziehung für $x_{eff}(x)$ (Gl. 2.11 statt 2.12) durch das Simulationsprogramm zurückzuführen und entspricht tatsächlich einem vergleichbaren x_{eff} von 1.86% (vs. 1.77%). In der Umgebung der QHF-Spikes

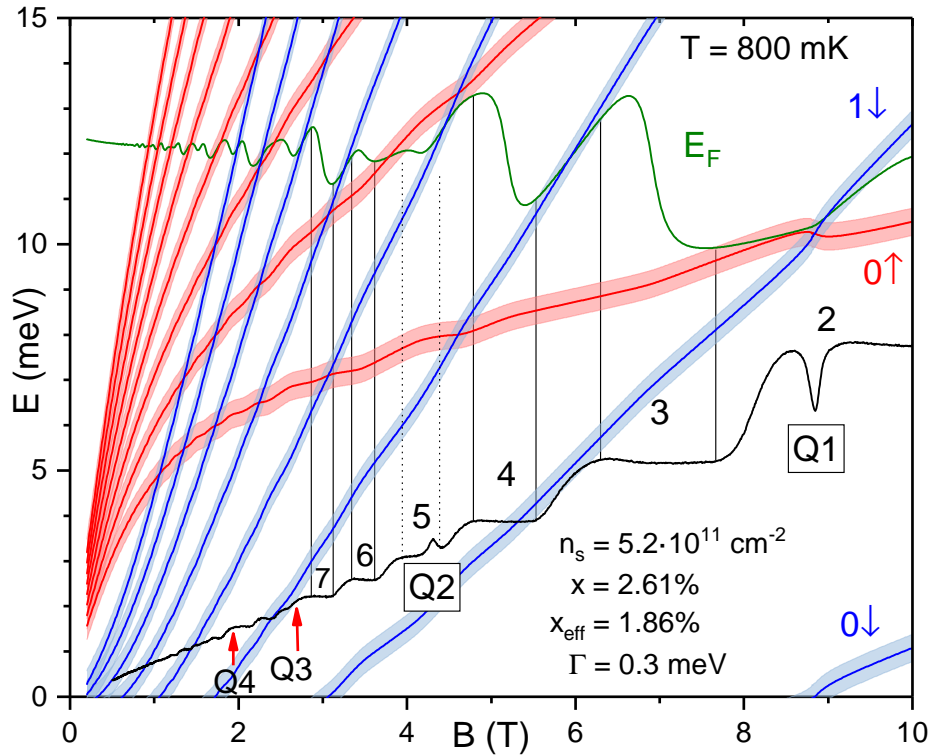


Abbildung 6.22: Selbst-konsistente Modellierung der Subbänder sowie der Fermi-Energie nach Kunc et al. [132]. Probe und Bedingungen äquivalent zu Abb. 6.21.

Q1 und Q2 kommt nun der Entstehungsmechanismus der dazugehörigen ρ_{xy} -Features deutlicher zum Vorschein: Die Fermi-Energie kreuzt die Subbänder *nicht* in einem gemeinsamen Schnittpunkt und verlässt vorübergehend die Γ -Bereiche hoher Zustandsdichte, wodurch die beobachtete Evolution der Füllfaktoren zustande kommt. Bei schwachen Magnetfeldern steigt die Anzahl der nah beieinander liegenden LLs zunehmend an und erfordert eine entsprechend höhere Auflösung der Simulation. Im Bereich der Spikes Q3 und Q4 reicht die Fitgenauigkeit für eine Modellierung des anomalen ρ_{xy} -Verhaltens nicht mehr aus.

Erwähnenswert: SDFT-Ansatz ohne Domänen

Auf der Suche nach einer quantitativen Beschreibung der QHF-Spikes haben Freire und Carlos Egues ein alternatives Modell zur Bestimmung des elektronischen 2DEG-Zustandes vorgeschlagen [136]: Im Rahmen der Spin-Dichtefunktionaltheorie (SDFT) wird anstelle des komplexen Problems der Mehrteilchen-Interaktion ein fiktives System von unabhängigen Elektronen betrachtet, welche dieselbe räumliche Elektronendichte $n(\vec{r})$ erzeugen und sich in einem von dieser abhängigen effektiven Potential ϑ_{eff}

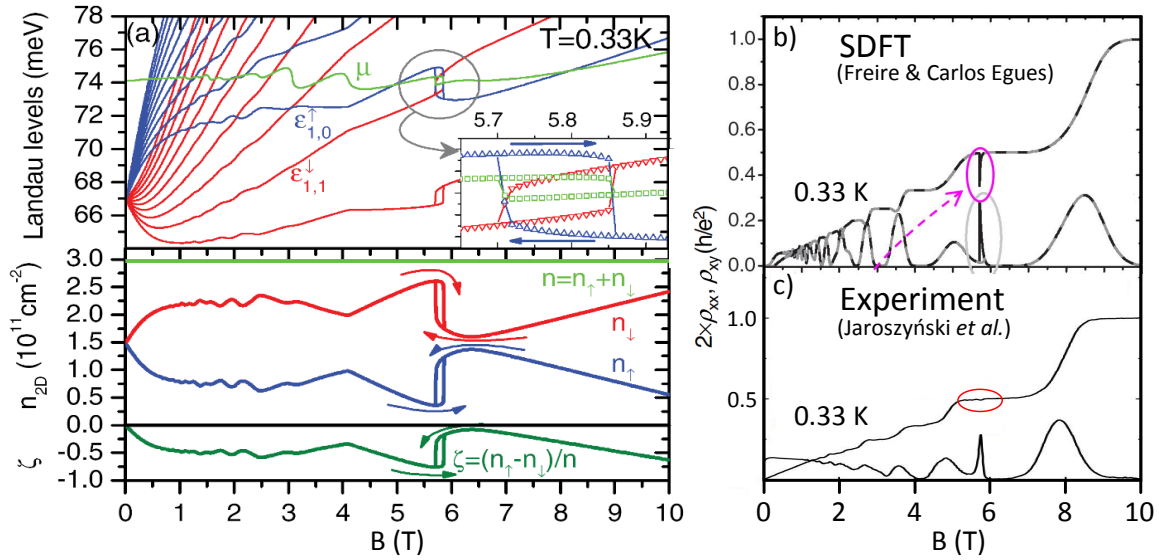


Abbildung 6.23: SDFT-Ansatz von Freire und Carlos Egues. a) Simulation für CdMnTe mit $n_s = 2.97 \cdot 10^{11}\text{ cm}^{-2}$ und $x \approx 1.37\%$ bei 330 mK : Landau-Fächer und Fermi-Energie, spin-abhängige Ladungsträgerdichte, Spin-Polarisation. b) Modellierter $\rho_{xx}(B)$ und $\rho_{xy}(B)$ zu [a] sowie c) reale Messdaten von Jaroszyński et al. (angepasst aus [136]/[65])

bewegen. Die dazugehörigen Eielektronen-Schrödingergleichungen, genannt *Kohn-Sham-Funktionen* [137], vereinfachen die Problemlösung erheblich und resultieren in einem komplexen Landau-Fächer (Abb. 6.23a). Eine vollwertige Modellierung des verwendeten Materials mithilfe der SDFT würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, deshalb werden an dieser Stelle lediglich einige auffallende Befunde erwähnt.

Die von Freire und Carlos Egues beschriebene Vorgehensweise setzt bei Anwendung auf magnetische 2DEG-Systeme sehr genaue Kenntnisse der Materialparameter, der Form des Potentialtopfes sowie des Mn-Profiles voraus, erlaubt jedoch die Ableitung einer Vielzahl weiterer Eigenschaften, u. a. quantitativer Ausdrücke für ρ_{xx} und ρ_{xy} . Das Modell erklärt sowohl die QHF-Spikes als auch die beobachtete Hysterese in ρ_{xx} in ihrer Nähe ohne das Konzept der Domänenwände miteinzubeziehen. Speziell die *Abwesenheit* der Hysterese, die bei Spikes Q2–Q4 festgestellt wurde, wird mit einer für den QHF-Phasenübergang unzureichenden Austauschenergie assoziiert. Gleichzeitig sagt das Modell an den Positionen der QHF-Spikes dazugehörige Einbrüche bzw. Peaks im ρ_{xy} -Signal zum benachbarten Hall-Plateau voraus (Abb. 6.23b). Zum Zeitpunkt der Publikation (2007) wurden solche ρ_{xy} -Features nur in einem deutlich geringeren Maße beobachtet (Abb. 6.23c) [65]. Dagegen sind analoge QHF-Features im Hall-Signal der oben diskutierten Proben 223 und 323 sehr stark ausgeprägt.

6.6. Anomale QHE-Verschiebung

Bei winkelabhängigen Messungen des Magnetotransports erwartet man, dass sämtliche von B_{\perp} abhängenden QHE-Features — Schubnikow-de-Haas-Oszillationen, Quanten-hall-Plateaus aber auch FQHE-Minima — gemäß der trivialen Relation $B(\theta) = B_{\perp} / \cos \theta$ im Gesamtfeld B skalieren (vgl. Gl. 3.16). Im Umkehrschluss sollten Messungen bei beliebigen Winkeln θ nach Umrechnung auf die B_{\perp} -Skala stets ein identisches Bild ergeben, d. h. jedes Feature sollte eine feste Position in B_{\perp} aufweisen. Bei FQHE-Messungen, die im nächsten Abschnitt 6.7 vorgestellt werden, wurde jedoch an allen drei untersuchten Proben eine anomale Abweichung von diesem selbstverständlichen Verhalten festgestellt (vgl. Abb. 6.33, 6.35b, 6.38d), die im Folgenden genauer erläutert wird. Da eine solche, anomale Verschiebung bei analogen Messungen am nicht-magnetischen CdTe nicht festgestellt wurde [115], ist ein Zusammenhang mit den magnetischen Ionen in CdMnTe naheliegend.

In Abb. 6.24 ist eine Reihe von ρ_{xx} -Messungen an FQHE-Probe 322 ($x = 0.24\%$) bei verschiedenen Kippwinkeln in B_{\perp} -Darstellung zu sehen. Die angegebenen Kippwinkel θ wurden mittels Angleichung der B_{\perp} -Positionen der ρ_{xx} -Peaks zu höheren ganzzahligen IQHE-Übergängen ermittelt, d. h. $\nu = 5 \rightarrow 4$ (P5), $\nu = 4 \rightarrow 3$ etc. Zu diesem Zweck wurde bei den meisten Messungen gezielt ein möglichst großer Magnetfeldbereich abgedeckt. Eine Fixierung der Positionen dieser Peaks in B_{\perp} erweist sich als eine berechtigte Annahme, da in diesem Fall *alle* weiteren IQHE-Peaks ($\nu > 5$) bei kleineren Magnetfeldern exakt übereinstimmen. Die Richtigkeit der auf diese Weise bestimmten θ wurde auch durch die analoge Anzeige des rotierenden Probenhalters bestätigt (unter Berücksichtigung des mechanischen Spiels), im Gegensatz zu alternativen Skalierungen.¹³

Eine auffällige Anomalie stellt die teils erhebliche, nicht-triviale Verschiebung der Hochfeld-Features zu kleineren B_{\perp} -Werten bei großen Kippwinkeln dar: Der rechte Peak P1 (zwischen $\nu = 4/3$ und 1) verschiebt sich ab ca. 24° mit steigendem Winkel θ zu immer kleineren Werten von B_{\perp} , während alle Peaks links davon, insbesondere P2, zunächst an ihren normalen Positionen bleiben. Im gewissen Maße könnte eine solche Verschiebung nahe des $4/3$ -Zustandes durch die Schließung des entsprechenden, stark ausgeprägten Minimums bei großen θ bedingt sein. Dennoch kann man bei $\theta \geq 30^{\circ}$ eindeutig erkennen, dass sich auch die Position des Minimums selbst signifikant verschiebt. Außerdem wandert P1 auch nach der vollständigen Schließung des $4/3$ -Minimums immer weiter nach links. Ab ca. 41° schließt sich der Peak P2 der

¹³z. B. einer Ausrichtung an P2, falls keine Niedrigfeld-Daten vorliegen.

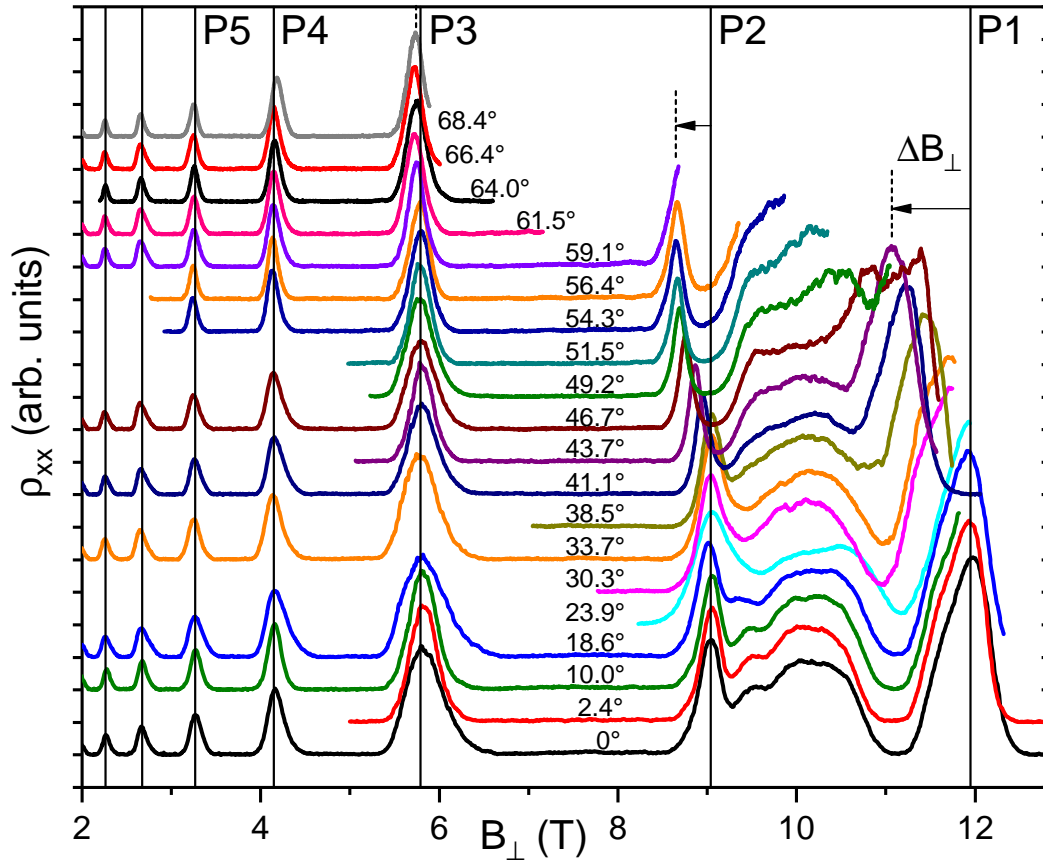


Abbildung 6.24: Längswiderstand ρ_{xx} der Probe 322 ($x = 0.24\%$) bei verschiedenen Kippwinkeln θ in B_{\perp} -Skalierung. Bei großen Winkeln und starkem Magnetfeld ist eine anomale Stauchung der QHE-Features zu erkennen.

Verschiebung an und wandert ebenfalls zu kleineren B_{\perp} -Werten — während andere Peaks ab P3 immer noch fixiert sind. Bemerkenswert ist die deutliche Sättigung der Verschiebung von P2 ab ca. 55° . Bei noch größeren Winkeln, ab ca. 60° , kann schließlich eine geringfügige Verschiebung des Peaks P3 erkannt werden.

Neben mehrerer Proben aus Material E ($x = 0.24\%$) wurde ein vergleichbares, anomales Verhalten auch an Proben aus Mn-reichhaltigerem Material B ($x = 2.29\%$) beobachtet. Daraufhin wurde eine Reihe von Untersuchungen durchgeführt, speziell mit dem Ziel, die beobachtete Verschiebung möglichst vielseitig zu charakterisieren. Aus experimenteller Sicht sind zunächst die zwei unmittelbar zugänglichen, äußeren Merkmale des Effekts zu identifizieren: der Auslöser (Ursache) und die für die beobachtete Verschiebung in B_{\perp} verantwortliche Größe. Es sei angemerkt, dass ρ_{xx} -Peaks per se keine zuverlässigen Signalmerkmale darstellen, da ihre Form — und damit genaue Position des jeweiligen Maximums — von vielen weiteren Faktoren

(LL-Verbreiterung, Überlagerung anderer QH-Phänomene etc.) indirekt beeinflusst wird. Dies wird teilweise durch die große Anzahl der entsprechenden Datenpunkte kompensiert, die in einem breiten Magnetfeldbereich und bei vielen Kippwinkeln erfasst werden konnten. Die endgültige Validierung der diskutierten Zusammenhänge erfolgte stets anhand der Evolution der FQHE-Minima, die eine eindeutige Identifizierung der tatsächlichen Magnetfeldpositionen erlauben, aber nur in einem sehr kleinen Magnetfeldbereich vorliegen.

Die Positionen der QHE-Features im Magnetfeld werden durch Gl. 3.16 beschrieben. Folglich kommen bei einer zusätzlichen Verschiebung nur die Ladungsträgerdichte n_s und die senkrechte Magnetfeldkomponente B_\perp als veränderliche Parameter infrage. In Abb. 6.24 stimmen alle QHE-Features (sowohl ρ_{xx} als auch ρ_{xy}) bei kleineren Magnetfeldern in der B_\perp -Darstellung stets exakt überein, während sich Hochfeld-Features verschieben. Es handelt sich also nicht um eine einheitliche Skalierung, sondern um eine magnetfeldabhängige Stauchung — die relativen Abstände der Features bleiben nicht erhalten. Damit kann eine *generelle* Verringerung der Ladungsträgerdichte bereits ausgeschlossen werden.¹⁴ Falls der beobachtete Effekt tatsächlich auf eine verminderte *momentane* Ladungsträgerdichte zurückzuführen ist, muss diese folglich magnetfeldabhängig sein. Die alternative Erklärung — eine Verschiebung mittels direkter Änderung von B_\perp — setzt die Entstehung einer zusätzlichen B_\perp -Komponente voraus, die das externe Feld *verstärkt*. Beide Möglichkeiten sind allein auf Basis ihrer Auswirkung auf die B_\perp -Positionen der Signalfeatures ununterscheidbar, deshalb wird die B_\perp -Skala im Folgenden als einheitliches und anschauliches Maß der Verschiebung verwendet.

Wird die Probe bei einem fixierten B_\perp verkippt, so spüren QHE-Merkmale ein immer stärkeres Gesamtfeld B sowie eine zusätzliche in-plane Komponente B_\parallel — beide Größen kommen deshalb als mögliche Auslöser des Effekts in Frage. In Abb. 6.25 ist die relative B_\perp -Verschiebung der QHE-Features P1–P5 aus Abb. 6.24 in zwei entsprechenden Skalierungen zu sehen: In der Gesamtfeld-Darstellung (Abb. 6.25a) ist kein Zusammenhang zwischen den Verschiebungen der Peaks P1–P3 zu erkennen — der Effekt manifestiert sich jeweils in unterschiedlichen Magnetfeldbereichen. Im Gegensatz dazu setzt die Verschiebung in der B_\parallel -Darstellung (Abb. 6.25b) annähernd synchron ein und sättigt ebenfalls bei einem einheitlichem Wert. Dieses starke Indiz für die Korrektheit der B_\parallel -Skalierung erlaubt eine Identifizierung der in-plane Komponente des Magnetfeldes als Auslöser der Verschiebung.

¹⁴Eine erneute, intensive Belichtung der Probe bestätigte zudem die unverminderte Sättigung des PPE während sämtlicher Messungen.

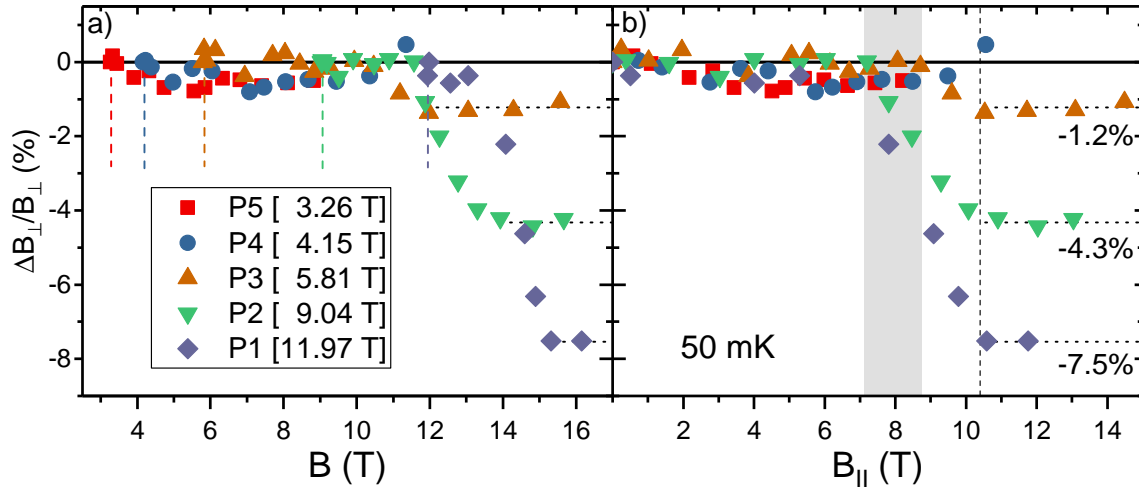


Abbildung 6.25: Relative Verschiebung der QHE-Features P1–P5 aus Abb. 6.24 gegenüber ihren Positionen bei $\theta = 0^\circ$ in Abhängigkeit vom a) Gesamtfeld B sowie b) seiner in-plane Komponente B_{\parallel} .

Ungeklärt bleibt die unterschiedliche *maximale* Verschiebung der Peaks P1–P3 im Sättigungsregime bei einem identischen in-plane Feld. Zu den naheliegenden Kandidaten gehören die unterschiedlichen B_{\perp} -Positionen der Peaks bzw. das Verhältnis B_{\parallel}/B_{\perp} (falls die Ausrichtung der Spins eine Rolle spielt), das entsprechend variierende Gesamtfeld B sowie die jeweiligen Füllfaktoren. Ein trivialer Zusammenhang, der die festgestellte Skalierung mithilfe der genannten Parametern erklären würde, konnte allerdings nicht hergestellt werden.

6.6.1. Temperatur und Ladungsträgerdichte

Anhand derselben Probe 322 wurde als nächstes der Einfluss der Temperatur und Ladungsträgerdichte auf die anomale Verschiebung untersucht. Diese Probenparameter erscheinen insbesondere im Hinblick auf den möglichen magnetischen Charakter der Anomalie vielversprechend und können im Experiment leicht variiert werden. In beiden Fällen wurden Messungen bei $\theta = 46.6^\circ$ durchgeführt, wobei Abb. 6.24 die Wahl des Winkels begründet: Der Peak P2 weist eine deutliche, aber noch nicht gesättigte Verschiebung auf — es ist also Spielraum in beide Richtungen vorhanden, daher sollte dieser Zustand sehr empfindlich auf Änderungen der zugrunde liegenden Parameter reagieren. Gleichzeitig bleibt der Peak P3 fixiert und kann für den Positionsabgleich verwendet werden.

In Abb. 6.26a sind ρ_{xx} -Kurven bei $\theta = 46.6^\circ$ und drei verschiedenen Temperaturen

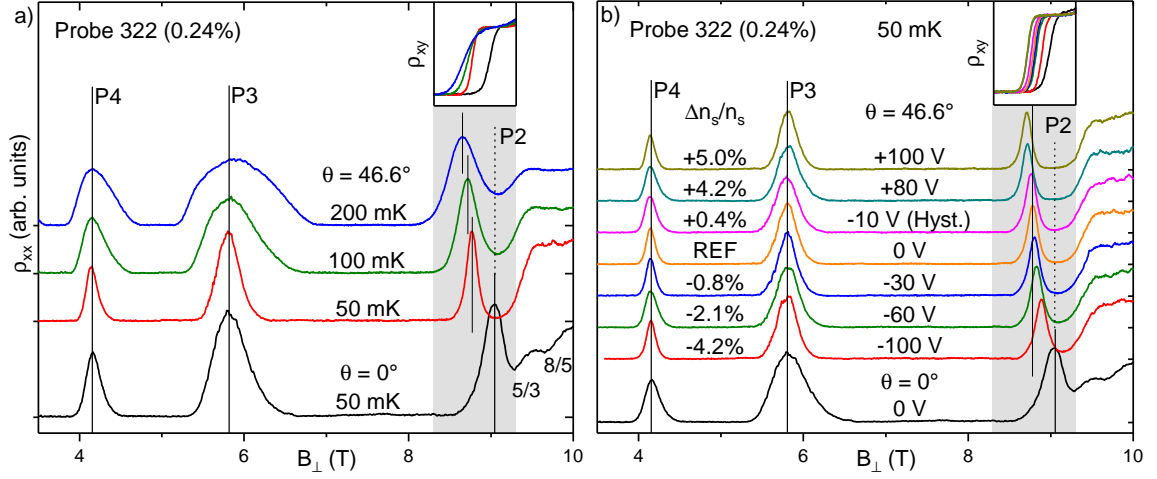


Abbildung 6.26: Verschiebung des P2-Peaks in ρ_{xx} bei $\theta = 46.6^\circ$ in Abhängigkeit von der a) Temperatur und b) Backgate-Spannung. Referenzkurve $\theta = 0^\circ$ (schwarz) aus Abb. 6.24. Kurven in b) auf 0V-Referenz (REF, $n_s = 3.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) normiert, die tatsächliche Skalierung (entspricht $\Delta n_s/n_s$ sowie $\Delta B_{\perp}/B_{\perp}$) ist angegeben.

sowie die 0° -Referenzkurve aus Abb. 6.24 in B_{\perp} -Skalierung dargestellt. Mit steigender Temperatur driftet der Peak P2 zu kleineren B_{\perp} , entfernt sich also noch weiter weg von der normalen Position. Jedoch verraten sowohl der lediglich abflachende, aber nicht verschobene Verlauf von ρ_{xy} (Inset) als auch die unveränderte Position der 5/3-Minimums in ρ_{xx} , dass es sich nicht um eine Verschiebung, sondern nur um eine temperaturbedingte Verbreiterung des Peaks P2 handelt. Bei noch höheren Temperaturen wird eine vollständige Unterdrückung der FQHE-Zustände und die damit verbundene Umformung des ρ_{xx} - sowie ρ_{xy} -Verlaufs erwartet. Ein Zusammenhang zwischen der Temperatur und der anomalen Abweichung der P2-Position gegenüber der Referenzkurve kann anhand der dargestellten Messreihe also *nicht* festgestellt werden.

In Abb. 6.26b ist eine analoge Messreihe für verschiedene Backgate-Spannungen von -100 V bis $+100 \text{ V}$ dargestellt. Da die veränderte Ladungsträgerdichte in einer entsprechenden Skalierung in B_{\perp} resultiert, sind alle Kurven zwecks besserer Vergleichbarkeit auf die 0 V-Messreihe normiert — die tatsächliche relative Änderung der Ladungsträgerdichte ist jeweils angegeben. Auch in diesem Fall ist eine deutliche Verschiebung des Peaks P2 zu erkennen, wobei jedoch diesmal sowohl der ρ_{xy} -Verlauf als auch das 5/3-Minimum diesem Verhalten folgen: Die Stärke der Stauchung wird also tatsächlich von U_{BG} beeinflusst.

Diese wichtige Feststellung kann nun genauer analysiert werden, indem die relati-

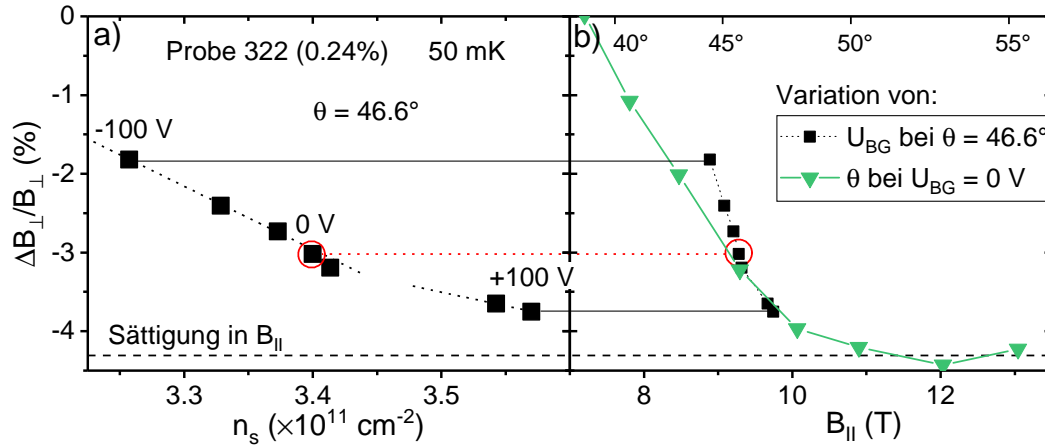


Abbildung 6.27: a) Relative B_{\perp} -Verschiebung des Peaks P2 aus Abb. 6.26b bei $\theta = 46.6^\circ$ in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte. b) Analoge Verschiebung von P2 im in-plane Magnetfeld B_{\parallel} aus Abb. 6.25b ohne Backgate-Spannung.

ve Verschiebung des Peaks P2 in B_{\perp} in Abhängigkeit von n_s betrachtet wird (Abb. 6.27a): Eine Verringerung der Ladungsträgerdichte führt zu einer direkt proportionalen Abschwächung der Verschiebung. Eine vollständige Aufhebung des Effekts wäre in diesem Fall bei ca. $3.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ zu erwarten.¹⁵ Bei Anreicherung der Ladungsträgerdichte vergrößert sich die Verschiebung, zeigt aber auch eine Tendenz zur Abflachung bzw. Sättigung. Im Direktvergleich mit der vorher diskutierten Verschiebung des Peaks P2 in Abhängigkeit von Kippwinkel θ (Abb. 6.27b) kann man klar erkennen, dass ein Teil der erzielten Verschiebung *direkt* durch die Skalierung der Magnetfeldpositionen mit n_s und damit der B_{\parallel} -Komponente in P2 zustande kommt. Bei positiven Backgate-Spannungen kann neben diesem Zusammenhang tatsächlich keine zusätzliche Wirkung der erhöhten Ladungsträgerdichte festgestellt werden. Es sei gesondert darauf hingewiesen, dass die anomale Verschiebung in diesem Fall allein durch Variation der in-plane Komponente B_{\parallel} -Komponente merklich beeinflusst wird — bei unverändertem Kippwinkel θ , wodurch eine Reihe von geometrischen Erklärungen direkt ausgeschlossen wird. Dagegen wird die Verschiebung bei negativen Werten von U_{BG} , d. h. bei einer Verringerung der Ladungsträgerdichte, merklich schneller unterdrückt, als durch die B_{\parallel} -Skalierung allein.

Es stellt sich die Frage, ob eine *unmittelbare* Kausalität zwischen der Ladungsträgerdichte und der beobachteten Peak-Verschiebung überhaupt plausibel ist: Einen möglichen Hinweis liefert folgende Argumentation, mit Bezug auf Abb. 6.27a und

¹⁵Ausgehend von einem PPE-gesättigten Zustand war dieser Wert mittels Backgate nicht mehr zu erreichen.

Position von P2 in Abb. 6.26b: Eine *Verringerung* der Ladungsträgerdichte führt im Experiment zu einer *Abschwächung* der anomalen Verschiebung, d. h. der Peak wandert zu *größeren* B_{\perp} -Werten. Eine derartige Verschiebung würde man jedoch bei einer *Erhöhung* der Ladungsträgerdichte erwarten (vgl. Gl. 3.16). Diese sich selbst entgegenwirkende Konstellation stellt einen offensichtlichen Widerspruch dar und spricht damit gegen den direkten Wirkungsmechanismus ($n_s \rightarrow \Delta B_{\perp}$). Wird die Verschiebung dagegen durch eine zusätzliche B_{\perp} -Komponente verursacht, so könnte die Ladungsträgerdichte durchaus die Rolle eines Modulationsparameters spielen, indem sie beispielsweise das Kollektivverhalten der Elektronen beeinflusst.

6.6.2. Winkelabhängigkeit der QHF-Zustände

Im Abschnitt 6.5 wurden QHF-Zustände im Material B mit $x = 2.29\%$ untersucht. Dabei wurden winkelabhängige Messungen zunächst absichtlich ausgelassen, da bei diesen ebenfalls ein anomaler Anteil der Verschiebung vermutet wurde. Im Kontext der festgestellten Regelmäßigkeiten der anomalen QHE-Verschiebung können nun auch die QHF-Messdaten anhand der Probe 323 diskutiert werden. Es sei betont, dass es sich dabei um ein anderes CdMnTe-Material, mit einem wesentlich höheren Mn-Gehalt (2.29% vs. 0.24%) handelt. Außerdem wurden alle im Folgenden vorgestellten Messungen bei 800 mK durchgeführt, um bestmögliche Auflösbarkeit der QHF-Spikes zu gewährleisten (vgl. Abb. 6.17b).

Die Motivation für die Untersuchung der Verschiebung anhand der QHFs rührt von ihrer Unempfindlichkeit gegenüber Änderungen der Ladungsträgerdichte her: Wird die Verschiebung der QHE-Features tatsächlich durch letztere vermittelt, so wären die QHF-Spikes davon nicht direkt betroffen, d. h. sie würden sich nicht zusammen mit anderen Features verschieben.¹⁶ Andernfalls müsste der Effekt von einer zusätzlichen B_{\perp} -Komponente stammen. Eine kombinierte Auswertung von QHE- und QHF-Features ermöglicht also eine Unterscheidung zwischen den möglichen Mechanismen der anomalen Verschiebung.

In Abb. 6.28 ist der Verlauf des Längssignals ρ_{xx} in B_{\perp} -Skalierung und in Abhängigkeit vom Kippwinkel θ dargestellt. Die auffälligste Besonderheit ist die beachtliche Verschiebung des QHF-Spikes Q1 zu *höheren* Magnetfeldern — im Widerspruch zur Theorie, wie im Weiteren gezeigt wird. Die Verschiebung anderer QHF-Spikes Q2–Q4 ist zwar wesentlich geringer, wechselt jedoch auf nicht-triviale Weise die Richtung.

¹⁶Dies schließt natürlich ein *Verschwinden* der QHF-Spikes bei einer „ungünstigen“ Lage der Fermi-Energie bzw. Spike-Position im Übergangsbereich zwischen ganzzahligen Füllfaktoren nicht aus.

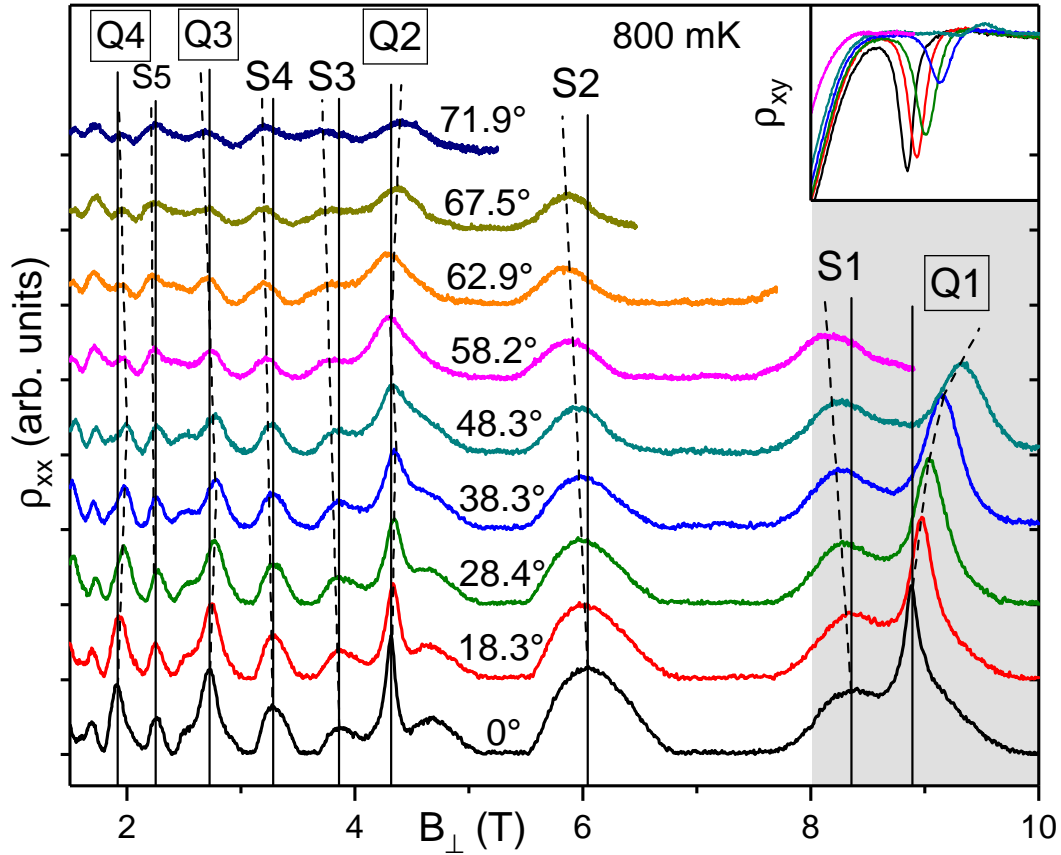


Abbildung 6.28: Längswiderstand ρ_{xx} der Probe 323 ($x = 2.29\%$) bei verschiedenen Kippwinkeln θ und $T = 800 \text{ mK}$ in B_{\perp} -Skalierung. Verschiebung ausgewählter SdH- und QHF-Features (mit S bzw. Q markiert) folgt prinzipiell unterschiedlichen Schemas. Inset verdeutlicht die entgegengesetzten Verschiebung von S1 und Q1 im ρ_{xy} -Signal. $n_s = 4.65 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu \approx 62000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

Im Gegensatz dazu weisen die ausgewählten QHE-Merkmale S1–S5 eine einheitliche Verschiebung zu kleineren Magnetfeldern, im Einklang mit den Messungen an Probe 322. Besonders deutlich ist die prinzipiell unterschiedliche Evolution der QHE- und QHF-Features anhand des ρ_{xy} -Signals in der Umgebung von Q1 und S1 zu erkennen (Inset in Abb. 6.28). Diese Befunde werden nun analog zur Vorgehensweise aus dem Vorabschnitt analysiert, indem die relative B_{\perp} -Verschiebung der Features aus Abb. 6.28 gegen die in-plane Komponente des Magnetfeldes B_{\parallel} aufgetragen wird (Abb. 6.29). Dabei werden QHE- und QHF-Features zwecks besserer Übersichtlichkeit separat behandelt.

Wie der Abb. 6.29a zu entnehmen ist, verschieben sich sämtliche SdH-Peaks mit steigendem B_{\parallel} nicht nur *synchron*, sondern auch mit gleicher relativer Amplitude

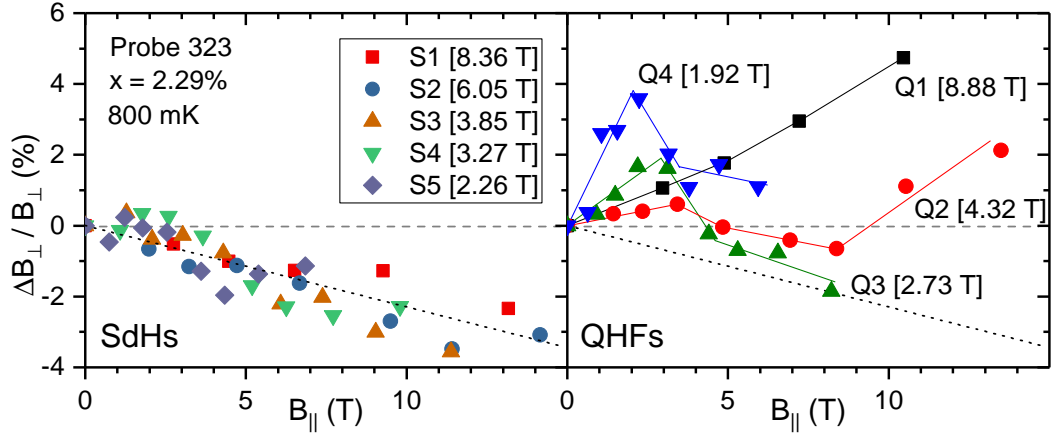


Abbildung 6.29: Relative Verschiebung der Features aus Abb. 6.28, gruppiert nach Typ: a) SdHs b) QHFs. Angegeben sind B_{\perp} -Positionen der Merkmale bei 0° .

zu kleineren B_{\perp} -Werten. Im Kontrast zu den bisherigen Beobachtungen (vgl. Abb. 6.25b) setzt die Verschiebung direkt bei $B_{\parallel} = 0$ T ein; bis $B_{\parallel} = 14$ T ist außerdem keine Sättigung zu erkennen. Diese Diskrepanzen sind vermutlich auf den höheren Mn-Gehalt der Probe 323 zurückzuführen. Die maximale Amplitude der Verschiebung bewegt sich mit 3–4% in der gleichen Größenordnung wie die von P2 aus Abb. 6.25b. In Abb. 6.29b ist die deutlich komplexere Evolution der QHF-Zustände zu sehen. Um dieses Verhalten zu verstehen, ist es notwendig, zwischen der normalen winkelabhängigen Verschiebung der QHF-Zustände und einem eventuellen anomalen Anteil unterscheiden zu können.

Normale und anomale QHF-Verschiebung

Die erwartete, *normale* Verschiebung der QHF-Übergänge in Abhängigkeit vom Kippwinkel θ kann mithilfe der Gl. 6.7 berechnet werden:

$$n \cdot \hbar\omega_c - \varepsilon(B) = g^* \mu_B B + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{eff}} \right). \quad (6.12)$$

Der Zyklotronterm und die Energiekorrektur ε hängen nur von B_{\perp} ab und spielen damit bei Verkipfung der Probe keine Rolle — solange B_{\perp} selbst keine anomale Komponente aufweist. Der normale Zeemanterm sowie die Brillouin-Funktion im Austauschterm skalieren dagegen beide mit B , wodurch sich die LL-Schnittpunkte bei größeren θ stets zu höherem Gesamtfeld B verschieben. Bei Umrechnung dieser Verschiebung auf die hier relevante B_{\perp} -Skala resultiert die komplexe, gemischte Abhängigkeit des obigen Ausdrucks von B und B_{\perp} in einer ebenso nicht-trivialen Abhängigkeit der relativen Verschiebung ΔB_{\perp} von θ .

Das Zustandekommen der normalen QHF-Verschiebung auf der B_{\perp} -Skala kann anschaulich anhand der konkreten QHF-Zustände Q1–Q4 erläutert werden. Auf der linken Seite der Abb. 6.30 finden sich Ausschnitte des mittels Gl. 3.44 berechneten Energieschemas in der Umgebung des jeweiligen QHF-Übergangs für 0° (schwarz) sowie 48.3° (rot) — entsprechend der letzten Messreihe aus Abb. 6.28, die noch Q1 miteinbezieht. Aufgrund der komplexen Umformung der Landau-Niveaus ist die Richtung der Verschiebung der $(n, 0)$ -Schnittpunkte nicht einheitlich. So kann beispielsweise im Fall von Q3 bei noch größeren Kippwinkeln eine Richtungsänderung beobachtet werden (grün). Die Positionen der tatsächlichen QHF-Übergänge Q_n hängen zusätzlich von $\varepsilon(B_{\perp})$ ab und erfahren deshalb zweierlei Verschiebung ΔB_{\perp} : Bedingt durch die unterschiedliche winkelabhängige Evolution der Spin-Up- und Spin-Down-LLs, liegt die bei 0° festgestellte Energiedifferenz ε nach einer Variation von θ grundsätzlich bei einem anderen B_{\perp} -Wert vor.¹⁷ Die abweichende B_{\perp} -Position bewirkt aber ihrerseits eine proportionale Skalierung der Korrektur $\varepsilon(B_{\perp})$ und damit wiederum eine geringfügige zusätzliche Verschiebung in B_{\perp} .

Die rechte Seite der Abb. 6.30 zeigt die modellierte relative Verschiebung $\Delta B_{\perp}/B_{\perp}$ der Spikes Q1–Q4 (rot) sowie den entsprechenden experimentellen Verlauf aus Abb. 6.29b (schwarz) in Abhängigkeit vom Kippwinkel θ bzw. in-plane Magnetfeld B_{\parallel} . Für die Korrektur $\varepsilon(B_{\perp})$ wurden die in 6.5.3 bestimmten Parameterwerte $\varepsilon_1 = 2.10$ K und $\varepsilon_2 = 1.59$ K/T verwendet. Wie man sofort erkennt, stellt die signifikante Verschiebung des Hochfeld-Spikes Q1 zu höheren B_{\perp} -Werten einen prinzipiellen Widerspruch zur Theorie dar. Dabei lässt sich diese Diskrepanz durch keine sinnvolle Anpassung der ε -Parameter merklich reduzieren. Eine so stark ansteigende Energiekorrektur wäre lediglich im Fall ihrer Skalierung mit dem Gesamtfeld B anstelle der out-of-plane Komponente B_{\perp} plausibel. In diesem Fall würden sich die theoretische Positionen aller QHF-Übergänge zu deutlich höheren B_{\perp} -Werten verschieben (Abb. 6.30, blau). Dennoch wird die Amplitude der Q1-Verschiebung bei diesem Ansatz immer noch um mehr als Faktor 2 unterschätzt, während die Evolution der Spikes Q2–Q4 insgesamt schlechter beschrieben wird. Eine alternative, von der Wahl der Korrektur ε komplett unabhängige Bewertung der experimentellen Befunde erlaubt schließlich die in 6.5.5 vorgestellte selbst-konsistente LL-Modellierung (Abb. 6.30, orange): Diese bestätigt für alle QHF-Übergänge Q1–Q4 die prinzipielle Korrektheit des $\varepsilon(B_{\perp})$ -Modells und kann daher die beobachtete *anomale* Verschiebung von Q1 (sowie Q2) zu höheren B_{\perp} -Werten ebenfalls nicht erklären.

Im Bezug auf die Amplitude der Verschiebung kann in Kombination mit den übrigen

¹⁷Vgl. vertikale schwarze und rote Linien in Abb. 6.30.

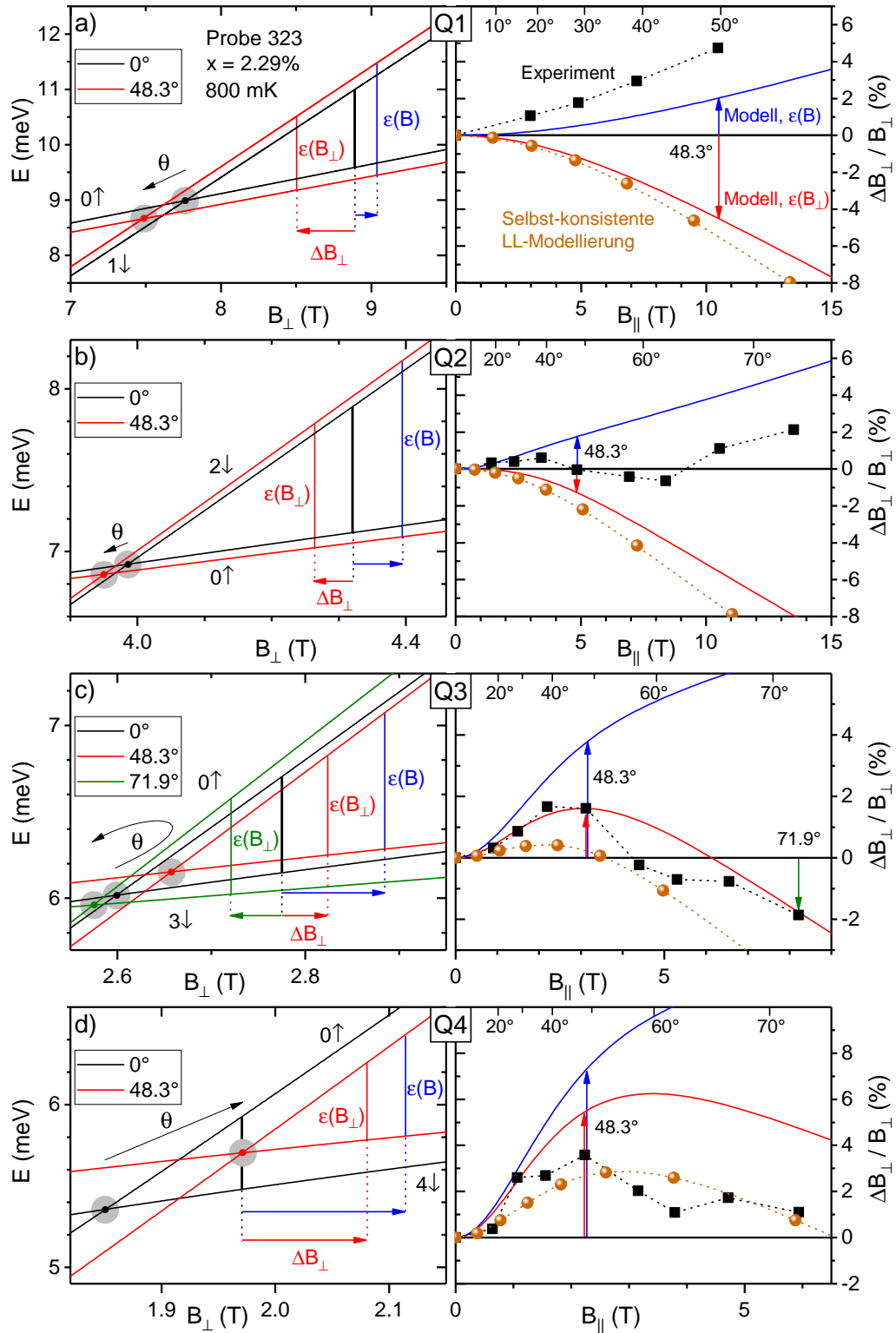


Abbildung 6.30: Modellierung der Verschiebung von QHF-Spikes Q1–Q4 in Abhängigkeit vom Kippwinkel. [links] Verlauf der relevanten Subbänder (nach Gl. 3.44) bei ausgewählten Kippwinkeln. Position der Energiekorrektur ϵ mit $\epsilon_1 = 2.10$ K und $\epsilon_2 = 1.59$ K/T bei Skalierung mit B_{\perp} (rot) sowie B (blau). [rechts] Theoretische Verschiebung sowie der tatsächliche Verlauf aus Abb. 6.29b.

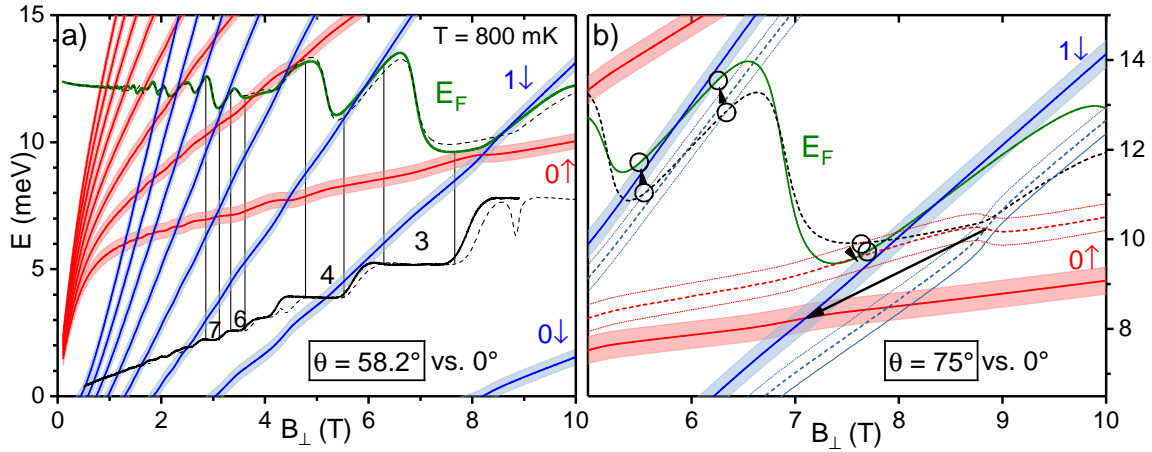


Abbildung 6.31: Anomale Verschiebung im Kontext der selbst-konsistenten LL-Modellierung (6.5.5). a) ρ_{xy} -Messdaten sowie modellierter Verlauf der LLs und E_F bei $\theta = 58.2^\circ$. Punktiert eingezeichnet ist der Referenzverlauf von ρ_{xy} und E_F bei $\theta = 0^\circ$. Eine anomale Stauchung ist nur im Messsignal festzustellen. b) Modellierter Entwicklung des Energieschemas in der Umgebung von Q1 bei Verkippung um $\theta = 75^\circ$: E_F weist keine horizontale Verschiebung auf; Q1 müsste sich zu kleineren B_{\perp} verschieben.

QHF-Übergängen Q2–Q4 eine bemerkenswerte Tendenz erkannt werden: Während die Q2-Datenpunkte immer noch über dem erwarteten Verlauf liegen, weisen sie im Fall von Q3 eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Modellen auf, inklusive der Richtungsänderung der Verschiebung bei großen θ . Im Datensatz Q4 liegen die experimentellen Daten schließlich unterhalb des $\varepsilon(B_{\perp})$ -Modells, bei einer bemerkenswerter Übereinstimmung mit der selbst-konsistenten Simulation. Betrachtet man diese Diskrepanz isoliert, so scheint sie also mit der Position der Spikes im Gesamtfeld B zu skalieren — ähnlich zur unterschiedlichen Sättigung der anomalen QHE-Verschiebung. Es bleibt aber unklar, ob hierbei tatsächlich ein Zusammenhang besteht: Im Fall des QHE erfolgte die Verschiebung stets zu kleineren B_{\perp} -Werten, d. h. die experimentellen Punkte müssten stets unterhalb des modellierten Verlaufs liegen. Ein solches Verhalten wäre höchstens bei Q3 und Q4 diskutabel, jedoch erlaubt die große Streuung der Ergebnisse keine eindeutige Unterscheidung zwischen dem normalen und dem anomalen Anteil. Angesichts des im Fall der QHFs stattfindenden Phasenübergangs kann aber auch ein prinzipiell anderer Wirkungsmechanismus der anomalen QHF-Verschiebung nicht ausgeschlossen werden.

Während die vom selbst-konsistenten LL-Modell (6.5.5) vorhersagte Winkelabhängigkeit der QHF-Spikes bereits in Abb. 6.30 präsentiert wurde, ist es zweckmäßig,

auch seine möglichen Auswirkungen auf die Positionen der QHE-Features zu evaluieren: Es wäre denkbar, dass durch die Berücksichtigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung sowie der LL-Verbreiterung das modellierte Energieschema nun eine Erklärung für die anomale QHE-Verschiebung bietet. In Abb. 6.31a sind der Verlauf des ρ_{xy} -Messsignals bei $\theta = 58.2^\circ$ (aus Abb. 6.28), der modellierte Landaufächer sowie die dazugehörige Fermi-Energie zu sehen. Die anomale Stauchung des Messsignals bei großen B_\perp -Werten kann im Direktvergleich mit dem punktiert eingezeichneten Verlauf bei $\theta = 0^\circ$ deutlich erkannt werden. Ein analoger Vergleich des Verlaufs der Fermi-Energie weist dagegen keinerlei Anzeichen einer horizontalen Verschiebung auf. Der relevante Ausschnitt des Energieschemas ist in Abb. 6.31b vergrößert und für einen noch größeren Kippwinkel von $\theta = 75^\circ$ dargestellt, um die komplexe winkelhängige Verformung von E_F zu veranschaulichen. Repräsentativ für die Entwicklung der Füllfaktoren können dabei die Eintrittspunkte der Fermi-Energie in den Γ -Bereich (± 0.3 meV, s. 6.5.5) der LL-Zustandsdichte dienen. Wie man erkennen kann, verändern sich ihre B_\perp -Positionen auch bei 75° nur unwesentlich. Damit bietet auch das selbst-konsistente Modell trotz der nicht-trivialen Evolution des Landaufächers keine Ansatzpunkte für die Erklärung der anomalen QHE-Verschiebung bzw. der von Gl. 3.16 abweichenden Skalierung der Füllfaktoren.

6.7. Gebrochenzahliger Quantenhalleffekt (FQHE)

Obwohl seit der Entdeckung des gebrochenzahligen Quantenhalleffekts (FQHE) mittlerweile rund 35 Jahre verstrichen sind [51] und er unabhängig vom Materialsystem auftreten sollte, gelang seine Beobachtung bislang nur in wenigen Materialien. Insbesondere blieb ein experimenteller Nachweis in verdünnt-magnetischen Halbleitern (DMS) lange aus. Dies warf die Frage auf, ob die Anwesenheit der magnetischen Ionen grundsätzlich die Entstehung der FQHE-Zustände verhindert. Schließlich ist es Betthausen 2012 gelungen, den FQHE erstmalig in einem DMS, nämlich CdMnTe-Material E, nachzuweisen und mithilfe eines durch sp-d-Austauschwechselwirkung modifizierten Composite-Fermions-Modells (6.7.1) plausibel zu beschreiben [115]. Für eine quantitative Auswertung war dabei die starke Ausprägung des FQHE mit mehreren klar identifizierbaren gebrochenzahligen Füllfaktoren um $\nu = 3/2$ ausschlaggebend.

Diese Qualität des FQHE hat sich jedoch als eine bemerkenswerte Besonderheit des konkreten Materials E erwiesen, da bei nachfolgenden Versuchen an einer Reihe anderer, recht unterschiedlicher CdMnTe-Materialien bestenfalls schwache Hinweise auf FQHE-Merkmale gefunden wurden [115][138]. Das Material E scheint also eine für

den FQHE günstige Kombination aus Mn-Gehalt, Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit zu besitzen. Mit dem Ziel, die für das Zustandekommen des FQHE notwendigen Bedingungen besser zu verstehen sowie die Aussagekraft der Ergebnisse zu verstärken, wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Reihe von FQHE-Proben aus verschiedenen CdMnTe-Materialien und mit unterschiedlich Hallbar-Abmessungen hergestellt und vermessen. Ein nennenswerter FQHE konnte ebenfalls nur an Proben aus Material E beobachtet werden. In folgenden Unterabschnitten werden Messungen an einigen repräsentativen Proben vorgestellt, wobei jeweils unterschiedliche FQHE-Aspekte im Mittelpunkt stehen.

Als erstes werden in 6.7.1 anhand der strukturierten Probe 318 die Messsystematik und die Vorgehensweise bei der Datenauswertung erläutert. Insbesondere werden am Beispiel des Füllfaktors $4/3$ die unterschiedlichen Modelle verglichen, die eine Extraktion der Aktivierungslücke und damit eine Modellierung der Λ -Niveaus erlauben. Im zweiten Unterabschnitt 6.7.2 werden erfolgreiche FQHE-Messungen von Betthausen an der unstrukturierten Probe F2 als Referenz herangezogen. Aus der Perspektive der neuen Erkenntnisse zu den Fitmodellen wird die Notwendigkeit einer modifizierten Neuauswertung der Messdaten begründet — diese wurde der gemeinsamen Publikation [116] zugrunde gelegt. Im letzten Unterabschnitt 6.7.3 wird schließlich die Probe 322 vorgestellt — ebenfalls eine unstrukturierte, makroskopische Hallbar aus gleichem Material, die einen zu F2 ähnlich ausgeprägten FQHE zeigte. Im Direktvergleich der Messdaten von Betthausen mit einer unabhängiger Messreihe werden die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse sowie die Korrektheit der darauf basierenden Schlussfolgerungen überprüft. Die an allen genannten Proben festgestellte anomale Verschiebung der QHE-Features bei großen Kippwinkeln wurde bereits im Abschnitt 6.6 separat diskutiert.

Das Material E, auf dem sämtliche FQHE-Proben basieren, beinhaltet einen 30 nm breiten CdMnTe-Quantentopf mit einseitiger Iod-Modulationsdotierung. Der Mn-Gehalt von 0.24% wurde durch Auswertung des Beating-Patterns verifiziert. Charakteristisch für das Material sind eine etwas niedrigere Ladungsträgerdichte und deutlich höhere Beweglichkeit im Vergleich zu den Typ-II Wafern. Die Höchstwerte $n_s = 3.95 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ bzw. $\mu = 115000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ wurden von Betthausen an Probe F2 nach LED-Belichtung festgestellt [115]. Die Belichtung bzw. anschließende Ausnutzung des langanhaltenden Photoeffekts (PPE) haben sich als essentielle Voraussetzungen für die Beobachtung der FQHE-Features erwiesen. Alle Messungen wurden im selben Mischkryostat bei einer *Basistemperatur* von 16 mK (Probe F2) bzw. 44 mK (Proben 318, 322) im Probenstab mit *in situ* drehbarem Probenhalter durchgeführt.

6.7.1. Probe 318

Nach der erfolgreichen Beobachtung des FQHE durch Betthausen an der unstrukturierten, makroskopischen Probe F2 wurden mehrere Versuche unternommen, analoge Messungen an deutlich kleineren Hallbars durchzuführen. Während präzise definierte Abmessungen bzw. Geometrie der Strompfade sicherlich einen begrüßenswerten Nebeneffekt darstellen, wurde bei Miniaturisierung der Strukturen vor allem eine signifikante Verstärkung der FQHE-Merkmale erwartet: Im Gegensatz zu der $(1.5 \times 3) \text{ mm}^2$ großen Probe F2 sollten bei feinen, mittels EBL hergestellten Hallbars makroskopische Parameterschwankungen bzw. Inhomogenitäten des Wafers eine deutlich geringere Rolle spielen. Dies sollte die Auflösbarkeit der FQHE-Features steigern und ihre Auswertung erleichtern. Entgegen den Erwartungen wurde bei Versuchen mit mesoskopischen Proben aus gleichem Material E bestenfalls ein erheblich abgeschwächter FQHE festgestellt [138]. Bei sehr kleinen Hallbars mit einer Länge von unter ca. $20 \text{ }\mu\text{m}$ wurde sogar die Beobachtung des IQHE zunehmend problematisch — unabhängig von Prozessgeneration, wodurch Materialdegradierung bei der Strukturierung als Ursache ausgeschlossen werden konnte.

Die hier vorgestellte Probe 318 wurde u. A. mit dem Ziel konzipiert, den Zusammenhang zwischen Strukturabmessungen und dem Zustandekommen der FQHE zu untersuchen. Die Abmessungen der optisch definierten, in Reihe geschalteten Hallbars (Abb. 6.32a) bewegen sich mit $(50 \times 50) \text{ }\mu\text{m}^2$ bzw. $(280 \times 50) \text{ }\mu\text{m}^2$ gerade im Übergangsbereich zwischen den makroskopischen Proben (F2, 322) und feinen EBL-Strukturen. Tatsächlich weisen konsequente, unter identischen Bedingungen durchgeführte Messungen an beiden Hallbar-Größen bemerkenswerte Unterschiede auf: Bei 4P-Vermessung der kleineren $50\text{-}\mu\text{m}$ -Hallbars wurde nahezu komplette Abwesenheit von auswertbaren Features, insbesondere SdHs im Hochfeldbereich, sowie ein generell starkes Rauschen im Längssignal festgestellt (Abb. 6.32c). Durch 2P-Vermessung aller Kontakte, die ausnahmslos überragende Qualität aufwies, sowie Iteration durch alle möglichen 4P-Konstellationen konnte ein negativer Einfluss der Kontakte ausgeschlossen werden. Im auffälligen Kontrast zu ρ_{xx} -Messungen stand dabei das stets rauscharme ρ_{xy} -Signal, welches bei Verwendung von *denselben* Kontakten nahezu ideale Hall-Plateaus sowie FQHE-Features zeigte (Abb. 6.32b). Die aus dem Hall-Signal extrahierte Ladungsträgerdichte von $3.37 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ liegt nur knapp unterhalb des Referenzwerts, wodurch eine zu starke Verarmung als Ursache ausgeschlossen werden kann.

Die Situation änderte sich entscheidend bei Ankontaktierung der langen $280\text{-}\mu\text{m}$ -Hallbar:

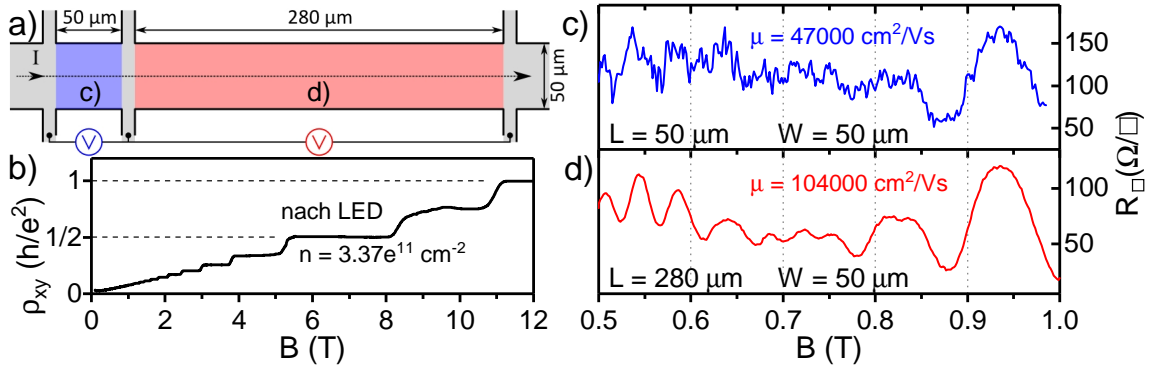


Abbildung 6.32: a) Relevanter Layout der Probe 318. b) Hall-Magnetowiderstand $\rho_{xy}(B)$ nach LED-Belichtung. Deutlich erkennbar sind FQHE-Zustände um $\nu = 3/2$. c,d) Schichtwiderstand der 50 μm und 280 μm langen Hallbar-Abschnitten aus konsekutiven Messungen unter identischen Bedingungen. $I_{\max} = 10 \text{ nA}$, $T = 54 \text{ mK}$.

Das Längssignal war nun ebenfalls rauscharm und zeigte sowohl alle relevanten IQHE-Merkmale als auch FQHE-Zustände um $\nu = 3/2$, die nachstehend diskutiert werden. Eine Gegenüberstellung der ρ_{xx} -Messungen an beiden Hallbar-Größen (Abb. 6.32c,d) verdeutlicht den grundsätzlich identischen Verlauf des Magnetowiderstands im Niederfeldbereich — SdHs und ein BP-Knoten sind in beiden Fällen klar erkennbar. Die einheitliche R_{\square} -Skala belegt, dass das sehr unterschiedliche Signal-Rausch-Verhältnis nicht auf die Skalierung des Signalpegels mit der Hallbar-Länge zurückgeführt werden kann. Gleichzeitig fällt der höhere Schichtwiderstand der kleineren 50 μm-Hallbar auf, der in deutlich geringerer Beweglichkeit von ca. $47000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ resultiert — für die lange Hallbar ergibt sich dagegen mit $\mu = 104000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ nahezu der Referenzwert.

Das beobachtete Verhalten — Verschlechterung der Signalqualität bzw. starkes Rauschen bei Verringerung der Strukturgröße — ist zunächst nicht untypisch für QHE-Messungen an sehr kleinen Strukturen: Bei zu starker Einschnürung des Strompfads liegen die Randkanäle so nah beieinander, dass Ladungsträger zwischen diesen streuen können — man kann auch von Interferenz zwischen Randkanälen sprechen. Dieses Phänomen wurde im Laufe der Untersuchungen bei Hallbars mit sehr kleinen Abmessungen von $(6 \times 5) \mu\text{m}^2$ tatsächlich beobachtet, dagegen ist es für Strukturen in der Größenordnung von $50 \mu\text{m}$ eher untypisch. Man bedenke zudem, dass sich die Signalqualität im vorliegenden Fall alleine durch die Vergrößerung der Hallbar-Länge entscheidend verändert — bei identischer Breite von $50 \mu\text{m}$. Der Abstand zwischen den Randkanälen hat sich also nicht verändert und bietet damit keinen Ansatzpunkt für obige Argumentation. Die folgende Diskussion bezieht sich ausschließlich auf FQHE-Merkmale, die anhand der längeren 280 μm-Hallbar festgestellt wurden.

FQHE und Winkelabhängigkeit

Der Verlauf des Längs- und Hall-Magnetowiderstands bei verschiedenen Kippwinkeln θ ist in Abb. 6.33 dargestellt. Die gemessenen Magnetfeldwerte B sind für jede Messreihe bereits in die für den QHE relevante senkrechte Komponente $B_{\perp} = B \cdot \cos \theta$ umgerechnet. Für die Bestimmung der tatsächlichen Kippwinkel θ können im Prinzip beliebige QHE-Features herangezogen werden, da sie auf der B_{\perp} -Skala stets feste Positionen aufweisen sollten. Bei allen in dieser Arbeit beschriebenen FQHE-Proben wurde jedoch eine Abweichung von diesem Verhalten bei großen Kippwinkeln festgestellt (s. 6.6). Während das Ausmaß der Verschiebung im Fall der Probe 318 sehr gering war¹⁸ (Abb. 6.33a), wurden die Kippwinkel nicht anhand der potentiell betroffenen Features in der Umgebung von $\nu = 3/2$, sondern anhand mehrerer SdH-Peaks bei $\nu \geq 2$ bestimmt, für die $B_{\perp} = \text{const.}$ stets erfüllt war.

In beiden Teilabbildungen von 6.33 ist eine komplexe Winkelabhängigkeit des Messsignals zwischen Füllfaktoren 1 und 2 zu erkennen, die auf FQHE-Zustände hindeutet. Eindeutig zuordenbar ist jedoch lediglich $\nu = 4/3$ bei $B_{\perp} \approx 10.24$ T, mit dem klaren Minimum in ρ_{xx} bei Kippwinkeln bis ca. 40° und dem dazugehörigen breiten Plateau in ρ_{xy} . Man findet auch subtile Hinweise auf weitere FQHE-Füllfaktoren: Während das $4/3$ -Minimum in ρ_{xx} bei großen Kippwinkeln verschwindet, entsteht gleichzeitig ein weiteres Minimum bei ca. 9 T, begleitet von einem leichten Knick in ρ_{xy} . In diesem Bereich liegen Füllfaktoren $5/3$ und $8/5$, jedoch ist eine eindeutige Zuordnung bzw. genaue Positionsbestimmung aufgrund der geringen Amplitude des Effekts nicht möglich. Erschwert wird die Extraktion der B_{\perp} -Positionen zudem durch die winkelabhängige Umformung des ρ_{xy} -Verlaufs im relevanten Bereich.

Das Fehlen bzw. die schwache Ausprägung weiterer Füllfaktoren trotz vergleichbarer Transportparameter ($n_s = 3.37 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 104000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) steht im auffälligen Kontrast zu den Messungen an Proben F2 (6.7.2) und 322 (6.7.3) aus gleichem Material E: Während die höhere Messtemperatur (55 mK vs. 18 mK) bei Messungen an Probe 318 zweifellos eine Rolle spielt, zeigte die Probe F2 auch bei 60 mK (s. Abb. 6.35a, rot) deutlich mehr FQHE-Features in der Umgebung von $\nu = 3/2$. Die bereits beschriebene Verschlechterung der Signalqualität sowie das Fehlen von FQHE-Features im Falle der kleineren 50μ -Hallbars legen die Vermutung nahe, dass auch die größere 280μ -Hallbar nicht die optimalen Bedingungen für FQHE-Messungen bietet und unstrukturierten Proben deutlich unterlegen ist.

¹⁸Die einzige naheliegende Erklärung bieten die signifikant kleineren Hallbar-Abmessungen

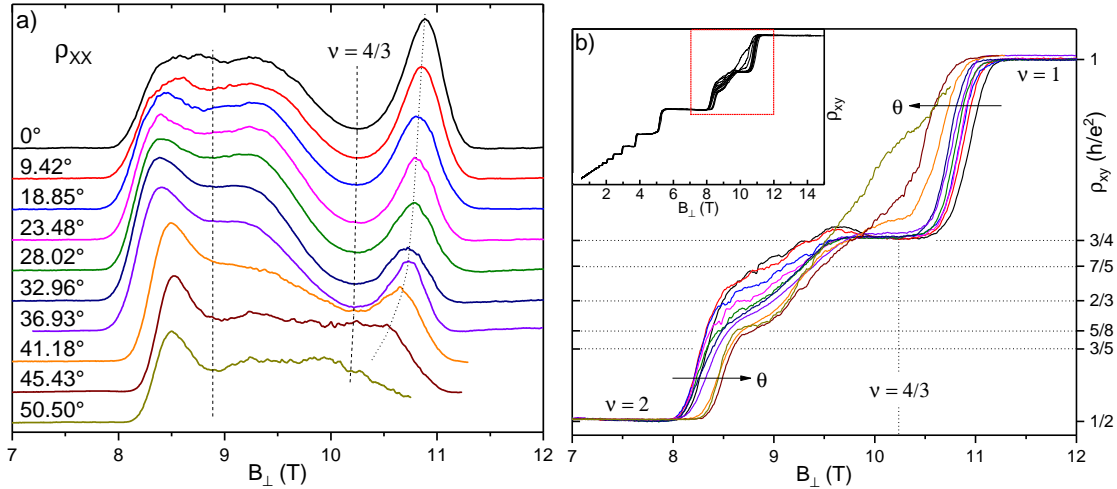


Abbildung 6.33: FQHE-Messungen an 280 μm Hallbar der Probe 318 bei $T = 55\text{ mK}$ nach LED-Belichtung. a) Winkelabhängigkeit des Längs-Magnetowiderstands ρ_{xx} in der Umgebung des Füllfaktors $\nu = 3/2$, aufgetragen gegen senkrechte Komponente des Magnetfeldes $B_{\perp} = B \cdot \cos \theta$. Einzelne Kurven für bessere Übersichtlichkeit vertikal versetzt. b) Verlauf der dazugehörigen Hall-Magnetowiderstände ρ_{xy} . Eindeutig zuordenbar sowohl in ρ_{xx} als auch in ρ_{xy} ist lediglich $\nu = 4/3$. Horizontaler Versatz der ρ_{xy} -Kurven zwischen $\nu = 1$ und 2 ist kein Fehler der Winkelbestimmung, wie Inset verdeutlicht.

Aktivierungsenergie

Von der Winkelabhängigkeit der FQHE-Minima kann auf die Evolution der dazugehörigen Energielücken Δ_{ν} geschlossen werden. Dazu werden für jeden relevanten Füllfaktor ν und verschiedene Kippwinkel θ Messungen der *Aktivierungsenergie* durchgeführt: Bei fixiertem $B_{\perp}^{\nu} = B^{\nu}(\theta) \cdot \cos \theta$ wird der temperaturabhängige Verlauf des Längswiderstands $\rho_{xx}(T)$ erfasst — typischerweise beim ausreichend langsamen Abkühlen, so dass sich Probe, Mischkammer und Temperatursensoren in guter Näherung im thermischen Gleichgewicht befinden. Im Fall der Probe 318 bietet sich der einzige gut aufgelöste Füllfaktor $4/3$ für die Erklärung der Vorgehensweise sowie einen Vergleich der möglichen Fit-Modelle an.

Als erstes gilt es, die Position des $4/3$ -Minimums im Gesamtfeld $B^{4/3}(\theta)$ bei jedem untersuchten Kippwinkel θ zu bestimmen. Im Idealfall gilt $B_{\perp}^{4/3} = \text{const.}$ und alle $B^{4/3}(\theta)$ können direkt mithilfe der bereits bestimmten Winkel berechnet werden. Aufgrund der beobachteten anomalen Verschiebung der QHE-Features wurde stattdessen bei jedem Kippwinkel der umliegende Magnetfeldbereich vermessen und die

tatsächliche Position des Minimums anhand von ρ_{xx} und ρ_{xy} identifiziert — bei kompletter Abwesenheit des Features bzw. Schließung der Energielücke durch Interpolation. An den auf diese Weise bestimmten Positionen $B^{4/3}(\theta)$ wurden Abkühlkurven $\rho_{xx}(T)$ von 1 K auf die Basistemperatur von ca. 44 mK aufgenommen.

Eine Übersicht dieser Aktivierungskurven ist in Abb. 6.34a in logarithmischer ρ_{xx} -Skala gegen inverse Temperatur $1/T$ dargestellt — man spricht auch von *Arrhenius-Plots*. Aus dem Verlauf dieser Kurven kann mithilfe verschiedener, im Abschnitt 3.2.3 vorgestellter Fit-Modelle schließlich die winkelabhängige Aktivierungslücke $\Delta_\nu(\theta)$ extrahiert werden. Bei lediglich thermisch aktiviertem Transport erwartet man in der Arrhenius-Darstellung einen linearen Zusammenhang, d. h. $\ln \rho_{xx} \propto 1/T$. In genannter Abbildung stellt man jedoch fest, dass ein lineares Modell höchstens auf einzelne Teilabschnitte bzw. Temperaturbereiche anwendbar wäre. Abhängig vom Kippwinkel θ können drei solche Bereiche im Verlauf der Kurven erkannt werden: Bei hohen Temperaturen ($T > 400$ mK) sättigt die Aktivierung erwartungsgemäß, die Abflachung ist dabei sehr viel stärker ausgeprägt als bei Aktivierungsmessungen an Probe F2 (vgl. Abb. 6.36). Im mittleren Bereich (110–170 mK) fällt ρ_{xx} rapide ab, hier weisen die Kurven die größte Steigung auf. Die stärkste Winkelabhängigkeit sowie die größten Unterschiede im Verlauf der Kurven findet man schließlich bei sehr tiefen Temperaturen ($T < 80$ mK): Während bei kleinen Winkeln eine mit dem mittleren Bereich nahezu übereinstimmende Steigung vorliegt, flachen der Verlauf für $\theta > 40^\circ$ sehr stark ab — analog zum von Usher *et al.* beschriebenen und der LL-Verbreiterung zugeordneten Verhalten [61]. Diese Abflachung wird genau bei den Kippwinkeln beobachtet, für die auch das 4/3-Minimum im ρ_{xx} verschwindet.

Zwecks eines direkten Vergleichs der verschiedenen $\rho_{xx}(T)$ -Modelle wurden die Aktivierungslücken nun mithilfe der folgenden fünf Modelle extrahiert: Mit dem linearen Modell (3.31) wurden die drei beschriebenen, annähernd linearen Bereiche bei hohen (LH, $T > 400$ mK), mittleren (LM, $T = 110$ –170 mK) und tiefen (LT, $T < 80$ mK) Temperaturen gefittet. Für die beiden Fitmodelle, die LL-Verbreiterung berücksichtigen, stellt die rasche Abflachung der Abkühlkurven im Bereich 200–400 mK — der Verbote der einsetzenden Sättigung — ein unüberwindbares Hindernis dar. Da im darüber liegenden Temperaturbereich die thermische Aktivierung zunehmend an Bedeutung verliert, wurde der Fitbereich des Gauss- (3.37) und rechteckig-verbreiterten (3.39) Modelle auf Werte unterhalb von 150 mK eingeschränkt. Eine Veranschaulichung der beschriebenen Vorgehensweise am Beispiel der $\theta = 50.37^\circ$ -Kurve, die alle relevanten Merkmale aufweist, findet sich in Abb. 6.34b. Es sei nochmals betont, dass die Größe der Bandlücke i. A. *nicht* direkt aus dem $\rho_{xx}(\theta)$ -Verhalten der FQHE-

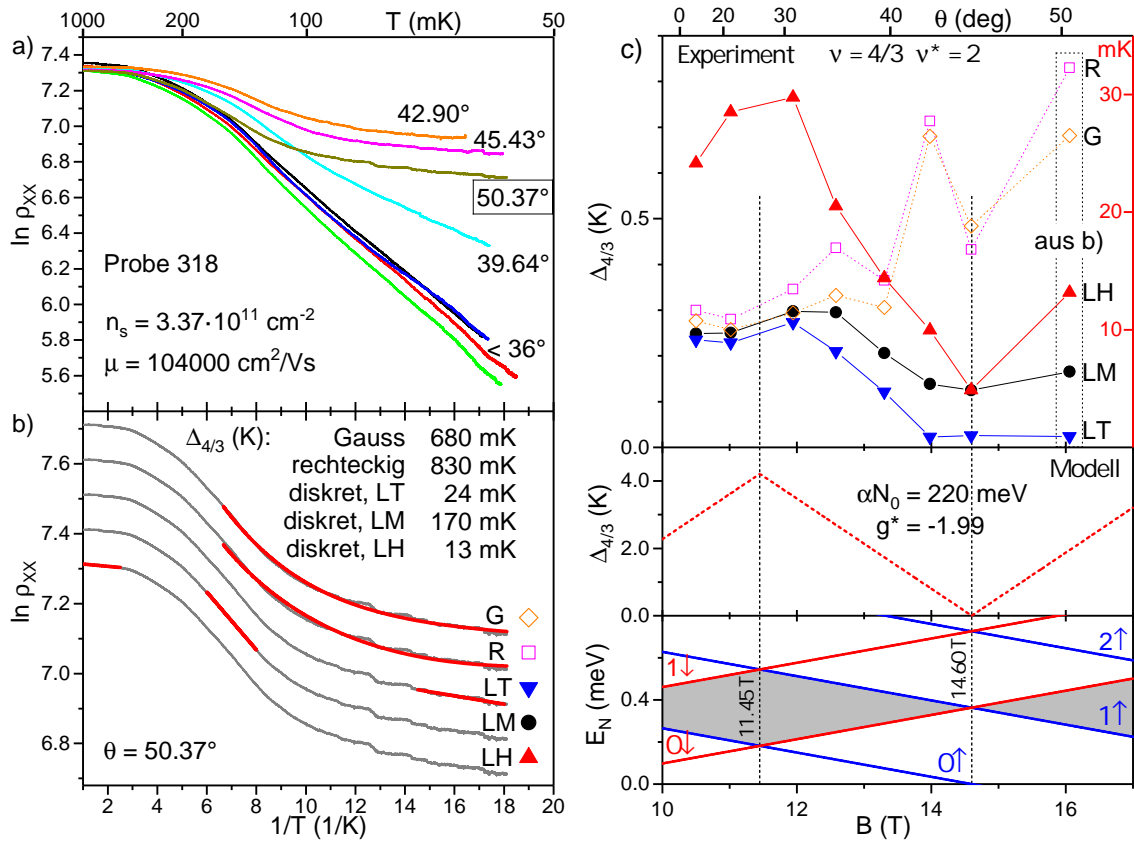


Abbildung 6.34: a) Aktivierungsplots zu Füllfaktor $\nu = 4/3$ ($B_\perp = 10.24 \text{ T}$) in Arrhenius-Darstellung. Bei großen Kippwinkeln ist eine deutliche Abflachung der Kurven bei sehr tiefen Temperaturen zu sehen. b) Vergleich der bei der Extraktion von $\Delta_{4/3}$ verwendeten Fit-Modelle anhand der Abkühlkurve bei $\theta = 50.37^\circ$: (von unten nach oben) linear bei hohen (LH), mittleren (LM) und tiefen (LT) Temperaturen (Gl. 3.31), rechteckig-verbreiterte LLs (Gl. 3.39), Gauss-verbreiterte LLs (Gl. 3.37). Temperaturbereiche im Text definiert. c) [oben] Winkelabhängigkeit der Aktivierungslücken, extrahiert mithilfe der fünf Fitmodelle aus [b]. Man beachte die abweichende Skalierung von LH-Daten. Farb- und Symbolkodierung entsprechend [b]. [mittig] Modellierter Verlauf der Aktivierungslücke gemäß nachfolgendem Energieschema. [unten] CF-LL-Schema, modelliert unter Verwendung der Schnittpunkte bei 11.45 T (analog zu Probe F2) und 14.60 T .

Minima abgelesen werden kann — die einzige Ausnahme stellt ein strikt linearer Verlauf $\ln \rho_{xx} \propto 1/T$ dar, bei dem $\Delta_\nu \propto 1/\rho_{xx}$ gilt.

Modellierung des Λ -Spektrums

Bevor die Plausibilität der Modelle bei der Beschreibung der CF-Energielandschaft bewertet werden kann, müssen die hierfür relevanten Kriterien erläutert werden. Die an B_\perp -Position eines Füllfaktors ν extrahierte Aktivierungsenergie Δ_ν entspricht der Energiedifferenz zweier benachbarter Λ -Niveaus zum entsprechenden CF-Füllfaktor ν^* . In Anlehnung an das LL-Modell der Elektronen im DMS unter Berücksichtigung der sp-d Austauschwechselwirkung (Gl. 3.44), wird für die Beschreibung der Λ -Niveaus folgendes modifiziertes Modell verwendet [115]:

$$E_{N,\uparrow\downarrow} = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c^{CF} \pm \frac{1}{2} \left[g^* \mu_B B + \alpha N_0 x_{eff} S B_S \left(\frac{g \mu_B S B}{k_B T_{eff}} \right) \right]. \quad (6.13)$$

Der letzte Term beschreibt analog die Austauschwechselwirkung der CFs mit Mn-Spins. Für einen Schnittpunkt zweier Λ -Niveaus mit bekannten Indizes N und Polarisationen an einer experimentell bestimmten Magnetfeldposition B bleiben im obigen Ausdruck drei veränderbare, jedoch nicht unabhängige Fitparameter übrig: der effektive g-Faktor der CFs g^* , die Masse der CFs m_{CF} (bzw. der Vorfaktor C_ν) und die Austauschkonstante αN_0 .

Sind Positionen *zweier* Λ -Schnittpunkte bekannt, so werden durch Fixierung eines der drei Parameter die anderen beiden Größen eindeutig festgelegt. Es sei insbesondere darauf hingewiesen, dass sich bei Fixierung von αN_0 oder g^* lediglich die Größe der modellierten Energielücke ändert, nicht aber die Lage der Extrema von $\Delta_\nu(\theta)$ im Magnetfeld. Betthausen ist in seiner Arbeit gemäß [139] von $g^* = -1.67$ ausgegangen und hat damit abhängig vom Füllfaktor unterschiedliche Werte für αN_0 im Bereich 160–202 meV erhalten. Im Rahmen der vorliegenden Auswertung wurde stattdessen angenommen, dass $\alpha N_0 = 220$ meV und $g^* = -1.99$ unabhängig vom Füllfaktor gilt [139][140], d. h. CFs zu unterschiedlichen Füllfaktoren unterscheiden sich nur in der effektiven Masse m_{CF} . Fixierung dieser zwei Parameter gleicht der Annahme, dass der Schnittpunkt der Λ -Niveaus $0 \uparrow$ und $0 \downarrow$ für alle ν einheitlich bei $B = 11.45$ T liegt. Die Gültigkeit dieses Ansatzes wird im Folgenden evaluiert.

Als zweiter Schnittpunkt für die Λ -Modellierung kann ein gut aufgelöstes Merkmal — Extremum oder Knick — der $\Delta_\nu(\theta)$ -Kurve dienen. Die entsprechenden Positionen im Magnetfeld sind in Abb. 6.34c mit vertikalen gestrichelten Linien markiert.

Anhand von einem Paar identifizierter Schnittpunkte können schließlich die fehlenden Parameter (hier: m_{CF} bzw. C_ν) bestimmt werden. Im vorliegenden Fall muss für $\nu = 4/3$ folgendes Gleichungssystem gelöst werden:

$$\begin{aligned} E_{0,\downarrow}(11.45 \text{ T}) &= E_{0,\uparrow}(11.45 \text{ T}) \\ E_{0,\downarrow}(14.60 \text{ T}) &= E_{1,\uparrow}(14.60 \text{ T}), \end{aligned}$$

mit fixiertem $B_\perp = 10.24 \text{ T}$. Mit den nun bekannten Fitparametern kann schließlich der Verlauf der Λ -Niveaus modelliert werden (Abb. 6.34c, unteres Diagrammfeld). Die Energielücke Δ_ν ist durch den Abstand der Bänder mit ν^* , d. h. entsprechender Anzahl der darunter liegenden spin-polarisierten Niveaus, definiert (grau hinterlegt). Eine zu den experimentellen Daten äquivalente Darstellung des berechneten Δ_ν ist im mittleren Diagrammfeld zu sehen.

Vergleich der Fitmodelle

Die aus den Aktivierungsplots mithilfe der fünf Fitmodelle extrahierten Energielücken sind im oberen Feld der Abb. 6.34c gegen jeweilige Kippwinkel θ bzw. Gesamtfeld B aufgetragen. Für die LH-Datenpunkte wurde aufgrund der besonders kleinen Werte eine alternative Skalierung gewählt (rechte Y-Achse). Die drei linear gefitteten Datensätze weisen prinzipiell einen ähnlichen Verlauf auf, trotz der teils sehr unterschiedlichen Größenordnung von $\Delta_{4/3}$: In der Umgebung von 12 T (ca. 30°) wird die Energielücke maximal, in guter Übereinstimmung mit der erwarteten Position des Schnittpunkts ($0 \downarrow, 0 \uparrow$) bei $B = 11.45 \text{ T}$ für die gewählten $\alpha N_0 = 220 \text{ meV}$ sowie $g^* = -1.99$. Ein weiteres gemeinsames Merkmal der linearen Fits ist ein eindeutiges Minimum im Bereich 14–15 T (ca. 45°), welches dem Schnittpunkt ($0 \downarrow, 1 \uparrow$) zugeordnet werden kann. Der nächstgelegene Datenpunkt $B = 14.60 \text{ T}$ wurde deshalb als zweite Referenz für die Modellierung der Λ -Niveaus verwendet. Bei noch höheren Kippwinkeln kann der erwartete symmetrische Anstieg der Aktivierungsenergie nicht festgestellt werden, wobei dieser Bereich bei der vorliegenden Probe durch einen einzigen Datenpunkt bei $\theta = 50.37^\circ$ repräsentiert ist.

Interessant erscheint auf den ersten Blick der Verlauf der LH-Datenpunkte, der trotz der starken Sättigung der Aktivierung und der daraus resultierenden extrem kleinen Werte $\Delta_{4/3}$ nicht nur den beiden anderen linearen Fits folgt, sondern auch dem theoretischen Modell am ähnlichsten ist. Doch die Größenordnung der Werte stellt nicht den einzigen Grund für Skepsis dar: Messungen an anderen Proben zeigen, dass die Form der LH-Aktivierungskurven sehr stark je nach Probe und Füllfaktor

variiert. Nicht selten existiert im relevanten Temperaturintervall kein linearer Bereich, während vereinzelte Kurven gar einen Vorzeichenwechsel der Steigung aufweisen. Es ist zwar prinzipiell nicht auszuschließen, dass der LH-Bereich trotz Sättigung noch Residuen der tatsächlichen Energielücke bzw. der LM-Steigung beinhalten kann, für eine zuverlässige Extraktion der Aktivierungsenergie ist diese Variante aber zu spekulativ.

Beide nicht-linearen Modelle zeigen im Bereich kleiner Kippwinkel, bis ca. 30° , sehr gute Übereinstimmung mit den linearen LM- und LT-Fits. Berücksichtigt man den Verlauf der entsprechenden Arrhenius-Kurven (Abb. 6.34a), so ist dies wenig verwunderlich: In diesem Winkelbereich — in dem das $4/3$ -Minimum in ρ_{xx} besonders deutlich ausgeprägt ist — verlaufen die Kurven fast linear und weisen keine merkliche Abflachung bzw. zu berücksichtigende LL-Verbreiterung auf. Sobald jedoch die Aktivierungsplots tatsächlich deutliche Nichtlinearität zeigen ($\theta > 30^\circ$), liefern Gauss- und rechteckig-verbreiterte Modelle sehr inkonsistente und von linearen Fits stark abweichende Werte — trotz des grundsätzlich korrekt modellierten Kurvenverlaufs (Abb. 6.34b).

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass der theoretische Verlauf der Λ -Niveaus von lediglich zwei der fünf untersuchten Fit-Varianten sinnvoll modelliert wird: linearen Arrhenius-Fits bei tiefen (LT) und mittleren Temperaturen (LM). Vollständig verschwindende Steigung bzw. $\Delta_{4/3} \approx 0$ kann dabei nur in LT-Daten festgestellt werden. Es sei jedoch betont, dass in diesem Temperaturbereich allein anhand der Aktivierungsplots nicht zwischen der Schließung der Energielücke und LL-Verbreiterung sowie Lokalisierungseffekten unterschieden werden kann.

6.7.2. Probe F2 (Betthausen)

Als Probe F2, an der Betthausen erfolgreich einen ausgeprägten FQHE nachgewiesen hat [115], diente ein unstrukturiertes, rechteckiges, (1.5×3) mm² großes Stück Material E (101008A), auf dem In-Kontakte in Hallbar-Geometrie gelötet wurden. Zu abweichenden Messparametern gegenüber Proben 318 und 322 gehören Belichtung mit einer gelben, nicht weiter spezifizierten LED sowie die niedrigere Basistemperatur von ca. 16 mK. Für eine ausführliche Beschreibung des Experiments und Diskussion der Ergebnisse wird auf die gemeinsame Publikation [116] verwiesen. In Abb. 6.35a ist der Verlauf des Längswiderstands ρ_{xx} sowie des Hallwiderstands ρ_{xy} in der Umgebung des Füllfaktors $\nu = 3/2$ für verschiedene Temperaturen dargestellt: Man erkennt insbesondere bei sehr tiefen Temperaturen ein reiches FQHE-Spektrum. Die Abhän-

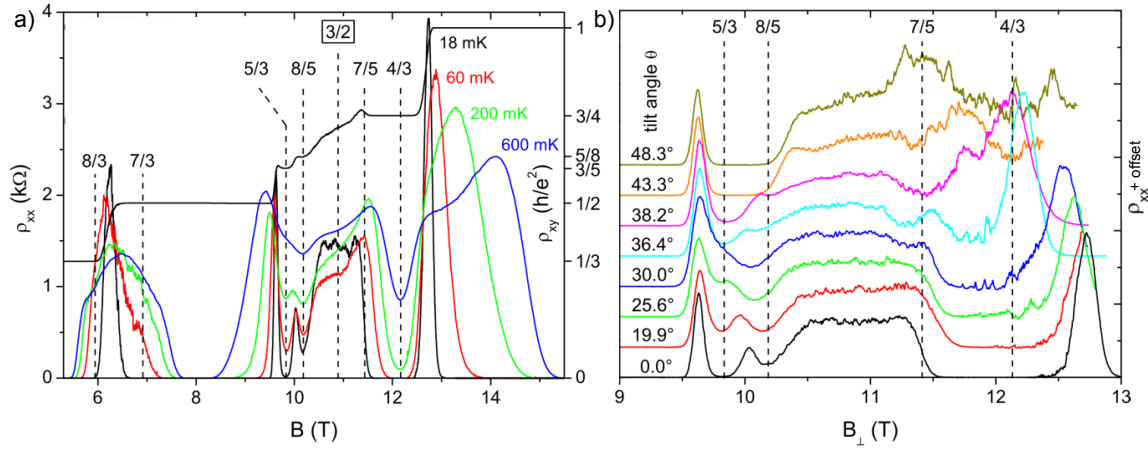


Abbildung 6.35: a) Längs- und Hallwiderstand der Probe F2 von C. Betthausen für verschiedene Temperaturen und $\theta = 0^\circ$. b) Winkelabhängigkeit des Längswiderstands ρ_{xx} in der Umgebung des Füllfaktors $\nu = 3/2$ bei $T = 25$ mK. Erkennbar sind Minima zu Füllfaktoren $5/3$, $8/5$, $7/5$ und $4/3$. (Beide angepasst aus [115])

gigkeit des Längswiderstands ρ_{xx} von der senkrechten Komponente des Magnetfeldes $B_{\perp} = B \cdot \cos \theta$ ist in Abb. 6.35b für verschiedene Kippwinkel θ illustriert. Man kann eine Reihe von Minima in ρ_{xx} feststellen, die unterschiedlichen gebrochenzahligen Füllfaktoren entsprechen und auf nicht-triviale Weise von θ abhängen. Die Kippwinkel θ wurden mittels Angleichung des Peaks zwischen $\nu = 2$ und $\nu = 5/3$ (links in Abb. 6.35b) in B_{\perp} -Skalierung bestimmt. Die Verschiebung der QHE-Features bei großen Kippwinkeln und B_{\perp} ab ca. 11 T zu kleineren Magnetfeldern wurde im Abschnitt 6.6 ausführlich diskutiert.

Übersicht über Messergebnisse

Abb. 6.37 fasst die wichtigsten Ergebnisse zu den vier untersuchten Füllfaktoren $5/3$, $4/3$, $8/5$ und $7/5$ zusammen. Alle Teilabbildungen stellen die Größe der Bandlücke bei festem B_{\perp} als Funktion des Gesamtfeldes B bzw. Kippwinkels θ dar. Die experimentell bestimmten Energielücken Δ_{ν} (oberes Diagrammfeld) sind wie folgt aus einzelnen Aktivierungskurven extrahiert: Die schwarzen Datenpunkte wurden von Betthausen mithilfe des Gauss-verbreiterten Modells (Gl. 3.37, vgl. Abb. 6.36a) bestimmt [115]. Im Fall der Probe F2 war diese Vorgehensweise durchaus berechtigt, da damit der Verlauf der meisten Aktivierungskurven im gesamten Temperaturbereich von 16 mK bis 1 K akzeptabel modelliert werden konnte — anders als bei Probe 318 (vgl. Abb. 6.34a). Eine Auswahl der entsprechenden Aktivierungskurven für $\nu = 5/3$

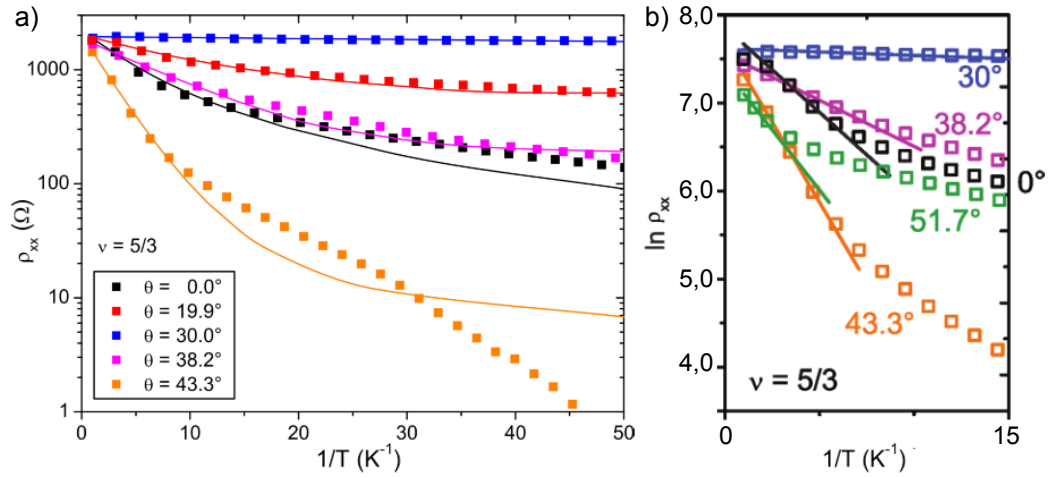


Abbildung 6.36: Ausgewählte Aktivierungskurven der Probe F2 von C. Betthausen für den Füllfaktor $\nu = 5/3$. a) Extraktion der Aktivierungslücken mithilfe des Gauss-verbreiteten Modells gemäß Gl. 3.37 (Angepasst aus [115]). b) Lineare Fits gleicher Messdaten gemäß Gl. 3.31 (Angepasst aus [116]).

in Arrhenius-Darstellung ist in Abb. 6.36a zu finden. Signifikante Abweichungen vom erwarteten Verlauf können insbesondere bei großen Kippwinkeln festgestellt werden. Tatsächlich wurde im Abschnitt 6.7.1 demonstriert, dass nicht-lineare Modelle nicht immer sinnvolle Werte für Δ_ν ergeben, auch wenn der Verlauf der Aktivierungskurven ausreichend genau reproduziert wird. Als zuverlässigere Methode für Extraktion der Energielücke erwies sich das lineare Fitmodell der rein thermischen Aktivierung (Gl. 3.31, vgl. Abb. 6.36b) im mittleren Temperaturbereich um ca. 110–170 mK (LM). Die blauen Datenpunkte stellen eine Neuauswertung derselben Messdaten mithilfe dieses Modells dar. Eine Gegenüberstellung dieser zwei Fitmethoden sollte sowohl ihre Anwendbarkeit verifizieren als auch die Aussagekraft der FQHE-Messungen erhöhen. Speziell im Fall des Füllfaktors $8/5$ ist zusätzlich der bemerkenswerte Verlauf der Aktivierungslücke aus dem linearen Fitmodell bei sehr tiefen Temperaturen $T < 25$ mK eingezeichnet.

Vergleich der Fitmodelle

Für $\nu = 5/3$ (Abb. 6.37a) ergeben beide Fitmodelle, vor allem für Kippwinkel bis ca. 50° , einen vergleichbaren Verlauf von $\Delta_{5/3}$ — die entsprechenden Aktivierungskurven weisen einen langen, annähernd linearen (im Sinne der Gl. 3.31) Abschnitt auf und flachen bei tiefen Temperaturen nur leicht ab. Das Gauss-verbreiterte Modell scheitert

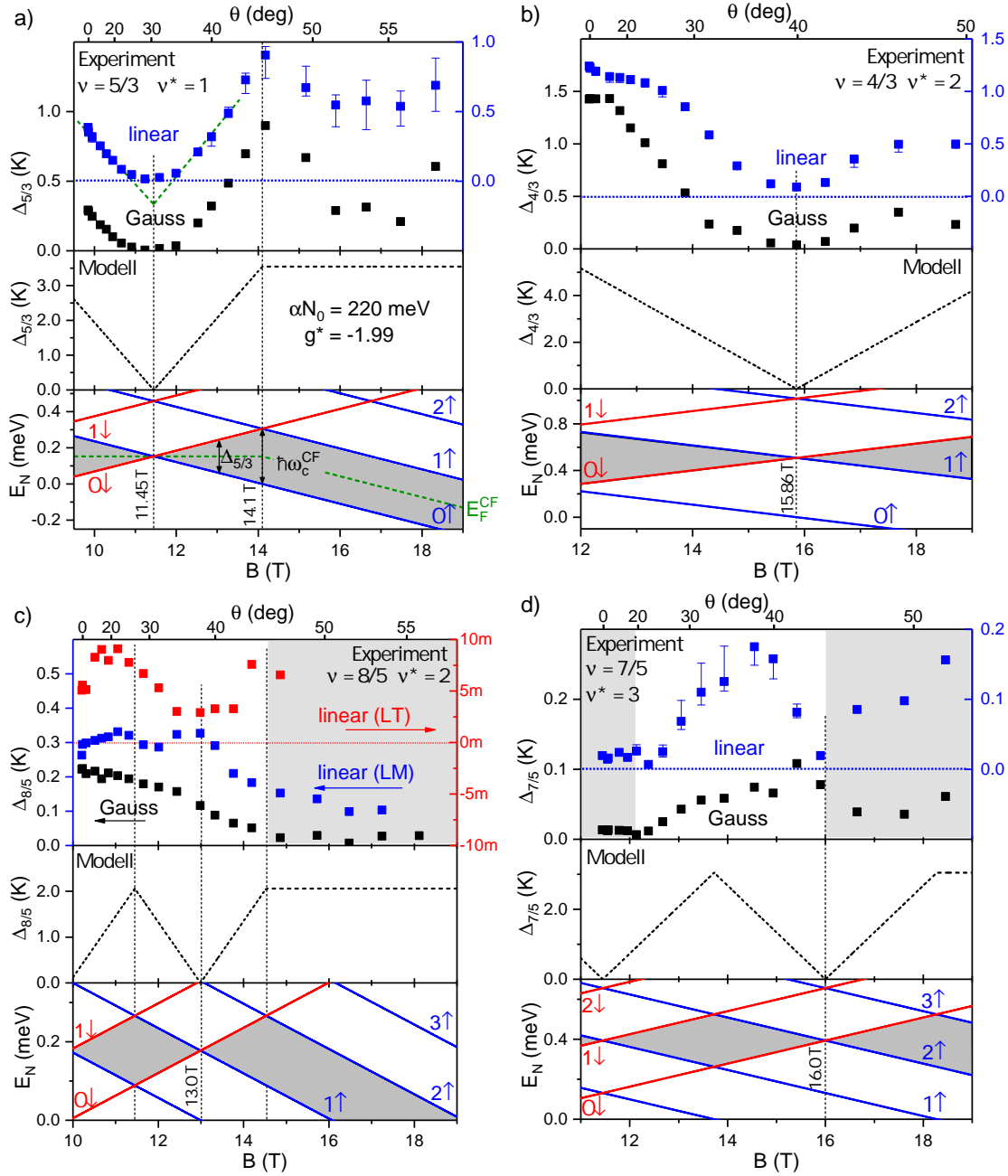


Abbildung 6.37: a) [oben] Aktivierungslücke $\Delta_{5/3}$ bei fixiertem $B_{\perp} = 9.85$ T als Funktion des Kippwinkels θ bzw. Gesamtfeldes B , extrahiert mit Hilfe des Gaussverbreiterten (schwarz, [115]) und linearen (blau, [116]) Modells. Position der Schließung von $\Delta_{5/3}$ aus Extrapolation (grün). [mittig] Modellierte Aktivierungslücke $\Delta_{5/3}$, abgeleitet aus dem unteren Energieschema. [unten] CF-LLs berechnet nach Gl. 6.13 für festes B_{\perp} bzw. $\hbar\omega_c^{CF}$. Positionen der Schnittpunkte ($0 \uparrow, 0 \downarrow$) und ($1 \uparrow, 0 \downarrow$) extrahiert aus linear gefitteten Experimentaldaten (gestrichelte Linien). b) $\nu = 4/3$. c) $\nu = 8/5$, alternatives Fitmodell: linear bei $T < 25$ mK (rot, man beachte abweichende Skalierung). d) $\nu = 7/5$. Grau hinterlegt sind fragliche Bereiche mit schwer auswertbarer Form der Aktivierungsplots.

jedoch bei höheren Kippwinkeln und damit verbundener komplizierterer Form der Aktivierungsplots (vgl. Abb. 6.36a, $\theta = 43.3^\circ$), während sich mit dem linearen Modell auch hier sinnvolle Werte extrahieren lassen — analog zu Feststellungen an Probe 318 (s. 6.7.1).

Für $\nu = 4/3$ (Abb. 6.37b) unterscheiden sich die experimentellen $\Delta_{4/3}(\theta)$ -Daten aus beiden Modellen nur unwesentlich: Die gute Auswertbarkeit der Aktivierungsplots — bedingt durch stark ausgeprägtes ρ_{xx} -Minimum — erlaubt in beiden Fällen ein sinnvolles Fitten bei allen Winkeln. Unklar bleibt lediglich, ob bei $\theta \approx 15^\circ$ tatsächlich ein Maximum der Aktivierungslücke vorliegt. Prinzipiell widerspricht aber der Verlauf von $\Delta_{4/3}$ nicht der früheren Annahme (s. 6.7.1), dass der entsprechende Schnittpunkt ($0 \downarrow, 0 \uparrow$) auch für $\nu = 4/3$ bei $B = 11.45$ T liegt — und damit $\alpha N_0 = 220$ meV und $g^* = -1.99$ gilt. Bei größeren Kippwinkeln, ab ca. 40° , weisen die experimentellen Daten, im Hinblick auf die erwartete Symmetrie bezüglich des $\Delta_{4/3}$ -Minimums, erneut eine zu geringe Steigung auf. Die naheliegende Erklärung besteht in signifikanter Verschiebung sämtlicher QHE-Features, inklusive des $4/3$ -Minimums, zu kleineren Magnetfeldern (Abb. 6.35b), welche zum Zeitpunkt der Datenerfassung nicht durch Umpositionierung in B kompensiert wurde. Dadurch wandert das tatsächliche $4/3$ -Minimum bei großen Kippwinkeln immer weiter weg von der als fixiert angenommenen Position $B_\perp = 12.15$ T. Entsprechend beinhaltet der extrahierte Wert $\Delta_{4/3}$ einen immer geringeren Anteil der tatsächlichen Energielücke.

Die Aktivierungsdaten für $\nu = 7/5$ (Abb. 6.37d) weisen generell eine schlechtere Qualität auf und erschweren das Fitten im Rahmen beliebiger Modelle erheblich — die besonders problematischen Bereiche sind in Abb. 6.37d grau hinterlegt. Neben der sehr schwachen Ausprägung des ρ_{xx} -Minimums spielt bei diesem Füllfaktor wiederum die Problematik der QHE-Verschiebung bei großen Winkeln eine kritische Rolle. Nichtsdestotrotz zeigt das lineare Fitmodell auch bei diesem Füllfaktor die bessere Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf und weist drei auswertbare Extrema auf, die mit $\nu^* = 3$ und dem Λ -Schnittpunkt bei $B = 11.45$ T konsistent sind.

Schließlich stellt der Füllfaktor $8/5$ (Abb. 6.37c) einen besonders problematischen Spezialfall dar: Trotz akzeptabler Qualität der Abkühlkurven bis ca. $\theta = 44^\circ$ ergibt jedes verwendete Fitmodell einen komplett anderen Verlauf von $\Delta_{8/5}(\theta)$. Diese Problematik wird in Abb. 6.37c durch Einbeziehung eines weiteren linearen Fitmodells bei sehr tiefen Temperaturen ($T < 25$ mK, LT) verdeutlicht. Die Ähnlichkeit des Verlaufs entsprechender Datenpunkte mit dem theoretischen Modell der Aktivierungslücke ist zwar auffällig, jedoch aufgrund der daraus resultierenden Größenordnung für $\Delta_{8/5}$ sowie der grundlegenden Inkompatibilität mit anderen Fitmodellen, ins-

besondere LM, indiskutabel. Aufgrund des großen Interpretationsspielraumes ist die Festlegung eines zweiten Schnittpunktes für die Λ -Modellierung rein spekulativ. Ausschließlich mit dem Ziel, den theoretischen Verlauf der Energielücke zu illustrieren, orientiert sich das dargestellte Λ -Spektrum an das LT-Modell.

6.7.3. Probe 322

Die sehr unterschiedlich starke Ausprägung des FQHE an Proben F2 (6.7.2) und 318 (6.7.1), hergestellt aus gleichem Material und vermessen unter vergleichbaren Bedingungen, ließ einen Zusammenhang mit der Strukturgröße vermuten. Außerdem wurde an beiden Proben eine — ebenfalls ungleich starke — Verschiebung der QHE-Features bei großen Kippwinkeln beobachtet. Um diese beiden Effekte genauer zu untersuchen sowie die generelle Reproduzierbarkeit der Messungen an Probe F2 im Rahmen eines unabhängigen Experiments zu überprüfen, wurde eine weitere, (2×4) mm² große Probe 322 aus identischem Material E (101008A) geritzt und unstrukturiert gelötet. Damit ist sie, abgesehen von etwas größeren Abmessungen, mit der Probe F2 vergleichbar.

Während Probe 322 auch ohne Belichtung eine gute elektrische Leitfähigkeit aufwies, waren bei einer Ladungsträgerdichte von lediglich $1.57 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und Beweglichkeit von ca. $50000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ zunächst keine FQHE-Features erkennbar. Nach intensiver Belichtung wies die Probe dagegen eine Ladungsträgerdichte von $3.53 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und Beweglichkeit von ca. $92000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ auf.¹⁹ In der Umgebung von $\nu = 3/2$ waren nun mehrere stark ausgeprägte FQHE-Minima zu sehen. Der winkelabhängige Verlauf von ρ_{xx} im relevanten Magnetfeldbereich ist in Abb. 6.38d dargestellt, aufgetragen gegen $B_{\perp} = B \cdot \cos \theta$. Bei $\theta = 0^\circ$ sind Füllfaktoren $5/3$, $8/5$ und $4/3$ deutlich auflösbar; bei großen Kippwinkeln findet man auch Anzeichen des Minimums zu $\nu = 7/5$. Im Vergleich zur mesoskopischen Probe 318 liegt also tatsächlich eine erheblich komplexere und stärker ausgeprägte FQHE-Struktur vor. Die beobachteten FQHE-Features sind mit den Messungen an der unstrukturierten Probe F2 vergleichbar, unter Berücksichtigung der höheren Basistemperatur von ca. 44 mK.

In Abb. 6.38d fällt sofort die besonders starke Verschiebung sämtlicher QHE-Features zu kleineren B_{\perp} -Werten bei großen Kippwinkeln auf — im Gegensatz zu Probe F2 auch im Bereich von $\nu = 5/3$. Dabei ist eine möglichst genaue Bestimmung des tat-

¹⁹Die Abweichung von den an Probe F2 festgestellten Höchstwerten ($n_s = 3.95 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\mu = 115000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) trotz starker PPE-Sättigung ist vermutlich auf Materialalterung zurückzuführen: Messreihen an F2 und 322 liegen über 5 Jahre auseinander.

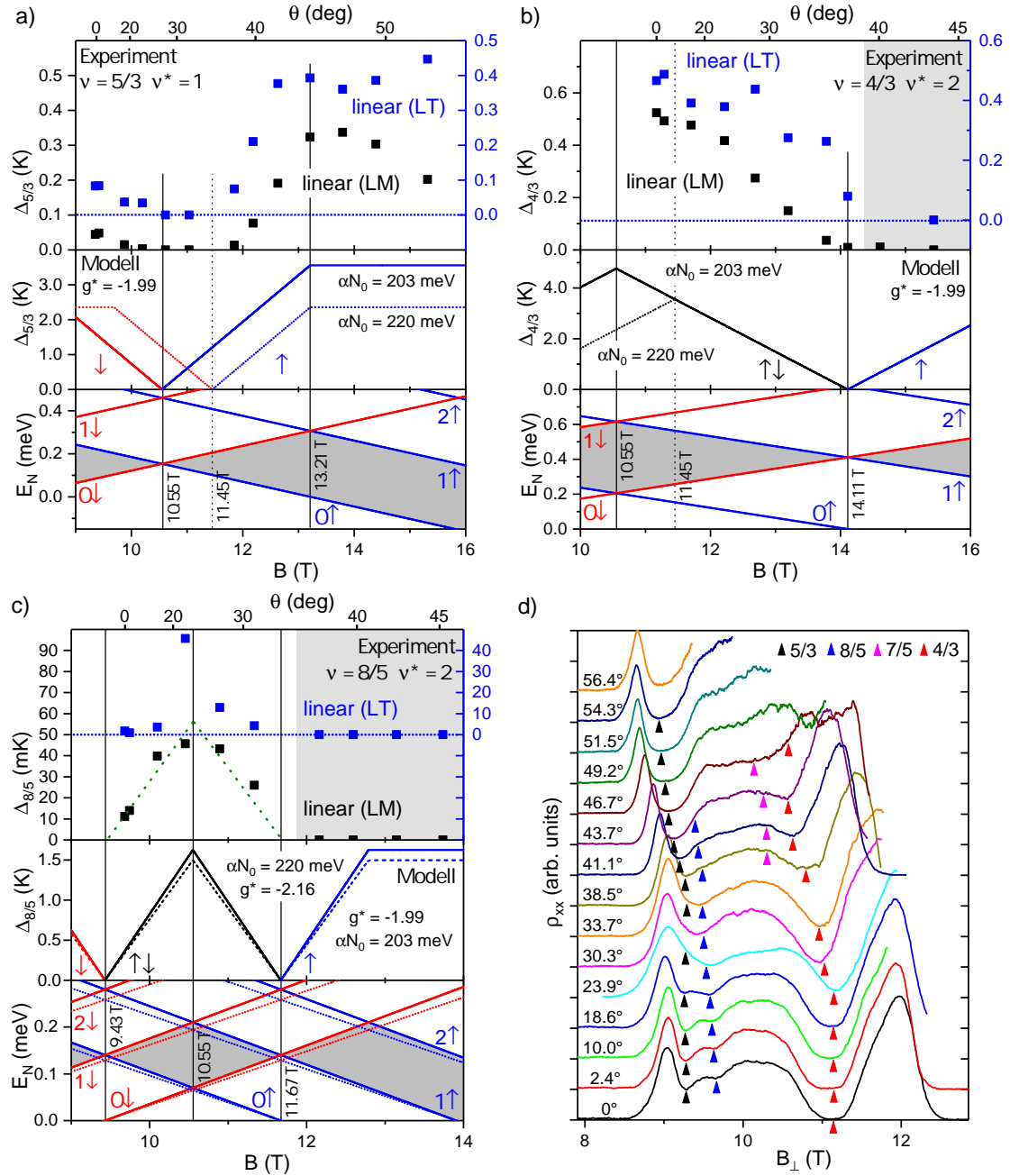


Abbildung 6.38: FQHE an Probe 322. a–c) [oben] Experimentell bestimmte Aktivierungslücke Δ_{ν} für Füllfaktoren 5/3, 4/3 und 8/5. Extraktion mit linearem Fitmodell bei tiefen ($T < 80$ mK, blau) und mittleren (110–170 mK, schwarz) Temperaturen. [unten] Modellierter Verlauf der Λ -Niveaus, Energielücke zum jeweiligen CF-Füllfaktor ν^* ist grau hinterlegt. [mittig] Erwarteter Verlauf der Energielücke und Spinpolarisation. d) Temperaturabhängigkeit des ρ_{xx} -Signals auf B_{\perp} -Skala. Winkelbestimmung anhand der IQHE-Peaks bei schwächerem Magnetfeld (vgl. Abb. 6.24). Markiert sind Positionen der FQHE-Minima bzw. Aktivierungsmessungen.

sächlichen Kippwinkels θ sowie der Position der relevanten FQHE-Zustände für die darauf folgenden Aktivierungsmessungen absolut essentiell, da beim Verfehlen des exakten B_{\perp} -Wertes eines Füllfaktors ein Mischzustand vorliegt und die Messung entsprechend verfälscht wird. Ausführliche Untersuchungen der anomalen Verschiebung finden sich im Abschnitt 6.6 und bestätigen die Korrektheit der Winkelbestimmung bzw. der dargestellten B_{\perp} -Skalierung (vgl. Abb. 6.24). Werden nun Aktivierungsmessungen bei fixiertem B_{\perp} durchgeführt, so liefern sie bei großen Kippwinkeln offensichtlich zunehmend verfälschte Werte für Δ_{ν} . Daher wurden die Positionen der FQHE-Minima bei jedem Winkel und Füllfaktor manuell anhand des Verlaufs des ρ_{xx} - sowie ρ_{xy} -Signals bestimmt. Alle B_{\perp} -Positionen, an denen Aktivierungsplots aufgenommen wurden, sind in genannter Abbildung markiert.

Ergebnisse und Diskussion

In Abb. 6.38a–c sind die aus Aktivierungsmessungen bestimmten Energielücken Δ_{ν} für Füllfaktoren $5/3$, $4/3$ und $8/5$ dargestellt. Auf eine Auswertung von $\nu = 7/5$ wird verzichtet, da keine ausreichend genaue Positionsbestimmung bzw. Abgrenzung von $4/3$ möglich war. In Anlehnung an die Diskussion in 6.7.1 wurde für die Extraktion von Δ_{ν} ausschließlich das lineare Arrhenius-Modell mit 110–170 mK (LM) verwendet — einem Temperaturbereich, in dem die Aktivierungsplots die größte Steigung aufweisen. Als nächstbeste Alternative wurde zudem der Bereich sehr niedriger Temperaturen herangezogen (bis 80 mK, LT), wobei in diesem die einsetzende Lokalisierung zu berücksichtigen ist.

Bei allen drei diskutierten Füllfaktoren zeigt das LM-Modell erneut die beste Übereinstimmung mit dem simulierten Verlauf. Während das LT-Modell keine grundlegenden Diskrepanzen aufweist, streuen die extrahierten Werte so stark, dass sich Extrema der Δ_{ν} -Verlaufs nur schwer identifizieren lassen. Eine bemerkenswerte Ausnahme stellt der Bereich sehr großer Kippwinkel bei $\nu = 5/3$ dar, in dem das LT-Modell die konstante Energielücke korrekt wiedergibt. Angesichts der gezielt kompensierten QHE-Verschiebung ist das Scheitern beider Modelle bei $\theta > 40^{\circ}$ im Fall des primär relevanten Füllfaktors $4/3$ bedenklich: Eine mögliche Erklärung findet sich in Abb. 6.38d, in der sich eine generelle Verschlechterung der Signalqualität in *denselben*, von der Verschiebung betroffenen Magnetfeldbereichen erkennen lässt. Eine analoge Korrelation lässt sich auch bei Probe F2 (Abb. 6.35b) deutlich feststellen. Dagegen ist der im Fall von $\nu = 8/5$ beobachtete Einbruch der $\Delta_{8/5}$ -Werte bei großen Winkeln primär auf erschwerte Positionierung der Aktivierungsmessungen, bedingt durch die geringe Entfernung vom stark ausgeprägten $5/3$ -Minimum, zurückzuführen.

Bei Proben 318 und F2 wurde $g^* = -1.99$ und $\alpha N_0 = 220$ meV unabhängig vom Füllfaktor angenommen — äquivalent zu einheitlicher Festlegung des $(0 \uparrow, 0 \downarrow)$ -Schnittpunkts auf $B = 11.45$ T. Bei der hier diskutierten Probe 322 kann die Existenz eines Extremums von Δ_ν höchstens bei Füllfaktoren $5/3$ und $4/3$ angenommen werden — wobei dies insbesondere im Fall von $5/3$ im fraglichen Verlauf bei kleinen Winkeln resultiert (vgl. punktiertes Modell in Abb. 6.38a,b). Im Fall von $\nu = 8/5$ liegt dagegen das $(0 \uparrow, 0 \downarrow)$ -Maximum ($\nu^* = 2$) eindeutig in der Umgebung von ca. 10.55 T, während bei 11.45 T ein Minimum vorliegt. Tatsächlich bietet sich bei allen drei untersuchten Füllfaktoren die abweichende Position $B = 10.55$ T als konsistenter, einheitlicher $(0 \uparrow, 0 \downarrow)$ -Referenzpunkt an; in allen drei Fällen wird der Verlauf von Δ_ν plausibel modelliert.

Die Festlegung der neuen $(0 \uparrow, 0 \downarrow)$ -Position impliziert zugleich abweichende Werte für die Fitparameter αN_0 und g^* . Sinnvoll erscheint die Fixierung zumindest eines davon beim bislang verwendeten Wert, womit sich die Kombinationen ($\alpha N_0 = 220$ meV, $g^* = -2.16$) und ($\alpha N_0 = 203$ meV, $g^* = -1.99$) ergeben. Der Unterschied zwischen diesen ist am Beispiel des Füllfaktors $8/5$ in Abb. 6.38c veranschaulicht: Die Wahl der Parameter beeinflusst letztendlich nur die Größe der Energielücke, indem der dritte Parameter m^{CF} festgelegt wird, nicht aber den prinzipiellen Verlauf, der durch die zwei Schnittpunkte definiert ist. Für die in Abb. 6.38a–b dargestellte Modellierung des Λ -Spektrums der Füllfaktoren $5/3$ und $4/3$ wurde daher ein fixierter Wert von $g^* = -1.99$ angenommen.

Angesichts der beschriebenen Skalierbarkeit des Modells — im Grunde einer Überparametrisierung — wäre es möglich, durch geeignete Parameterwahl den modellierten Verlauf von Δ_ν an die experimentell bestimmten Datenpunkte anzupassen. Dies erscheint jedoch aufgrund der signifikanten — im Fall von $8/5$ rund 30-fachen — Diskrepanz der Werte nicht als sinnvoll: Durch die vorgegebene maximale Größe der Energielücke wird über die Beziehung $\Delta_\nu = \hbar\omega_c^{CF}$ und folglich $m_\nu^{CF} \propto 1/\Delta_\nu$ die Masse der CFs festgelegt. Bei deutlich kleiner Energielücke erhält man damit unrealistisch hohe Werte für m_ν^{CF} sowie sehr stark abweichende αN_0 und g^* . Die beobachtete Diskrepanz wird stattdessen der Verbreiterung aufgrund von Unordnung zugeschrieben, die im modellierten Verlauf nicht berücksichtigt wird.

Zusammenfassung FQHE

Als wichtigstes experimentelles Ergebnis lässt sich die erfolgreiche und unabhängige Beobachtung des FQHE-Effekts an zwei weiteren Proben aus verdünnt-magnetischem

CdMnTe festhalten. Obwohl im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine Vielzahl vergleichbarer Proben aus anderen CdMnTe-Materialien vermessen wurde, konnte der FQHE stets nur im selben Material E nachgewiesen werden. Damit bleibt die Frage nach den für das Zustandekommen des Effekts entscheidenden Faktoren offen — naheliegend ist sicherlich der niedrigste Mn-Gehalt des Materials E unter allen verwendeten Wafern. Einen weiteren Hinweis könnte die im Direktvergleich der Proben 318 und 322 demonstrierte Unterdrückung der FQHE-Zustände bei kleineren Probenabmessungen darstellen: Sollte ein Zusammenhang mit der Anwesenheit magnetischer Ionen bestehen, so wäre auch eine Skalierung des Effekts mit dem Mn-Gehalt bzw. seine ausreichend starke Ausprägung auch an makroskopischen, Mn-reichen Proben denkbar.

Im Rahmen der Modellierung der Λ -Niveaus wurden mehrere Fitmodelle für die Extraktion der Energielücke Δ_ν aus Aktivierungsmessungen evaluiert: Die beste — wenn auch keine ideale — Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf zeigt das lineare Arrhenius-Modell bei Einschränkung auf den Temperaturbereich 110–170 mK. In der Praxis handelt es sich um einen vergleichsweise kleinen linearen Bereich zwischen thermischer Aktivierung bei höheren und Lokalisierungseffekten bei tieferen Temperaturen, der die größte Steigung aufweist. Die Ergebnisse der Auswertung von Aktivierungskurven mithilfe der nicht-linearen Modelle, welche die Verbreiterung der Λ -Niveaus berücksichtigen, sind dagegen sehr kontrovers: Der „klassische“ Verlauf der Aktivierungskurven — der typischerweise mit stark ausgeprägtem ρ_{xx} -Minimum einhergeht — wird sehr gut modelliert, inklusive der Abflachung bei tiefen Temperaturen (vgl. Abb. 6.34b, 6.36a). Die extrahierten Werte Δ_ν sind dabei prinzipiell mit den Ergebnissen aus dem LM-Modell vergleichbar. Bei abweichenden Bedingungen scheitern jedoch beide nicht-linearen Modelle: Sie resultieren in einem sehr inkonsistenten Verlauf der Energielücke, der die Zuordnung der Extrema erschwert und sich nicht auf ein sinnvolles Λ -Schema zurückführen lässt. Bevor die Ursachen hierfür geklärt sind, bleibt die Glaubwürdigkeit der aus nicht-linearen Modellen gewonnenen Δ_ν -Werten fraglich.

Der abweichende Verlauf der Energielücke bei sehr großen Winkeln lässt sich nur teilweise auf die anomale QHE-Verschiebung und die damit verbundene ungenügend präzise Positionierung in B bei Aktivierungsmessungen zurückführen. Insbesondere hat sich die Situation auch im Fall der Probe 322, bei der die Verschiebung gezielt kompensiert wurde, nicht gebessert. Auffällig ist die Verschlechterung der Signalqualität, ähnlich einem starken Rauschen, von der die anomale Verschiebung stets begleitet wird (vgl. Abb. 6.33a, 6.35b, 6.38d): In betroffenen Bereichen werden sämtliche

QHE-Merkmale unterdrückt, wodurch FQHE-Minima in ρ_{xx} allmählich verschwinden — und zwar unabhängig davon, ob sich die Energielücke tatsächlich schließt. Bei Auswertung der entsprechenden Aktivierungsplots kann dabei mit zu kleinen Werten für Δ_v gerechnet werden — im Einklang mit den festgestellten Diskrepanzen bei großen Kippwinkeln. Ebenfalls erscheint aus dieser Perspektive der Verlauf der LM-Energielücken bei großen Kippwinkeln im Fall der Probe 322 (Abb. 6.38) durchaus plausibel: Während der Füllfaktor $4/3$ bei Verkipfung der Probe sehr bald von der anomalen Verschiebung und der damit verbundenen Degradierung betroffen wird, setzt analoge Unterdrückung im Fall des Füllfaktors $5/3$ erst später (ab ca. 50°) ein.

7. Transportmessungen an HgTe

In diesem Kapitel werden ausgewählte Messungen an unterschiedlichen HgTe-2DEG-Strukturen vorgestellt. Während das Material an sich aufgrund der Bandinversion sehr interessant ist und im Mittelpunkt vieler aktueller Forschungsthemen steht, eignet es sich außerdem als nicht-magnetische Referenz zu CdMnTe speziell im Bezug auf die Probenherstellung sowie Konzipierung und Überprüfung des Messaufbaus: Die grundlegenden Strukturierungsprozesse sind für die beiden Telluride nahezu identisch, während sich die Ankontaktierung des 2DEGs bei HgTe wesentlich einfacher und zuverlässiger gestaltet. Als Folge lassen sich verschiedene Layout- und Strukturierungskonzepte praktisch unverändert von CdMnTe auf HgTe übertragen, um ihre Plausibilität ohne Einflussnahme der Kontaktqualität sowie magnetischer Effekte zu überprüfen. Gleichzeitig ist das Material insbesondere gegenüber Wärmeeinwirkung ähnlich sensibel wie CdMnTe — dadurch lässt sich dieser Schlüsselfaktor der Materialdegradierung ebenfalls isoliert bewerten.

7.1. Material- und Probencharakterisierung

Das Material 101108, in dem sämtliche untersuchte HgTe-Proben realisiert wurden, wurde am Rzhzanov Institut für Halbleiterphysik in Novosibirsk gewachsen. Sein Aufbau ist in Abb. 7.1 schematisch dargestellt: Der 8 nm breite — und damit invertierte — HgTe-Quantentopf befindet sich zwischen zwei 65 nm dicken $\text{Cd}_{0.51}\text{Hg}_{0.49}\text{Te}$ -Barrieren. Der Übergang zwischen CdHgTe und dem (013)-GaAs-Substrat ist mittels CdTe-Pufferschicht sowie ZnTe-Adhäsionsschicht realisiert. Die Barrieren enthalten im Abstand von 11 nm symmetrisch zum Quantentopf je 9 nm Indium-Volumenlegierung. Indium wird dabei als vollständig ionisiert betrachtet und stellt 2DEG-Elektronen entsprechend seiner Volumenkonzentration zur Verfügung. Oberhalb der Heterostruktur befindet sich schließlich eine 50 nm dicke Cap-Schicht. Die für eine vollständige Durchtrennung des leitenden Kanals erforderliche Mindestätztiefe berechnet sich damit zu 123 nm.

Ein Überblick über relevante HgTe-Proben findet sich ebenfalls in Abb. 7.1. Sie alle wurden im schonenden gen5-Prozess (s. 4.2.1) hergestellt — mit dünnen, nassche-

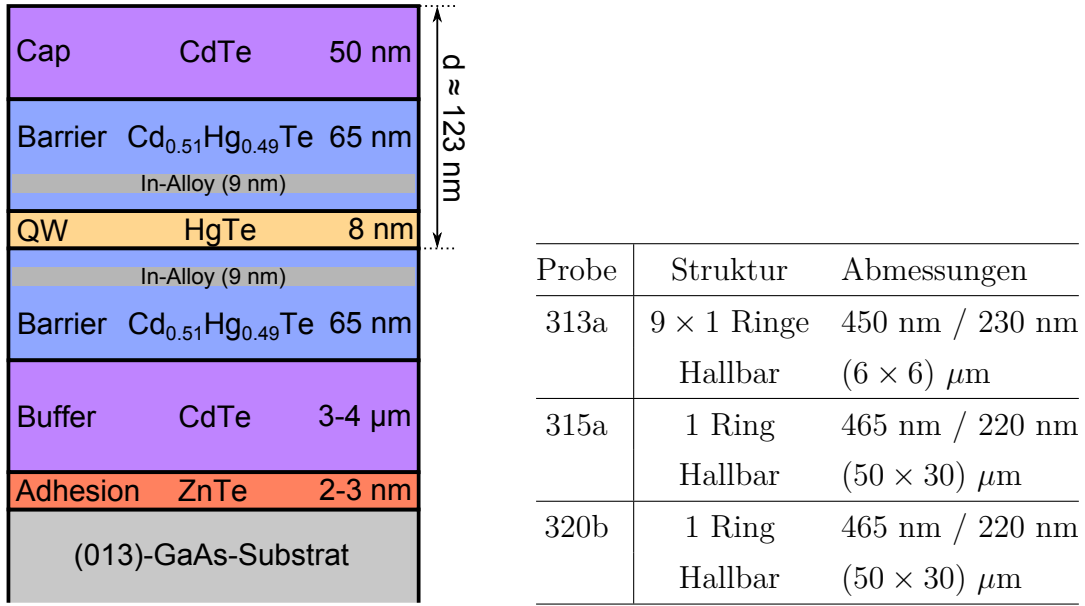


Abbildung 7.1: [links] Aufbau des verwendeten HgTe-Materials 101108 mit einer intrinsischen Ladungsträgerdichte von $3\text{--}4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und einer Beweglichkeit von $\text{ca. } 100 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. [rechts] Relevante Proben und Strukturen. Alle Proben wurden im gen5-Prozess hergestellt und besitzen ein Topgate. Abmessungen: Ringe \bar{r} / w^1 ; Hallbars $L \times W$.

misch geätzten Trenngräben einheitlicher Tiefe. Im Fall von HgTe lag der Fokus der Untersuchungen primär auf Beobachtung von Quanteninterferenzeffekten bzw. ihrer Evolution im elektrischen Feld. Als Folge wurden grundsätzlich alle HgTe-Proben mit einem Topgate versehen, wobei seine Transparenz irrelevant war und Au bzw. NiCr (s. 4.2.3) situativ verwendet wurde: Dank der hervorragenden Transporteigenschaften des verwendeten HgTe-Materials hat sich zusätzliche Belichtung bei tiefen Temperaturen — anders als bei CdMnTe — als unnötig erwiesen. Darüber hinaus wurde bei Belichtungstests eine signifikante Degradierung der Leitfähigkeit festgestellt, die ohne vollständiger Aufwärmung der Probe nicht umkehrbar war — dieses Erscheinungsbild steht im Einklang mit den in 2.2 beschriebenen Charge-Trapping-Prozessen. Als kritisch erforderlich hat sich dagegen die Verwendung des RC-Gatefilters erwiesen (s. 5.4). Da sich dieser und ein DC-Offset gegenseitig ausschließen, wurden sämtliche Messungen im reinen AC-Modus durchgeführt. Im Gegensatz zu CdMnTe spielt die Problematik der nicht-ohmschen Kontakte im Fall von HgTe keine Rolle, so dass auf einen DC-Offset tatsächlich verzichtet werden kann.

¹Mit \bar{r} wird der mittlere Ringradius bezeichnet, so dass der Innenradius $\bar{r} - w/2$ beträgt.

Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit

Die Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften und des Topgate-Einflusses lieferte für alle relevanten Proben sehr ähnliche Ergebnisse. Bei 27 mK und ohne Gate-Spannung weist das Material eine intrinsische Ladungsträgerdichte von $3.6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und -beweglichkeit von $110 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ auf, unabhängig von spezifischer Strukturierung. Die bemerkenswerte Übereinstimmung dieser Werte mit den Herstellerangaben für unstrukturierte Proben ist äußerst wichtig im Bezug auf langjährige Prozessentwicklung: Die reproduzierbare Abwesenheit nennenswerter Degradierung auch nach einer Vielzahl von Strukturierungsschritten — und in einem noch sensibleren Material als CdMnTe — zeigt, dass mit gen5 tatsächlich ein sehr schonender Prozess geschaffen wurde.

In Abb. 7.2 sind die wichtigsten Ergebnisse der Topgate-Charakterisierung zusammengefasst. Aufgrund der Irreversibilität einiger Prozesse ist die Reihenfolge der diskutierten Messreihen in Abb. 7.2d,e angegeben. Ausgehend vom Referenzzustand $U_{TG} = 0$ (Abschnitt 1, Abb. 7.2a) wurde eine Reihe von Magnetowiderstandsmessungen zu negativen Gatespannungen bis -5 V aufgenommen (Abschnitte 2–3). Die letzte quantitativ auswertbare Messreihe, $U_{TG} = -2.6 \text{ V}$, ist in Abb. 7.2c zu sehen. Bemerkenswert ist die, im Angesicht der extrem geringen Ladungsträgerdichte, immer noch sehr deutliche Ausprägung des IQH-Zustandes zu $\nu = 1$ sowohl in ρ_{xy} als auch in ρ_{xx} . Ferner bricht die elektrische Leitung auch unterhalb von -2.6 V nicht vollständig zusammen, das Messsignal weist aber keinerlei auswertbare Features auf. Der Punkt der Ladungsneutralität (charge neutrality point, CNP) wird bei ca. -3.8 V vermutet; die sehr geringe Signalqualität in diesem Bereich erlaubt keine genaue Bestimmung seiner Position.

Im Anschluss an das schrittweise Vorrücken bis -5 V wurde im relevanten n-Bereich nun der kontinuierliche Verlauf der Ladungsträgerdichte und -beweglichkeit evaluiert (Abschnitte 4–5 in Abb. 7.2) — mittels einer Kombination von Gatesweeps bei 0 T (Nullfeldwiderstand) und 0.5 T (Hallsteigung). Auffällig ist der signifikante Versatz gegenüber vorangehenden Messungen: Bei identischer Steigung haben sich sämtliche Features auf der U_{TG} -Achse um rund -1 V verschoben. Eine naheliegende Ursache stellen sog. Charge-Trapping-Prozesse in Isolatorschichten sowie an ihren Grenzflächen dar [141].

Bei positiven Gatespannungen fällt insbesondere das deutliche Einsetzen der Sättigung bereits bei recht niedrigen² positiven U_{TG} -Werten auf. Mit $n_s \approx 7.0 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$

²die genaue Position ist wiederum vom Ausmaß der Ladungsverschiebung abhängig

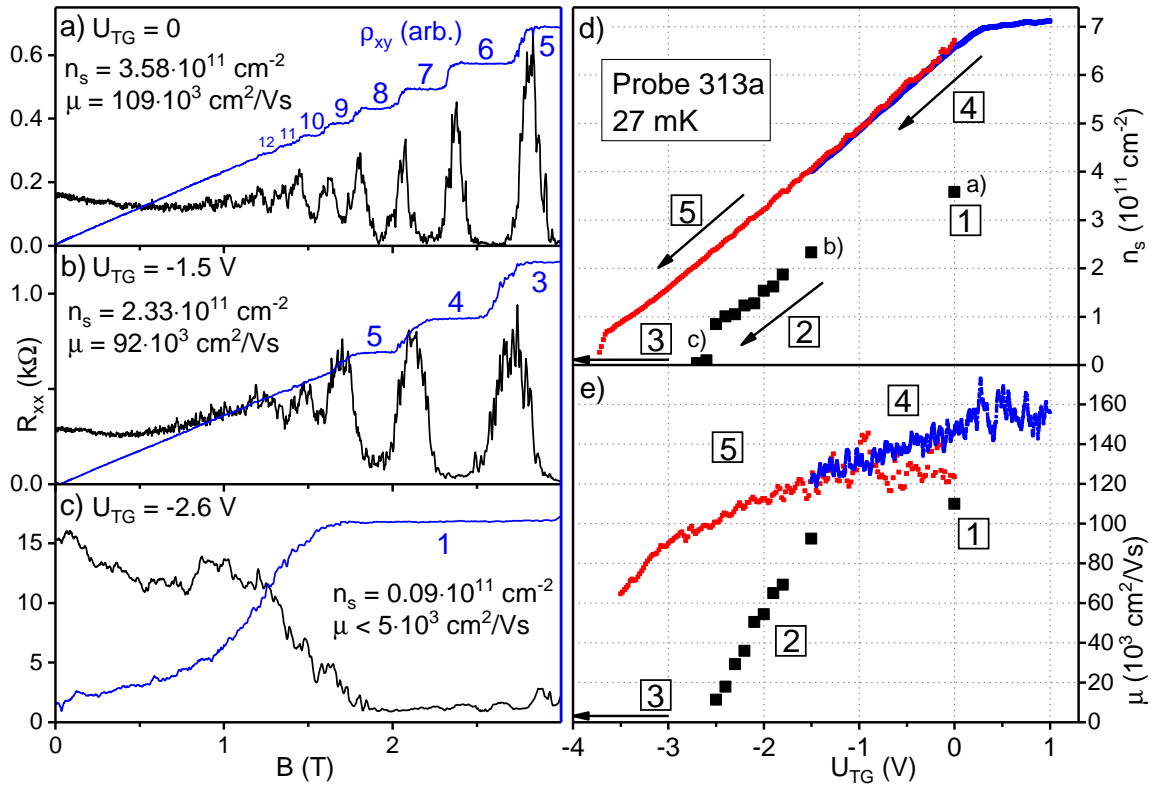


Abbildung 7.2: a–c) Längs- und Hallsignal der Probe 313a für ausgewählte Topgate-Spannungen bei 27 mK. d) Ladungsträgerdichte, extrahiert aus ρ_{xy} -Steigung verschiedener Magnetfeldsweeps (schwarz) sowie aus kontinuierlichen Topgate-Sweeps (blau, rot). Angegeben sind die Reihenfolge der Messreihen sowie Richtung der U_{TG} -Sweeps. Die Messreihe [3] bis -5.0 V war nicht auswertbar, führte jedoch zur Verschiebung nachfolgender Messungen in U_{TG} . e) Dazugehörige Beweglichkeit. Wertestreuung durch niedrigen Widerstand in der Größenordnung des Rauschens bedingt.

und $\mu \approx 150 \cdot 10^3 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ erreicht auch die elastische mittlere freie Weglänge ihren Maximalwert von $l_e \approx 2.1 \mu\text{m}$ — vergleichbar mit typischen Gesamtweglängen der Teilwellen in untersuchten Interferenzstrukturen (z. B. Armlänge der AB-Ringe). Weitere Erhöhung der Gatespannung bewirkt fast ausschließlich eine langsame Verschlechterung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (vgl. Abb. 7.2e) und wird dadurch insbesondere für Interferenzmessungen zunehmend uninteressant.

Der lineare Abschnitt der Gatecharakteristik $n_s(U_{TG})$ erlaubt Rückschlüsse auf die Qualität des Gate-Isolators mittels Auswertung seiner Kapazität:

$$C = \frac{e \cdot n_s}{U_{TG}}. \quad (7.1)$$

Die konstante Steigung $\partial n_s / \partial U_{TG}$ in Abschnitten 4–5 der Abb. 7.2d entspricht einer

Kapazität von $C = 2.8 \cdot 10^{-4} \text{ F/m}^2$. Bei bekannter Schichtabfolge zwischen QW und Gateelektrode lässt sich ein theoretischer Vergleichswert wie folgt berechnen:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}, \quad C_i = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_i A}{d_i}, \quad (7.2)$$

mit Schichtdicke d_i und -permittivität ε_i der einzelnen Schichten i . Ausgehend vom QW sind folgende vier Schichten zu berücksichtigen: 65 nm $\text{Cd}_{0.51}\text{Hg}_{0.49}\text{Te}$ -Barriere ($\varepsilon = 15.2$ [142]), 50 nm CdTe-Cap ($\varepsilon = 10.6$ [142]), 30 nm SiO_2 -Seedschicht ($\varepsilon = 3.9$ [141]) und 100 nm Al_2O_3 -Isolator ($\varepsilon = 9.0$ [141]). Damit ergibt sich die (ebenfalls flächennormierte) Gesamtkapazität zu $C = 3.2 \cdot 10^{-4} \text{ F/m}^2$ — in sehr guter Übereinstimmung mit dem experimentell bestimmten Wert.

7.2. Quanteninterferenzeffekte

Interferometrische Experimente an HgTe werden anhand der bis auf geringfügige geometrische Fluktuationen identischen Proben 315a und 320b vorgestellt. Als Aharonov-Bohm-Interferometer dienten einzelne Ringe mit einem mittleren Radius von $\bar{r} = 465 \text{ nm}$ bei durchschnittlicher Armbreite von $\bar{w} = 220 \text{ nm}$ (Abb. 7.3a). Untersuchungen der Interferenzen auf zeitumgekehrten Pfaden wurden an einer Reihe von unterschiedlich dimensionierten Ringarrays durchgeführt, waren jedoch nicht erfolgreich — auf mögliche Gründe wird in 7.2.2 eingegangen.

Die überdimensionierte Linienbreite sowie die generelle Asymmetrie in Abb. 7.3a illustrieren die eingeschränkte Kontrollierbarkeit des nasschemischen Ätzprozesses, sind jedoch gerade für AB-Messungen unkritisch: Die Teilwellen erfahren in den beiden Ringarmen i. A. ohnehin eine unterschiedliche Phasenverschiebung. Solange keine extreme Weglängendifferenz vorliegt, bleibt das Zustandekommen der Interferenz davon unbeeinträchtigt. Einen gewissen Nachteil stellt die großzügige Ringgeometrie für die Berechnung der erwarteten Periodizität der Oszillationen dar, da die von Teilwellen eingeschlossene Fläche je nach tatsächlicher Ausbreitungstrajektorie stark variieren kann. Geht man, in Anlehnung an den eindimensionalen Idealfall, von Kreisbögen aus (Abb. 7.3b), so ergibt sich durch verschiedene mögliche Radien für ΔB (mit Gl. 3.61) ein breites Intervall von 3.6–10.3 mT. Kreisförmige Ausbreitungspfade erscheinen jedoch bei der vorliegenden Geometrie grundsätzlich unrealistisch: Vielmehr werden Teilwellen den Ring auf kürzeren Trajektorien geringsten Widerstands durchqueren (Abb. 7.3c). Experimentell sind die beiden dargestellten Varianten jedoch nicht unterscheidbar, da die eingeschlossene Fläche und damit auch ΔB identisch sind.

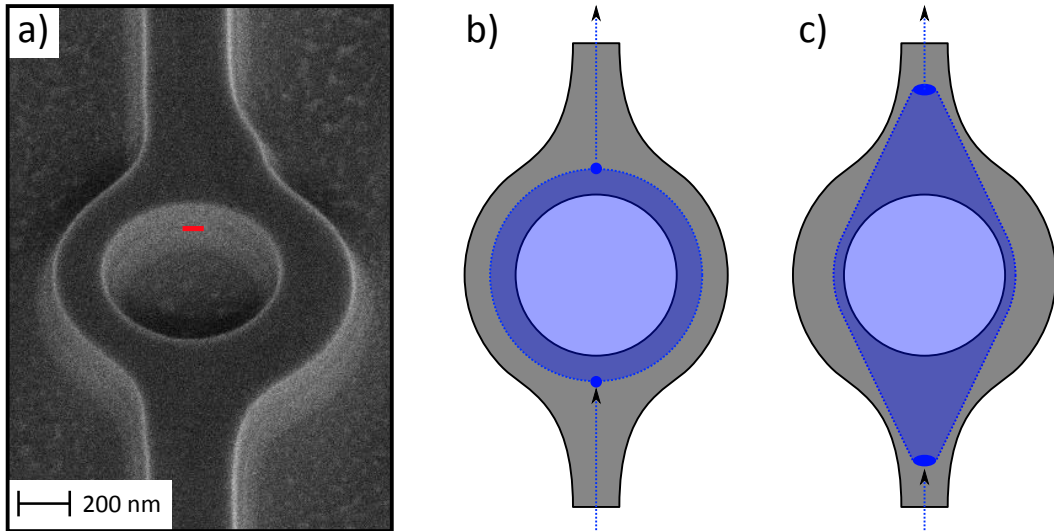


Abbildung 7.3: a) Aharonov-Bohm-Ring der Probe 315a: $r_{min} = 355 \text{ nm}$, $\bar{r} = 465 \text{ nm}$, $\bar{w} = 220 \text{ nm}$. Asymmetrie bedingt durch nasschemisches Ätzen. Visuell erkennbare Position des 2DEGs ist markiert (rot). b) Trajektorie der Partialwellen und eingeschlossene Fläche im idealen (dünnen) Ring. c) Mögliche kürzere Trajektorien bei identischer eingeschlossener Fläche in einem Ring mit großer Armbreite.

7.2.1. Aharonov-Bohm-Effekt

An beiden AB-Interferometern konnten tatsächlich ausgeprägte und reproduzierbare Oszillationen festgestellt werden. Ihre Periodizität liegt zwar generell im erwarteten Intervall, die Phasenlage weist aber eine komplexe Abhängigkeit von der Topgate-Spannung auf. Das beobachtete Verhalten — Einfluss des elektrischen Feldes auf die Phasendifferenz der Partialwellen im AB-Ring — ist konsistent mit dem gesuchten Aharonov-Casher-Effekt. Um diese Annahme zu verifizieren, wurden hochaufgelöste $R_{xx}(B, U_{TG})$ -Messreihen in verschiedenen Parameterbereichen aufgenommen. Wie bereits erwähnt wurde, war die Verwendung eines RC-Gatefilters (s. 5.4) sowohl für die Extraktion des Interferenzsignals als auch für die generelle Stabilität des Topgates entscheidend.

In Abb. 7.4 ist die an Probe 320b gemessene Abhängigkeit der AB-Oszillationen in $R_{xx}(B)$ von der Topgate-Spannung U_{TG} dargestellt. Die im Vergleich zu AB-Messreihen an CdMnTe-Proben (6.3.1) extrem kleine Messfenstergröße ist durch signifikant höhere Anforderungen an die Auflösung bedingt: Die sehr sensible Reaktion der AB-Phasen auf kleinste Variation von U_{TG} , die auch von König *et al.* festgestellt wurde [143], erforderte eine Schrittweite von 0.5 mV, um ein zusammenhängendes Muster zu erhalten. Aufgrund der vergleichsweise kleinen erwarteten AB-

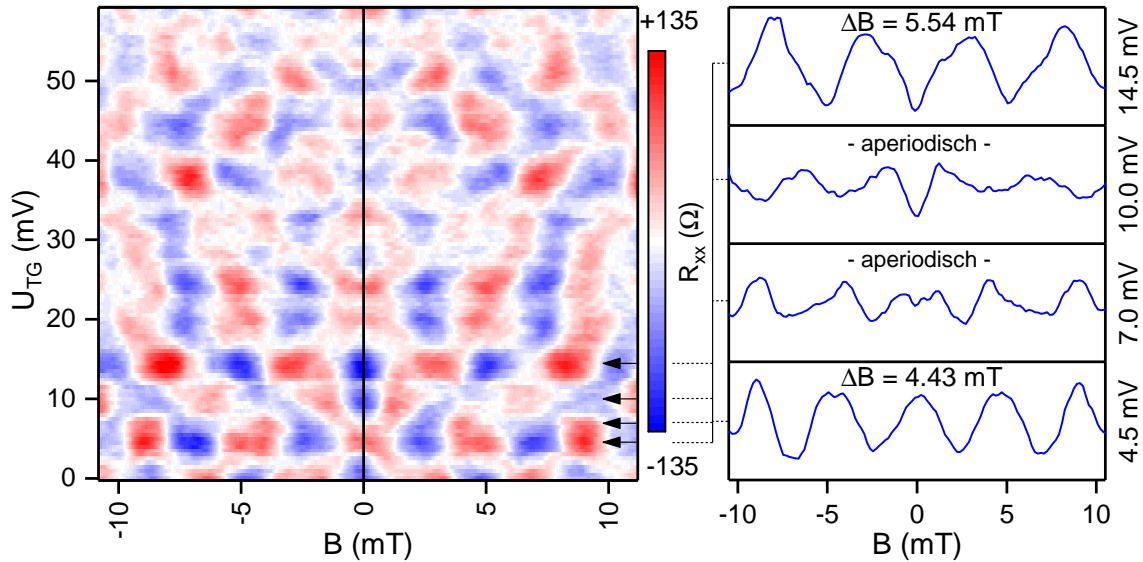


Abbildung 7.4: [links] Gefilterte³Aharonov-Bohm-Oszillationen in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung (Probe 320b). Man beachte die Symmetrie bzgl. $B = 0$ sowie $U_{TG} = 4.5$ mV. [rechts] Ausgewählte R_{xx} -Kurven (entsprechend Pfeilen im 3D-Plot) veranschaulichen die Evolution des Musters.

Periode musste auch die Sweeprate des Magnetfeldes auf 5 mT/min reduziert werden. Damit dauerte die abgebildete Messreihe trotz des extrem eingeschränkten Messbereichs rund 19 Stunden. Abwesenheit von abrupten Sprüngen in U_{TG} und sehr gute Übereinstimmung der Up- und Down-Sweeps (nicht dargestellt) sprechen für hohe Stabilität des Topgates mit *in situ* RC-Filter. Bei geringerer Auflösung schmiert das Interferenzmuster sehr schnell aus, was eine Interpretation schwierig bis unmöglich macht.

In Abhängigkeit von U_{TG} verschieben sich die beobachteten Minima bzw. Maxima und es können zahlreiche Bifurkationen und Zusammenschlüsse des Musters beobachtet werden. Das Gesamtbild entspricht im Wesentlichen ebenfalls dem von König *et al.* beobachteten Verhalten [143]. Nur bei einzelnen Werten von U_{TG} sind die Oszillationen exakt periodisch, wobei die jeweilige Periode ΔB leicht variiert — dies ist an extrahierten Messkurven für 4.5 mV und 14.5 mV deutlich zu erkennen. Speziell bei 4.5 mV kann außerdem eine Symmetrieachse bzgl. U_{TG} vermutet werden, d. h. komplette Aufhebung der Rashba-Spin-Bahn-Kopplung durch das elektrische Feld und damit das Vorliegen eines reinen AB-Zustandes ohne zusätzliche geometrische Phase. Die Periode von 4.43 mT ergibt bei einer kreisförmigen Trajektorie einen

³Vgl. Vorgehensweise bei AB-Messungen an CdMnTe (6.3.1).

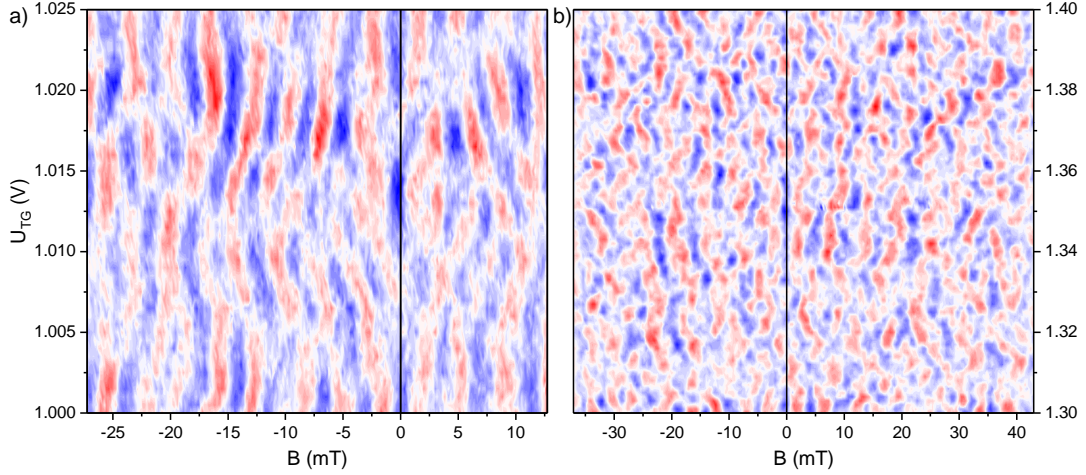


Abbildung 7.5: Gefilterte AB-Oszillationen an Probe 315a in Abhängigkeit von der Topgate-Spannung U_{TG} bei $T = 55$ mK. Farbkodiert sind Minima (blau) und Maxima (rot) von R_{xx} ohne Hintergrund. Man beachte die eingezeichnete vertikale Symmetrieachse bei $B = 0$. a) Hochauflösende Messung mit $\Delta U_{TG} = 0.5$ mV, $\dot{B} = 5$ mT/min. b) Größerer Messbereich mit halbiertem Auflösung beider Dimensionen.

Radius von ca. 545 nm und liegt damit im erwarteten Intervall. Bemerkenswert ist die prinzipielle Ähnlichkeit des vorliegenden Erscheinungsbildes mit AB-Messungen an der CdMnTe-“Zwillingsprobe“ 314a (s. 6.3.1): Trotz unterschiedlicher Materialien findet man in beiden Fällen Manifestationen desselben AC-Effekts.

Die Reproduzierbarkeit der beobachteten Effekte wird auch durch analoge Messungen am AB-Ring der Probe 315a bestätigt: In Abb. 7.5 finden sich zwei repräsentative Messreihen mit unterschiedlicher Messfenstergröße und Auflösung. Auf $U_{TG} > 1.0$ V musste aufgrund der etwas geringeren Leitfähigkeit bzw. schlechterem Signal-Rausch-Verhältnis bei $U_{TG} = 0$ ausgewichen werden. Auch in gezeigten Bereichen können analoge, bzgl. $B = 0$ symmetrische Oszillationsmuster mit U_{TG} -abhängigem Phasen-zustand festgestellt werden. So weit vom vermuteten Rashba-Symmetriepunkt sind jedoch keine exakt periodischen, „klassischen“ AB-Kurven zu finden. Gleichzeitig sind Schwankungen der ΔB -Periodizität geringer, so dass sich trotz der Komplexität des Musters eine grundlegende, annähernd konstante Basisperiode von $\Delta B = 5.56$ mT extrahieren lässt. Diese entspricht $\bar{r} = 487$ nm, wiederum in sehr guter Übereinstimmung mit dem tatsächlichen mittleren Ringradius von $\bar{r} = 465$ nm.

7.2.2. Altshuler-Aronov-Spivak-Effekt

Die im Vorabschnitt vorgestellten, reproduzierbaren AB-Messungen haben sowohl die generelle Realisierbarkeit von Interferenzversuchen in HgTe als auch die Plausibilität des gen5-Prozesses und verwendeter Geometrie bestätigt. Die starke Ausprägung des AB-Interferenzmusters war auch im Bezug auf AAS-Untersuchungen vielversprechend. Trotz einer Vielzahl von Messversuchen an ausgezeichnet leitfähigen Ringarrays verschiedener Geometrie — u. a. 9×1 Arrays analog zu 6.3.2 — konnten jedoch keine Spuren von Interferenzen auf zeitumgekehrten Pfaden festgestellt werden.

Ironischerweise stellt gerade die gute elektrische Leitfähigkeit eine mögliche Ursache dar: Bei AB-Messungen an einzelnen Ringen lag die Amplitude der gefilterten Oszillationen typischerweise im Bereich 100–200 Ω . Bereits bei dieser Größenordnung erwies sich die Extraktion des Signals aus dem Hintergrund als schwierig und erforderte ein gut durchdachtes Filterungskonzept. Im Falle des AAS-Effekts müssen die Partialwellen für das Zustandekommen der Interferenz die doppelte Weglänge durch die Ringarme zurücklegen. Aufgrund der geringeren Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses gegenüber AB-Interferenz wird eine entsprechend niedrigere Amplitude der AAS-Leitwertfluktuationen erwartet — bei Nagasawa *et al.* beträgt diese beispielsweise nur 5–8 Ω [86]. Damit stellen AAS-Messungen deutlich höhere Anforderungen an die erreichbare Messauflösung bzw. das Signal-Rausch-Verhältnis der Messumgebung. Es ist durchaus denkbar, dass diese Bedingungen durch die verwendete Messanordnung trotz zahlreicher Optimierungsversuche nicht erfüllt wurden.

Analoge Dämpfung oder gar vollständige Unterdrückung der AAS-Oszillationen werden auch dann erwartet, wenn die Phasenkohärenzlänge für die vollständigen Ringumläufe nicht ausreicht. Angesichts der in 7.1 festgestellten mittleren freien elastischen Weglänge l_e in der Größenordnung von 2 μm erscheint eine Phasenkohärenzlänge kleiner als $2\pi\bar{r} \approx 2.8 \mu\text{m}$ im nicht-magnetischen HgTe sehr unwahrscheinlich.

8. Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein breites Spektrum von Transportphänomenen im verdünnt-magnetischen Halbleiter CdMnTe untersucht. Die Anwesenheit der magnetischen Mn-Ionen manifestiert sich einerseits in Form von bekannten, auf der sp-d-Austauschwechselwirkung basierenden Effekten, wie dem Beating-Pattern oder dem QHF, und ermöglicht damit eine gezielte Untersuchung der magnetischen Materialeigenschaften. Andererseits machen sich die magnetischen Effekte in bestimmten Regimes so stark bemerkbar, dass der grundlegende elektrische Transport behindert und damit die Realisierung von einfachsten Messkonzepten problematisch wird. Insbesondere der Bereich sehr tiefer Temperaturen und schwacher Magnetfeldern wird von Irreversibilität und Anomalien dominiert, die auf die Entstehung einer gemischten magnetischen Phase mit spinglas-ähnlichen Clustern hindeuten.

Unter diesen sehr instabilen Transportbedingungen erweist sich die Beobachtung von Quanteninterferenzen als äußerst schwierig. Die Problematik wird zusätzlich durch die kleinen Abmessungen der Strompfade der Nano-Interferometer verschärft, da letztere damit besonders anfällig für eine vollständige Blockade durch SG-Cluster sind. Nichtsdestotrotz konnte der gesuchte Aharonov-Cacher-Effekt — ein Einfluss des elektrischen Feldes auf das Phasenverhalten der Elektronenwellen — tatsächlich experimentell an einer Reihe von verschiedenen Nano-Interferometern festgestellt werden. Eine quantitative Auswertung der resultierenden hochkomplexen Interferenzmuster ist im Kontext einer gemischten magnetischen Phase nur eingeschränkt möglich. Die Heranziehung eines zweiten Materialsystems HgTe als nicht-magnetische Referenz erlaubte eine Differenzierung zwischen den Ursachen der beobachteten Signalanomalien. Insbesondere konnte ein negativer Einfluss der Strukturierung sowie der manuellen Ankontaktierung in späteren Probengenerationen ausgeschlossen werden.

Eine interessante Einsicht in der Entstehung der gemischten magnetischen Phase bietet die Analyse des Beating-Patterns und der QHF-Übergänge, die beide Rückschlüsse auf den tatsächlichen sowie effektiven Mn-Gehalt erlauben. In beiden Fällen — unabhängig voneinander — konnte eine Verringerung von x_{eff} bei sehr tiefen Temperaturen und schwachen Magnetfeldern festgestellt werden. Die Ähnlichkeit der Ergebnisse trotz unterschiedlicher Entstehungsmechanismen sowie signifikant ab-

weichender Magnetfeldbereiche der Effekte bekräftigt die Korrektheit der jeweiligen Argumentation. Eine plausible Erklärung besteht in einer Blockade der Spins in SG-Clustern bei Temperaturen in der Größenordnung der kritischen Temperatur T_g und damit einer abgeschwächter Reaktion der Magnetisierung auf das äußere Magnetfeld. Diese Spin-Korrelation wird durch ein ausreichend starkes Magnetfeld aufgehoben, d. h. ein annähernd paramagnetischer Zustand kann erzwungen werden.

Bei winkelabhängigen Hochfeld-Messungen an CdMnTe wurde eine anomale Verschiebung der QHE-Merkmale zu kleineren Magnetfeldern festgestellt. Dieser bislang in der Fachliteratur nicht beschriebene Effekt wurde anhand von mehreren Proben und zwei unterschiedlichen CdMnTe-Materialien beobachtet. Während die in-plane Feldkomponente $B_{||}$ als Auslöser identifiziert werden konnte, bleibt der genau Mechanismus der Verschiebung unklar. Die festgestellte Skalierung des Effekts mit der Ladungsträgerdichte ist bemerkenswert, lässt jedoch nicht zwischen direkter Kausalität und Modulation unterscheiden. Eine ebenfalls anomale winkelabhängige Evolution wurde im Fall der QHF-Übergänge nachgewiesen. Die spezifischen Ausprägungen der beiden anomalen Effekte stimmen nicht exakt überein, wodurch ein Zurückführen auf denselben Wirkungsmechanismus rein spekulativ bleibt.

Der gebrochenzahlige Quantenhalleffekt (FQHE) konnte erfolgreich in zwei weiteren Proben erfasst werden — damit gelang das Reproduzieren der Messreihe von Betthausen [116] in einem unabhängigen Prozess. Es konnte zudem ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Probengröße und der Ausprägung des FQHE-Merkmale festgestellt werden — die besten Ergebnisse liefern nach wie vor unstrukturierte, in Hallbar-Geometrie gelötete Proben. Darüber hinaus wurde eine Reihe von Fitmodellen für die Extraktion der Bandlücke Δ_v aus Aktivierungsmessungen im Hinblick auf ihre Anwendbarkeit auf reale Messdaten überprüft. Resümierend lässt sich einzig das einfachste, lineare Arrhenius-Modell universell einsetzen, während komplexere Modelle mit LL-Verbreiterung in der Praxis unzuverlässige Ergebnisse liefern.

Einen aus praktischer Sicht entscheidenden Beitrag leistete schließlich die kontinuierliche Weiterentwicklung der Herstellungsprozesse: In Kombination mit experimentellen Untersuchungen wurde eine Reihe von Faktoren identifiziert, die für die Materialdegradierung verantwortlich waren. Besonders kritisch war die Einschränkung der Prozesstemperatur in allen Herstellungsschritten auf höchstens 100°C (CdMnTe) bzw. 80°C (HgTe). Der sukzessive Umstieg auf möglichst schonende Lithografie- und Ätzverfahren sowie eine signifikante Verbesserung des manuellen Lötprozesses erlaubten die Realisierung komplexer Strukturen bei gleichzeitiger Erhaltung der Materialqualität und damit letztendlich die Beobachtung der zahlreichen Transporteffekte.

A. Rezepte

Grundlagen

- Probengröße: $4 \times 4 \text{ mm}^2$ (\rightarrow EBL-Stiching)
- Ritzen: 3–4x, da CdMnTe gerne diagonal oder versetzt bricht

EBL (gen5)

- Probe auf Klebeband aufkleben (\rightarrow Lackhomogenität am Rand)
- Lack: AR-P 6200 (CSAR 62), 4%, je 3 Tröpfchen vor/nach START
- Spin-Coating: 8000 rpm, 9 s acc, 60 s (\rightarrow 50 nm)
- EBL: 30 kV, 20 μm Blende, Dosis 50 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ (Nano), / 80 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ (Mesa)
- Entwickeln: AR 600-546 (30 s), Stop mit Propanol (30 s)

Nasschemisches Ätzen (Brom-Ethylenglykol)

- Lösung: 0.1 Brom : 100 Ethylenglykol : 25 Wasser
- \rightarrow erst ohne Brom auf 0°C abkühlen, 300 rpm
- Ätzzeit: 80 s (CdMnTe) / 40 s (HgTe)
- \rightarrow Probe möglichst exakt gegen Strom halten
- Ätzstop: 5 s DW, gründlich trockenblasen
- Remover: AR 500-71 (60 s), Stop mit Propanol (30 s, wichtig)

Alternative: Reaktives Ionenätzen (RIE)

- Ätzen: CH_4 (5 sccm), H_2 (40 sccm); 50 mTorr, 150 W
- \rightarrow Ätzrate: ca. 17 nm/min \rightarrow 7.5 min für 125–130 nm
- Reinigung: O_2 (100 sccm); 100 mTorr, 50 W
- \rightarrow Prozesszeit: 30 s (ausreichend für Positiv-Lacke)

Optische Lithografie (Topgate Isolator/Kontakt)

- Probe auf Klebeband aufkleben
- Lack: S 1813, komplett bedecken
- Spin-Coating: 4500 rpm, 0 acc, 30 s / Prebake 80°C (2 min)
- Belichtung: Maske Novo15, 4 min (→ Ränder!)
- Entwickeln: MF-26A (30 s), Stop in DW-Kaskade (30 s)

Topgate: Isolator

- PECVD: 40 nm SiO₂ / domOxford, 4 × 15 s, 65°C
- ALD: 100 nm Al₂O₃ bei 80°C (66 s purge) → 37 Stunden
- Lift-Off: Aceton, Spritze

Topgate: Metallisierung

- Vorsputtern: 30 s
- 10 nm Ti (E-Gun), 100 nm Au (thermisch)
- Alternativ: 50–70 nm NiCr (thermisch) → transparent
- Lift-Off: Aceton, Spritze
- Trennung der Probenhälften (Ritzer)

Löten

- (CdMnTe) Probe auf Objektträgerglas aufkleben (Fixogum)
- (HgTe) Probe auf Ti-Unterlage
- Lötkolben: Spannung 6.5 V (neue Spitze) bis 7.5 V (alte Spitze)
- — pro Kontakt: —
- Kontaktfläche mit spitzer Nadel ankratzen (zum Rand)
- (CdMnTe) oxidfreies In-Korn auf Kontaktrand (50/50) legen, plattdrücken
- Lötkolben mit frischem Indium benetzen
- (CdMnTe) In-Scheibe berühren → schmilzt → 7s
- (HgTe) Probe berühren, sofort wegziehen → In haftet
- zum Schluss alle Kontakte mit Plastikpinzette abflachen

Annealen (CdTe)

- 90 s bei 150°C mit Formiergas
- Intervall bis Wdh. / Vermessung: 1 Tag

Chipcarrier und Bonden (Au)

- Chipcarrier: mit PMMA (möglichst zähflüssig) einkleben, kurz 60°C
- Bonden (mit Feeder): auf gewünschte Länge nachfeeden, Bond 1 ohne Leistung, Bond 2 auf Chipcarrier
- Bonden (ohne Feeder): Bond 1 auf Rand, Draht auf gewünschte Länge ziehen, Clamp zu, Draht bei Bond 1 abreißen, bei Berührung mit CC-Kontakt Clamp auf, Bond 2 setzen
- In-Kontakte: loses Drahtende mit Nadel eindrücken, zuspachteln
- Gate-Kontakte: mit Ag-Epoxy befestigen
- Reparaturen: Ag-Epoxy (24 Std. bei Raumtemperatur / 1 Std. bei 80°C)

Literaturverzeichnis

- [1] M. M. WALDROP. *Nature* **530**, 7589 144 (2016).
- [2] F. ELLINGER, M. CLAUS, M. SCHRÖTER, C. CARTA. In *2011 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC 2011)*, pp. 347–351 (2011).
- [3] S. A. WOLF, D. D. AWSCHALOM, R. A. BUHRMAN, J. M. DAUGHTON, S. VON MOLNÁR, M. L. ROUKES, A. Y. CHTCHELKANOVA, D. M. TREGER. *Science* **294**, 5546 1488 (2001).
- [4] N. F. MOTT. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **153**, 880 699 (1936).
- [5] W. THOMSON. *Proceedings of the Royal Society of London* **8** 546 (1857).
- [6] M. JULLIERE. *Physics Letters A* **54**, 3 225 (1975).
- [7] G. BINASCH, P. GRÜNBERG, F. SAURENBACH, W. ZINN. *Phys. Rev. B* **39** 4828 (1989).
- [8] M. N. BAIBICH, J. M. BROTO, A. FERT, F. N. VAN DAU, F. PETROFF, P. ETIENNE, G. CREUZET, A. FRIEDERICH, J. CHAZELAS. *Phys. Rev. Lett.* **61** 2472 (1988).
- [9] B. HUANG, D. J. MONSMA, I. APPELBAUM. *Phys. Rev. Lett.* **99** 177209 (2007).
- [10] P. CHUANG, S.-C. HO, L. W. SMITH, F. SFIGAKIS, M. PEPPER, C.-H. CHEN, J.-C. FAN, J. P. GRIFFITHS, I. FARRER, H. E. BEERE, G. A. C. JONES, D. A. RITCHIE, T.-M. CHEN. *Nat Nano* **10**, 1 35 (2015).
- [11] S. DATTA, B. DAS. *Applied Physics Letters* **56**, 7 665 (1990).
- [12] M. KÖNIG, S. WIEDMANN, C. BRÜNE, A. ROTH, H. BUHMANN, L. W. MOLENKAMP, X.-L. QI, S.-C. ZHANG. *Science* **318**, 5851 766 (2007).
- [13] J. K. FURDYNA. *Journal of Applied Physics* **64**, 4 R29 (1988).
- [14] N. SZWACKI, E. PRZEŹDZIECKA, E. DYNOWSKA, P. BOGUSŁAWSKI, J. KOS-SUT. *Acta Physica Polonica A* **106** 233 (2004).
- [15] D. R. YODER-SHORT, U. DEBSKA, J. K. FURDYNA. *Journal of Applied Physics* **58**, 11 4056 (1985).

- [16] A. BEER, R. WILLARDSON, E. WEBER. *Semiconductors for Room Temperature Nuclear Detector Applications*. Semiconductors and Semimetals. Elsevier Science (1995).
- [17] B. E. LARSON, K. C. HASS, H. EHRENREICH, A. E. CARLSSON. *Phys. Rev. B* **37** 4137 (1988).
- [18] J. SPAL/EK, A. LEWICKI, Z. TARNAWSKI, J. K. FURDYNA, R. R. GALAZKA, Z. OBUSZKO. *Phys. Rev. B* **33** 3407 (1986).
- [19] T. M. GIEBULTOWICZ, J. J. RHYNE, J. K. FURDYNA, P. KLOSOWSKI. *Journal of Applied Physics* **67**, 9 5096 (1990).
- [20] D. YAKOVLEV, U. ZEHNDER, W. OSSAU, A. WAAG, G. LANDWEHR, T. WOJTOWICZ, G. KARCZEWSKI, J. KOSSUT. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **191**, 1–2 25 (1999).
- [21] R. TRIBOULET, P. SIFFERT. *CdTe and Related Compounds*. European Materials Research Society Series. Elsevier Science (2009).
- [22] M. A. NOVAK, O. G. SYMKO, D. J. ZHENG, S. OSEROFF. *Phys. Rev. B* **33** 6391 (1986).
- [23] J. GAJ, R. PLANEL, G. FISHMAN. *Solid State Communications* **29**, 5 435 (1979).
- [24] D. FERRAND, J. CIBERT, A. WASIELA, C. BOURGOGNON, S. TATARENKO, G. FISHMAN, T. ANDREARCZYK, J. JAROSZYŃSKI, S. KOLEŚNIK, T. DIETL, B. BARBARA, D. DUFEU. *Phys. Rev. B* **63** 085201 (2001).
- [25] J. A. GAJ, W. GRIESHABER, C. BODIN-DESHAYES, J. CIBERT, G. FEUILLET, Y. MERLE D'AUBIGNÉ, A. WASIELA. *Phys. Rev. B* **50** 5512 (1994).
- [26] Y. SHAPIRA, S. FONER, D. H. RIDGLEY, K. DWIGHT, A. WOLD. *Phys. Rev. B* **30** 4021 (1984).
- [27] U. STEIGENBERGER, B. LEBECH, R. R. GALAZKA. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **54** 1285 (1986).
- [28] T. GIEBULTOWICZ, T. HOLDEN. In J. K. FURDYNA, J. KOSSUT, editors, *Diluted magnetic semiconductors*, volume 25 of *Semiconductors and Semimetals*, pp. 125 – 181. Elsevier (1988).
- [29] G. DOLLING, T. M. HOLDEN, V. F. SEARS, J. K. FURDYNA, W. GIRIAT. *Journal of Applied Physics* **53**, 11 7644 (1982).
- [30] M. AYADI, J. FERRÉ, A. MAUGER, R. TRIBOULET. *Phys. Rev. Lett.* **57** 1165 (1986).
- [31] P. A. JOY, P. S. A. KUMAR, S. K. DATE. *Journal of Physics: Condensed Matter* **10**, 48 11049 (1998).

- [32] K. BINDER, A. P. YOUNG. *Rev. Mod. Phys.* **58** 801 (1986).
- [33] J. JAROSZYŃSKI, J. WRÓBEL, G. KARCZEWSKI, T. WOJTOWICZ, T. DIETL. *Phys. Rev. Lett.* **80** 5635 (1998).
- [34] D. S. FISHER, D. A. HUSE. *Phys. Rev. B* **38** 373 (1988).
- [35] B. A. BERNEVIG, T. L. HUGHES, S.-C. ZHANG. *Science* **314**, 5806 1757 (2006).
- [36] W. M. HIGGINS, G. N. PULTZ, R. G. ROY, R. A. LANCASTER, J. L. SCHMIT. *Journal of Vacuum Science & Technology A* **7**, 2 271 (1989).
- [37] C. BRÜNE, C. X. LIU, E. G. NOVIK, E. M. HANKIEWICZ, H. BUHMANN, Y. L. CHEN, X. L. QI, Z. X. SHEN, S. C. ZHANG, L. W. MOLENKAMP. *Phys. Rev. Lett.* **106** 126803 (2011).
- [38] R. BREBRICK, A. STRAUSS. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **26**, 6 989 (1965).
- [39] T. FEHLNER. *Inorganometallic Chemistry*. Modern Inorganic Chemistry. Springer US (2013).
- [40] S. IRVINE, J. MULLIN. *Journal of Crystal Growth* **55**, 1 107 (1981).
- [41] J. B. MULLIN, J. GIESS, S. J. C. IRVINE, J. S. GOUGH, A. ROYLE. *MRS Proceedings* **90** (1986).
- [42] P. CAPPER. *Properties of Narrow Gap Cadmium-based Compounds*. EMIS datareviews series. INSPEC, the Institution of Electrical Engineers (1994).
- [43] V. DZIOM, A. SHUVAEV, N. N. MIKHAILOV, A. PIMENOV. *2D Materials* **4**, 2 024005 (2017).
- [44] W. SHUBNIKOV, W. J. DE HAAS. *Proc. Neth. Roy. Acad. Sci.* **33** 130 (1930).
- [45] S. DATTA. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge Studies in Semiconductor Physics and Microelectronic Engineering. Cambridge University Press (1997).
- [46] D. FERRY, S. GOODNICK, J. BIRD. *Transport in Nanostructures*. Cambridge University Press (2009).
- [47] K. VON KLITZING. *Rev. Mod. Phys.* **58** 519 (1986).
- [48] P. W. ANDERSON. *Phys. Rev.* **109:5** 1492 (1958).
- [49] K. VON KLITZING. *25 Years of Quantum Hall Effect (QHE) A Personal View on the Discovery, Physics and Applications of this Quantum Effect*, pp. 1–21. Birkhäuser Basel, Basel (2005).
- [50] M. BÜTTIKER. *Phys. Rev. B* **38** 9375 (1988).
- [51] D. C. TSUI, H. L. STORMER, A. C. GOSSARD. *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559 (1982).

- [52] W. PAN, J.-S. XIA, V. SHVARTS, D. E. ADAMS, H. L. STORMER, D. C. TSUI, L. N. PFEIFFER, K. W. BALDWIN, K. W. WEST. *Phys. Rev. Lett.* **83** 3530 (1999).
- [53] R. B. LAUGHLIN. *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395 (1983).
- [54] F. D. M. HALDANE. *Phys. Rev. Lett.* **51** 605 (1983).
- [55] J. K. JAIN. *Phys. Rev. Lett.* **63** 199 (1989).
- [56] J. H. SMET. *Ballistic Transport of Composite Fermions in Semiconductor Nanostructures*, pp. 443–491. World Scientific (1998).
- [57] A. A. ABRIKOSOV. *Sov. Phys. JETP* **5** 1174 (1957). [Zh. Eksp. Teor. Fiz.32,1442(1957)].
- [58] R. R. DU, H. L. STORMER, D. C. TSUI, L. N. PFEIFFER, K. W. WEST. *Phys. Rev. Lett.* **70** 2944 (1993).
- [59] B. I. HALPERIN, P. A. LEE, N. READ. *Phys. Rev. B* **47** 7312 (1993).
- [60] O. HEINONEN. *Composite Fermions: A Unified View of the Quantum Hall Regime*. World Scientific (1998).
- [61] A. USHER, R. J. NICHOLAS, J. J. HARRIS, C. T. FOXON. *Phys. Rev. B* **41** 1129 (1990).
- [62] J. JAROSZYŃSKI, T. ANDREARCZYK, G. KARCZEWSKI, J. WRÓBEL, T. WOJTOWICZ, E. PAPIS, E. KAMIŃSKA, A. PIOTROWSKA, D. POPOVIĆ, T. DIETL. *physica status solidi (b)* **241**, 3 712 (2004).
- [63] S. M. GIRVIN. *Phys. Today* **53** 39 (2000).
- [64] G. F. GIULIANI, J. J. QUINN. *Phys. Rev. B* **31** 6228 (1985).
- [65] J. JAROSZYŃSKI, T. ANDREARCZYK, G. KARCZEWSKI, J. WRÓBEL, T. WOJTOWICZ, E. PAPIS, E. KAMIŃSKA, A. PIOTROWSKA, D. POPOVIĆ, T. DIETL. *Phys. Rev. Lett.* **89** 266802 (2002).
- [66] T. JUNGWIRTH, A. H. MACDONALD. *Phys. Rev. B* **63** 035305 (2000).
- [67] E. P. DE POORTERE, E. TUTUC, S. J. PAPADAKIS, M. SHAYEGAN. *Science* **290**, 5496 1546 (2000).
- [68] R. WINKLER. *Spin-orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2003).
- [69] C. KITTEL. *Quantum Theory of Solids*. Wiley, New-York, 2nd revised edition edition (1987).
- [70] G. DRESSELHAUS. *Phys. Rev.* **100** 580 (1955).
- [71] E. I. RASHBA. *Sov. Phys. Solid State* **2** 1109 (1960).
- [72] J. NITTA, T. AKAZAKI, H. TAKAYANAGI, T. ENOKI. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1335 (1997).

- [73] G. ENGELS, J. LANGE, T. SCHÄPERS, H. LÜTH. *Phys. Rev. B* **55** R1958 (1997).
- [74] Y. A. BYCHKOV, E. I. RASHBA. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **17**, 33 6039 (1984).
- [75] J. LUO, H. MUNEKATA, F. F. FANG, P. J. STILES. *Phys. Rev. B* **38** 10142 (1988).
- [76] T. SCHÄPERS, G. ENGELS, J. LANGE, T. KLOCKE, M. HOLLFELDER, H. LÜTH. *Journal of Applied Physics* **83**, 8 4324 (1998).
- [77] J. NITTA, T. BERGSTEN, Y. KUNIHASHI, M. KOHDA. *Journal of Applied Physics* **105**, 12 122402 (2009).
- [78] S. WASHBURN, R. A. WEBB. *Reports on Progress in Physics* **55**, 8 1311 (1992).
- [79] D. FENG, G. JIN. *Introduction to Condensed Matter Physics*. Number v. 1 in Introduction to Condensed Matter Physics. World Scientific (2005).
- [80] D. THOULESS. *Physics Reports* **13**, 3 93 (1974).
- [81] Y. AHARONOV, D. BOHM. *Phys. Rev.* **115** 485 (1959).
- [82] R. G. CHAMBERS. *Phys. Rev. Lett.* **5** 3 (1960).
- [83] S. WASHBURN, R. A. WEBB. *Advances in Physics* **35**, 4 375 (1986).
- [84] B. L. ALTSHULER, A. G. ARONOV, B. Z. SPIVAK. *JETP Lett.* **33** 94 (1981).
- [85] D. FRUSTAGLIA, K. RICHTER. *Phys. Rev. B* **69** 235310 (2004).
- [86] F. NAGASAWA, J. TAKAGI, Y. KUNIHASHI, M. KOHDA, J. NITTA. *Phys. Rev. Lett.* **108** 086801 (2012).
- [87] J. NITTA, F. E. MEIJER, H. TAKAYANAGI. *Applied Physics Letters* **75**, 5 695 (1999).
- [88] B. SIMON. *Phys. Rev. Lett.* **51** 2167 (1983).
- [89] J. H. HANNAY. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **18**, 2 221 (1985).
- [90] S. CAMPBELL. *The Science and Engineering of Microelectronic Fabrication*. Oxford series in electrical and computer engineering. Oxford University Press (2001).
- [91] CARL ZEISS MICROSCOPY GMBH. ZEISS GeminiSEM Family. <https://www.zeiss.com/microscopy/int/products/scanning-electron-microscopes/geminisem.html>, Abgerufen am 12.05.2017 (2015).
- [92] H. DEMERS, N. POIRIER-DEMERS, A. R. COUTURE, D. JOLY, M. GUILLAIN, N. DE JONGE, D. DROUIN. *Scanning* **33**, 3 135 (2011).
- [93] M. PLEYER. *Bachelorarbeit, Universität Regensburg* (2015).

- [94] M. KÖHLER. *Ätzverfahren für die Mikrotechnik*. Wiley-VCH (1998).
- [95] A. AXELEVITCH, B. GORENSTEIN, G. GOLAN. *Physics Procedia* **32** 1 (2012).
- [96] J. BARDEEN. *Phys. Rev.* **71** 717 (1947).
- [97] J. BUCHNER. *Masterarbeit, Universität Regensburg* (2014).
- [98] J. ZÁZVORKA, J. FRANC, L. BERAN, P. MORAVEC, J. PEKÁREK, M. VEIS. *Science and Technology of Advanced Materials* **17**, 1 792 (2016).
- [99] U. SOLZBACH, H. RICHTER. *Surface Science* **97**, 1 191 (1980).
- [100] J. KIM, H. SCHOELLER, J. CHO, S. PARK. *Journal of Electronic Materials* **37**, 4 483 (2008).
- [101] E. WATSON, D. SHAW. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **16**, 3 515 (1983).
- [102] H. KATO, S. TAKAYANAGI. *Japanese Journal of Applied Physics* **2**, 4 250 (1963).
- [103] R. SUDHARSANAN, G. D. VAKERLIS, N. H. KARAM. *Journal of Electronic Materials* **26**, 6 745 (1997).
- [104] H. LONDON, G. R. CLARKE, E. MENDOZA. *Phys. Rev.* **128** 1992 (1962).
- [105] O. V. LOUNASMAA. *Experimental principles and methods below 1K*. London: Academic Press (1974).
- [106] LAB::MEASUREMENT. Measurement control with Perl. <http://www.labmeasurement.de/>, Abgerufen am 30.05.2017 (2017).
- [107] F. C. WELLSTOOD, C. URBINA, J. CLARKE. *Phys. Rev. B* **49** 5942 (1994).
- [108] K. WAGNER. *Doktorarbeit, Universität Regensburg* (2007).
- [109] STANFORD RESEARCH SYSTEMS. About Lock-In Amplifiers, Application Note 3. <http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/ApplicationNotes/AboutLIAs.pdf>, Abgerufen am 30.05.2017 (2004).
- [110] SIEMENS SEMICONDUCTOR GROUP. Datasheet: 3 mm (T1) LED, Diffused. http://www.datasheetcatalog.com/datasheets_pdf/L/R/3/3/LR3360-FJ.shtml, Abgerufen am 30.05.2017 (1998).
- [111] M. R. LORENZ, B. SEGALL, H. H. WOODBURY. *Phys. Rev.* **134** A751 (1964).
- [112] D. V. LANG, R. A. LOGAN. *Phys. Rev. Lett.* **39** 635 (1977).
- [113] S. LANY, A. ZUNGER. *Phys. Rev. B* **72** 035215 (2005).
- [114] H. J. QUEISSER, D. E. THEODOROU. *Phys. Rev. B* **33** 4027 (1986).
- [115] C. BETTHAUSEN. *Doktorarbeit, Universität Regensburg* (2012).
- [116] C. BETTHAUSEN, P. GIUDICI, A. IANKILEVITCH, C. PREIS, V. KOLKOVSKY, M. WIATER, G. KARCEWSKI, B. A. PIOT, J. KUNC, M. POTEMSKI, T. WOJTOWICZ, D. WEISS. *Phys. Rev. B* **90** 115302 (2014).

-
- [117] T. WOJTOWICZ. *persönliche Mitteilung an C. Betthausen* (2011).
- [118] I. P. SMORCHKOVA, N. SAMARTH, J. M. KIKKAWA, D. D. AWSCHALOM. *Phys. Rev. Lett.* **78** 3571 (1997).
- [119] K. GLOOS, J. SJÖLUND. *Journal of Physics: Conference Series* **150**, 5 052061 (2009).
- [120] M. TINKHAM. *Introduction to Superconductivity*. Dover Books on Physics Series. Dover Publications (1996).
- [121] S. FENG, A. J. BRAY, P. A. LEE, M. A. MOORE. *Phys. Rev. B* **36** 5624 (1987).
- [122] G. NEUTTIENS, C. STRUNK, C. VAN HAESSENDONCK, Y. BRUYNSERAEDE. *Phys. Rev. B* **62** 3905 (2000).
- [123] M. WEISSMAN, N. ISRAELOFF, G. ALERS. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **114**, 1 87 (1992).
- [124] J. H. SCOFIELD. *Review of Scientific Instruments* **58**, 6 985 (1987).
- [125] A. SAVITZKY, M. J. E. GOLAY. *Analytical Chemistry* **36**, 8 1627 (1964).
- [126] G. J. DOLAN, J. C. LICINI, D. J. BISHOP. *Phys. Rev. Lett.* **56** 1493 (1986).
- [127] D. NEUMAIER. *Doktorarbeit, Universität Regensburg* (2008).
- [128] M. TANAKA, E. SAITOH, H. MIYAJIMA, T. YAMAOKA, Y. IYE. *Phys. Rev. B* **73** 052411 (2006).
- [129] T. DIETL. *persönliche Mitteilung* (2017).
- [130] T. JUNGWIRTH, A. H. MACDONALD. *Phys. Rev. Lett.* **87** 216801 (2001).
- [131] Z. ADAMUS. *persönliche Mitteilung* (2017).
- [132] J. KUNC, B. A. PIOT, D. K. MAUDE, M. POTESKI, R. GRILL, C. BETTHAUSEN, D. WEISS, V. KOLKOVSKY, G. KARCZEWSKI, T. WOJTOWICZ. *Phys. Rev. B* **92** 085304 (2015).
- [133] R. L. AGGARWAL, S. N. JASPERSON, P. BECLA, R. R. GALAZKA. *Phys. Rev. B* **32** 5132 (1985).
- [134] J. KUNC, K. KOWALIK, F. J. TERAN, P. PLOCHOCKA, B. A. PIOT, D. K. MAUDE, M. POTESKI, V. KOLKOVSKY, G. KARCZEWSKI, T. WOJTOWICZ. *Phys. Rev. B* **82** 115438 (2010).
- [135] T. WOJTOWICZ. *persönliche Mitteilung* (2017).
- [136] H. J. P. FREIRE, J. C. EGUES. *Phys. Rev. Lett.* **99** 026801 (2007).
- [137] W. KOHN, L. J. SHAM. *Phys. Rev.* **140** A1133 (1965).
- [138] D. DURZINSKY. *Masterarbeit, Universität Regensburg* (2014).
- [139] R. R. DU, A. S. YEH, H. L. STORMER, D. C. TSUI, L. N. PFEIFFER, K. W. WEST. *Phys. Rev. Lett.* **75** 3926 (1995).

- [140] R. R. DU, A. S. YEH, H. L. STORMER, D. C. TSUI, L. N. PFEIFFER, K. W. WEST. *Phys. Rev. B* **55** R7351 (1997).
- [141] J. ROBERTSON. *Eur. Phys. J. Appl. Phys.* **28**, 3 265 (2004).
- [142] A. ROGALSKI. *Reports on Progress in Physics* **68**, 10 2267 (2005).
- [143] M. KÖNIG, A. TSCHETSCHETKIN, E. M. HANKIEWICZ, J. SINOVA, V. HOCK, V. DAUMER, M. SCHÄFER, C. R. BECKER, H. BUHMANN, L. W. MOLENKAMP. *Phys. Rev. Lett.* **96** 076804 (2006).

Vielen Dank!

An dieser Stelle möchte ich allen Personen danken, die mich während der Promotion unterstützt haben:

- Herrn Prof. Dr. Dieter Weiss, für die Möglichkeit zur Promotion, zahlreiche Diskussionen und das entgegengebrachte Vertrauen.
- Prof. Dr. Hab. Tomasz Wojtowicz, Prof. Dr. Hab. Tomasz Dietl, Dr. Zbigniew Adamus und anderen Mitarbeitern des IFPAN in Warschau, für die Gastfreundschaft, hilfreiche Diskussionen sowie Versorgung mit dem besten existierenden CdMnTe-Material.
- Michael Weigl, Cornelia Linz, Uli Gürster, Thomas Haller, Florian Birkner und Daniel Pahl, für die technische Unterstützung im Reinraum und anderen Laboren.
- Claudia Rahm und Elke Haushalter, für ihre Hilfsbereitschaft und Kompetenz in allen organisatorischen Fragen.
- Johannes Ziegler, Hubert Maier, David Disterheft, Tobias Preis, Robin Huber und Ralf Fischer für das standhafte Korrekturlesen.
- Meinen Mitstreitern im Mischkryostat-Team Dieter Vogel, Johannes Ziegler und Michael Weigl, für das hohe Maß an Motivation, Durchhaltevermögen und Frustrationstoleranz.
- Meinen Bürokollegen Stefan Geißler, Christian Butschkow, Dieter Vogel, Hubert Maier und Sebastian Ringer, für die schöne gemeinsame Zeit.
- Meinen Eltern, für ihre bedingungslose Unterstützung und unermüdliches Babysitten.
- Meiner Frau Natalia gebührt mein besonderer Dank für ihr Verständnis und ihre Geduld.